УДК 519.218+620.92

Е. Л. ПИРОТТИ, В. И. ОЛЕЙНИК

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГОПОТОКА НА КОНЕЧНОМ ВРЕМЕННОМ ОТРЕЗКЕ

Розглянута можливість використання випадкового нестаціонарного процесу в якості математичної моделі, що дозволяє прогнозувати щодобове споживання електричної енергії на конкретному відрізку часу. Розглянуто споживання електроенергії протягом робочих днів лютого. Як один з аспектів цього питання розглядається задача підвищення точності прогнозу споживання електричної енергії. Для підтвердження правильності побудованої моделі, були знайдені довірчі інтервали. Побудована модель випадкового процесу є якісною апроксимацією емпіричних даних.

Ключові слова: енергопотік, часовий ряд, моделювання, тренд, випадковий процес, поліноміальна крива.

Рассмотрена возможность использования случайного нестационарного процесса в качестве математической модели, позволяющей прогнозировать ежесуточное потребление электрической энергии на конкретном промежутке времени. Рассмотрено потребление электроэнергии в течение рабочих дней февраля. Как один из аспектов этого вопроса рассматривается задача повышения точности прогноза потребления электрической энергии. Для подтверждения правильности построенной модели, были найдены доверительные интервалы. Построенная модель случайного процесса является качественной аппроксимацией эмпирических данных.

Ключевые слова: энергопоток, временной ряд, моделирование, тренд, случайный процесс, полиномиальная кривая.

The article describes the use of a random non-stationary process as a mathematical model to predict the consumption of electric energy, per diem at a particular period of time. In connection with the increase in industrial production and an increase in the number of electric vehicles of special interest acquires Profile forecasting daily consumption on weekdays. Considered the power consumption during the working days of February. As one aspect of this issue we consider the problem of increasing the accuracy of the forecast electricity consumption. To simulate the resulting trend is enough to take a polynomial curve of the sixth degree. Trend parameters determined by least squares. To validate the model constructed confidence intervals were found for her. The constructed model of a random process is a qualitative approximation of empirical data.

Keywords: energy flow, time series modeling, trend, stochastic process, polynomial curve.

Введение. В условиях энергорынка потребитель может заказывать любые объемы электрической энергии, но при этом он должен быть готовым к тому, что превышение определенных границ спровоцирует резкий рост затрат. Рост цен на энергоносители поставил задачу энергосбережения в ряд наиболее важных вопросов. Очевидно, что в рабочие и выходные дни недели нормальное потребление электроэнергии будет разным по форме суточного профиля [1]. Поэтому для любого календарного дня должны быть рассмотрены прогнозы, учитывающие тот случай, что в текущем году этот день окажется рабочим, а в каком-то другом – выходным. Кроме того, одни и те же дни в разные годы будут характеризоваться различным температурным профилем, что, естественно, отразится на потреблении электричества. В связи с увеличением промышленного производства и увеличением количества электрического транспорта особый интерес приобретает прогнозирование профиля суточного потребления в рабочие дни недели [2]. В качестве примера в работе рассмотрен месяц февраль.

Постановка задачи. Рассмотрено потребления электроэнергии в течение рабочих дней февраля 2005 года. Из полученных архивных данных в этот период не было пиковых отклонений в температурном режиме. Февраль содержал 20 рабочих дней. Как один из аспектов этого вопроса рассматривается задача повышения точности прогноза потребления электрической энергии.

Рассмотрим случайный процесс

$$x_{\text{ср}}(\text{t}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t), \qquad (1)$$

который является усреднением ансамбля реализаций электропотребления $x_i(t)$ $\left(0 \le t \le 24,\ i = \overline{1,20}\right)$ случайного процесса $\left\{x_i(t)\right\}$.

Для моделирования тренда полученной кривой оказалось достаточным взять полином шестой степени. Параметры тренда определены методом наименьших квадратов [3] (рис. 1):

$$\begin{aligned} x_{\text{тр}}(t) &= 0{,}0002t^6 - 0{,}0219t^5 + 0{,}7915t^4 - \\ &-13{,}661t^3 + 113{,}15t^2 - 354{,}11t + 1132{,}7. \end{aligned} \qquad (2)$$

Наличие тренда в значениях уровней говорит о нестационарном состояние процесса.

Для построения математической модели суточного потребления электроэнергии вернемся к тренду данного процесса. Учитывая дискретность процесса, общий вид корреляционной функции будет следующим:

$$K(n,m) = \sum_{\tau} \varphi(n+\tau)\overline{\varphi(m+\tau)}, \qquad (3)$$

где $\varphi(n+\tau) = u(n+\tau) + i\text{v}(n+\tau)$.

