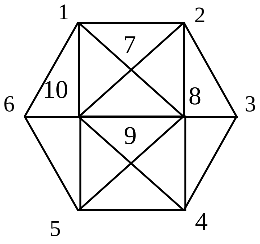
- в порядке, обратном нумерации вершин;
- в порядке возрастания количества связей вершин;
- в порядке убывания количества связей вершин.



Результаты испытания алгоритма представлены в таблице.

№	порядок обработки	Решение	K
1	совпадающий с нумерацией вершин	S={{1,3,5,},{2,4,6},{7,9},{8},{10}}	5
2	обратный нумерации вершин	S={{10,4,2,},{9,7,6,3},{8,5,1}}	3
3	по возрастанию числа связей вершины	S={{3,6,7,9},{1,4},{2,5},{8},{10}}	5
4	по убыванию числа связей вершины	S={{8,1,5,},{10,2,4},{7,9,3,6}}	3

Отметим, что первые два правила по существу характеризуют случайный порядок обработки. Из двух последних правил, лучший результат получен при обработке вершин в порядке убывания количества их связей с другими вершинами в графе. Этот результат является оптимальным.

Заключение. При удачно выбранном порядке обработки вершин графа рассмотренный алгоритм позволяет найти оптимальное решение. Для данного примера оптимум достигается при обработке вершин в порядке убывания их инцидентностей.

Также, необходимо отметить, что при обработке очередной вершины графа возможна вариантность ее добавления в одно из сформированных множеств независимых вершин.

Эта неоднозначность в приведенном алгоритме разрешается добавлением вершины в первое из сформированных множеств независимых вершин графа, в которое эта вершина может быть добавлена. В общем случае эта вариантность является источником разных вариантов решения задачи, которая может быть исследована.

Список литературы: ***1.*** *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход.– М.: Мир, 1978.- 432 с. ***2.*** *Новиков Ф.А.* Дискретная математика для программистов.– С.-Пб.: Питер, 2004.- 364 с.

Поступила в редколлегию 09.01.08

УДК 519.174.7

О. Н. МАЛЫХ, канд. техн. наук,
Ю. Д. ОГИЕНКО, студент НТУ «ХПИ»

МЕТРИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ РАСКРАСКИ ГРАФА

У статті пропонується здійснити пошук хроматичного числа графа методом випадкового пошуку з локальною оптимізацією. Для цього пропонується провести метрізацию простіра рішень задачі розфарбовування графа. Так само розглядаються шляхи рішення даної задачі і проблеми що виникають в процесі рішення.

В статье предлагается осуществить поиск хроматического числа графа методом случайного поиска с локальной оптимизацией. Для этого предлагается произвести метризацию пространства решений задачи раскраски графа. Так же рассматриваются пути решения данной задачи и проблемы, возникающие в процессе решения.

The article it is suggested to carry out the search of chromatic number of count the method of random search with peep-hole optimization. For this purpose it is suggested to apply metrics on spaces of decisions of task of coloration of count. The ways of decision of this task and problem are similarly examined arising up in the process of decision.

Введение. Экстремальная постановка задачи раскраски графов звучит следующим образом. Дан граф, вершины которого необходимо раскрасить различными красками так, чтобы ни какие две смежные вершине не были окрашены в один и тот же цвет. Иными словами можно сказать, что все вершины графа необходимо разбить на минимальное количество подмножеств. Решение считается допустимым, если никакие две смежные вершины не принадлежат одному подмножеству.

Критерием качества решения является количество подмножеств, на которые разделены вершины графа, т.е. количество используемых красок. Минимально возможное количество красок называется хроматическим числом графа.

Следует отметить, что решение не зависит от способа нумерации красок. В большинстве методов раскраски графа качество решения зависит от порядка просмотра вершин.

Для графа из n вершин существует *n!* вариантов перестановок номеров вершин и соответственно *n!* возможных раскрасок. Однако количество красок для любой раскраски не может превосходить количество вершин *n*.

Таким образом, необходимо найти такую перестановку, при которой результат раскраски будет обеспечивать минимальное значение хроматического числа графа. Следовательно, приходим к экстремальной постановке задачи поиска минимума $\gamma(G)$:

$$\min_{n!}(g(G))$$

где G – порядок просмотра вершин исходного графа, а $\gamma()$ – функция критерия качества раскраски графа, т.е. значение хроматического числа.

Если пространство решений имеет размерность *n!*, то можно применить метод случайного поиска с локальной оптимизацией.

Данный метод предполагает использование окрестностей последовательно образуемых решений с невозрастающим критерием качества. Однако для того, чтобы определить окрестность, необходимо ввести понятие расстояния, отвечающего той или иной метрике. Таким образом, прежде чем организовывать поисковую стратегию на основании метода случайного поиска с локальной оптимизацией необходимо ввести метрику в пространство перестановок номеров вершин.

Метод случайного поиска с локальной оптимизацией состоит из нескольких этапов. Первый этап – это выбор начальной точки поиска. Для этого случайным образом выбираются точки из пространства поиска.

На втором этапе задается некоторая окрестность с центром, находящимся в исходной точке.

В ходе третьего этапа случайным образом производиться выборка некоторого количества точек в окрестности исходной. Для каждой из этих точек рассчитывается критерий качества. На основании рассчитанного критерия качества определяется лучшая точка из данной выборки. Если критерий качества лучшей точки не хуже, чем у исходной, то переходят к четвертому этапу. В противном случае окрестность исходной точки уменьшается и третий этап повторяется заново.

На четвертом этапе производится перенос центра окрестности из исходной точки в лучшую из найденных. Радиус окрестности при этом не изменяется. Далее процесс поиска переходит к третьему этапу.

Имеют место следующие варианты завершения поискового процесса.

В первом из них, если на третьем этапе не найдена точка с критерием качества не хуже, чем у исходной, и при этом окрестность поиска имеет единичный радиус, то поиск прекращается и исходная точка принимается за лучшее найденное решение.

Во втором случае процесс поиска останавливается при достижении локального-оптимального решения с единичным значением окрестности.

Метод решения. Применительно к задаче раскраски графа метод случайного поиска с локальной оптимизацией приобретает следующий вид. На первом этапе выбирается произвольная перестановка и задается окрестность, равная размерности пространства перестановок. Точку в пространстве поиска, соответствующую данной перестановке, обозначают как исходную и рассчитывают для нее критерий качества.

Далее производится случайный выбор некоторого заранее определенного числа точек из данной окрестности. Для каждой перестановки определяется критерий качества.

Исходная точка перемещается в точку с наилучшим или таким же критерием качества. В случае, если все найденные точки обладают критерием качества худшим, чем у исходной точки, то исходная точка не перемещается и производится уменьшение окрестности поиска.

Далее процесс продолжается до тех пор, пока окрестность исходной точки на следующих итерациях не станет единичного радиуса. Значение критерия качества данной точки считают наилучшим решением. При этом поисковый процесс можно повторить сначала, использую другую начальную точку.

Вопрос о выборе числа точек на третьем этапе как и общее количество этапов определяется заранее, исходя из оценок затрат машинного времени на поиск одного значения критерия качества и возможных улучшений. В большинстве случаев это число считается константой и задается до начала вычислений.

Как следует из описания метода необходимо научиться быстро формировать решение в окрестности исходного решения.

Для того, чтобы быстро получать решения в некоторой заданной окрестности исходного решения необходимо построить граф, соответствующий новой нумерации вершин, и получить значение критерия качества.

При этом возникает задача переопределения описания графа, чтобы новая нумерация вершин соответствовала новому порядку просмотра. Эта процедура представляет собой получение изоморфного графа, соответствующего новой нумерации вершин.

Приведем ниже макроалгоритм процедуры получения нового значения критерия качества решения в окрестности исходного решения:

1. Используя исходную нумерацию вершин, получить значение количества красок.
2. Сформировать новую перестановку вершин графа, расположенную в некоторой окрестности перестановки, используемой в качестве центра.
3. Установить для вершин графа новую нумерацию так, чтобы новая нумерация вершин соответствовала порядковым номерам элементов сформированной перестановки. Такое требование приводит к

переопределению спискового описания заданного графа с учетом новой нумерации вершин, т.е. осуществить построение изоморфного графа.

4. Вычислить критерия качества для нового описания графа.

Для исследования эффективности предложенного подхода используем следующие метрики: лексикографическую, инверсную, цепную[1], алфавитную[2] или транспозиционную[3].

Рассмотрим принципы определения расстояния для каждой метрики.

Цепная метрика. В цепной метрике расстояние между перестановками выводится как минимальное число разрезов, которое необходимо сделать в одной из перестановок, чтобы из нее составить вторую перестановку. Из определения следует, что максимальное расстояние между перестановками из n символов в цепной метрике равно n-1.

Лексикографическая метрика. Каждой перестановке ставиться в соответствие число, которое является номером места, занимаемого перестановкой при лексикографическом упорядочивании всего множества перестановок. Максимальное расстояние между перестановками в лексикографической метрике равно $n!$-1.

Алфавитная метрика. Расстояние между перестановками равно количеству не совпадающих элементов в первой и второй перестановке. Максимальное расстояние между двумя перестановками равно n-1.

Инверсная метрика. Расстоянием между перестановками в инверсной метрике полагают число всех инверсий первой перестановки относительно второй. Максимально возможное число инверсий равно $n(n-1)/2$.

Транспозиционная метрика. Расстояние между перестановками определяется как наименьшее возможное число транспозиций, которое необходимо для перехода от первой перестановки ко второй. Расстояние между двумя перестановками из n символов в транспозиционной метрике не превышает n-1, так как n-1 транспозиции достаточно для того, чтобы перейти от одной произвольной перестановки к другой.

Следует заметить, что так как максимальное расстояние, определяемое разными метриками различно, то данный факт следует учесть в методе случайного поиска с локальной оптимизацией.

Вывод. Полученные результаты позволят оценить эффективность той или иной метрики и могут быть применены для построения более эффективных процедур решения задачи раскраски графа.

Список литературы: ***1.*** *Голенко Д.И.* Статистические модели в управлении производством / Под ред. Н.П. Бусленко. – М. : Статистика, 1973. -368с. ***2.*** *Пономаренко В.В., Гаврилов В.М.* Оптимизация по по последовательно применяемым критериям. – М. : Сов. радио, 1975. – 192 с. ***3.*** *Каспшицкая М.Ф., Сергиенко И.В., Хмельченко В.И.* Об одном подходе к решению задач размещения. – Кибернетика, 1974, №5, с. 51-60.

Поступила в редколлегию 05.03.08

УДК 681.518

А. С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, ***А. С. КОЗОДОЙ***, ***Н. И. БЕЗМЕНОВ***, канд. техн. наук

КРИТЕРИЙ КВАЗИСТАТИЧНОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Предложен и обоснован критерий квазистатичности управляемого процесса при полигармоническом воздействии. Приведен алгоритм проверки критерия.

Запропоновано і обгрунтовано критерій квазістатичності керованого процесу при полігармонічному впливі. Приведено алгоритм перевірки критерію.

There was offered and grounded the criterion of quasistatic of the controlled process at polyharmonic influence. Also testing criterion algorithm is produced.

1. Введение. Математические модели управляемых процессов в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений нашли широкое распространение в практике анализа и синтеза автоматизированных систем управления различными техническими, экономическими и социальными объектами. Однако, во многих практически важных случаях, характерных для технологических процессов в теплоэнергетике, химической и металлургической промышленности темпы изменения управляющих и возмущающих воздействий существенно больше времени переходных процессов объектов управления. Это позволяет выделить класс управляемых объектов, которые будем называть квазистатическими. Основной особенностью таких объектов управления следует считать однозначную зависимость выходных координат от входных в каждый момент времени. Представление динамических процессов квазистатическими нашло широкое применение в классической термодинамике. Так в [1] приведены различные условия равновесности управляемых объектов применительно к физическим объектам. В работе [2] предложен ряд критериев сравнения скоростей изменения выходных координат и внешних воздействий, однако какие-либо рекомендации по их практическому применению отсутствует. В работе [3] предложена достаточно общая постановка задачи об оценке возможности