В качестве модели используем действительную часть корреляционной функции (3):

$$\begin{aligned} \tilde{K}(n,m) &= \operatorname{Re} K(n,m) = \\ &= \sum_{\tau}\left[u(n+\tau)u(m+\tau) + \text{v}(n+\tau)\text{v}(m+\tau)\right]. \end{aligned} \qquad (4)$$

Исходя из формулы (3), для случайного процесса (1) получим:

$$K(n,m) = \left|x_0\right|^2\ r^{n+m}\left[\cos n\varphi\,\cos m\varphi + \sin n\varphi\,\sin m\varphi\right] =$$

ISSN 2079-0023 (print)
ISSN 2410-2857 (online)

$$=\left|x_0\right|^2\ r^{n+m}\ \cos(n-m)\varphi\ . \qquad (5)$$

Тогда для корреляционной разницы

$$W(n,m)=K(n,m)-K(n+1,m+1),$$

имеем следующее выражение:

$$W(n,m)=\varphi_1(n)\ \overline{\varphi\ (m)}+\varphi_2(n)\ \overline{\varphi_1(m)}=$$

$$=\sum_{\alpha,\beta=1}^{2}\varphi_\alpha(n)\ I_{\alpha\beta}\ \overline{\varphi_\beta(m)}, \qquad (6)$$

где $I_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$;

$\varphi_1(n)=r^n\sqrt{1-r^2}\cos n\varphi$;

$\varphi_2(n)=r^n\sqrt{1-r^2}\sin n\varphi$.

Из выражения (3) следует, что выходной случайный процесс является диссипативным и имеет конечный ранг нестационарности равный 2.

В [4] показано, что центрированный тренд можно представить в виде

$$\overset{\circ}{x}_{\text{тр}}\left(t_j\right)=\overset{\circ}{x}_{0,\text{тр}}\ e^{i\lambda_j t_j}\ , \qquad (7)$$

где $\overset{\circ}{x}_{0,\text{тр.}}=\overset{\circ}{x}_{\text{тр.}}(0)$;

$$\lambda_j=\begin{cases} i\ \beta_j^2/2, & \text{если } x_n(t)x_0(t)>1,\\ \pi+i\ \beta_j^2/2, & \text{если } \left|x_n(t)x_0(t)\right|<1;\end{cases}$$

каждое λ_j соответствует моменту времени t_j;

i – мнимая единица.

Решение показательного уравнения (6) дает значения для β_j $\left(j=\overline{1,24}\right)$.

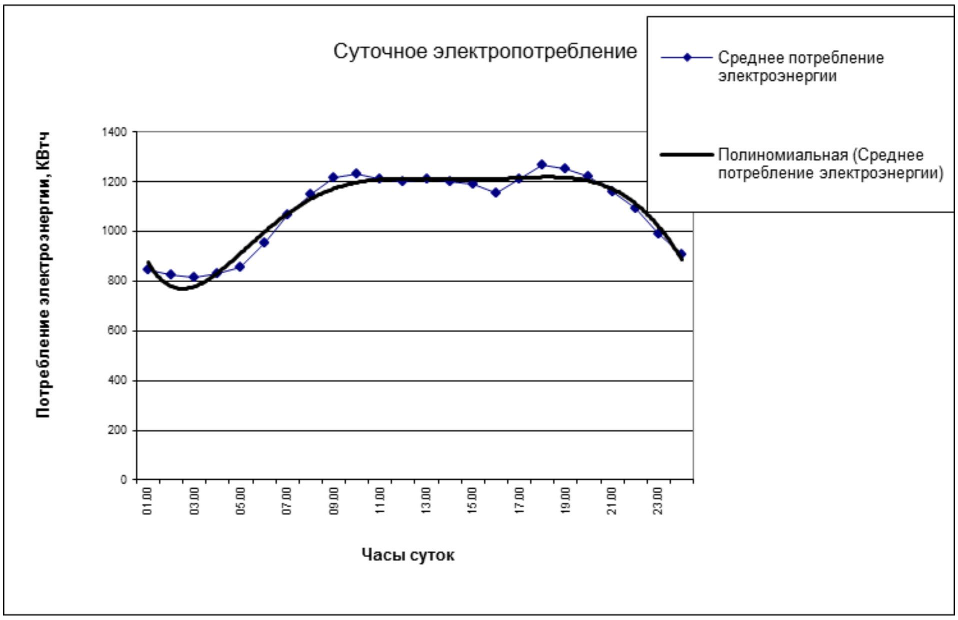

Рис. 1 – Среднее потребление электроэнергии и его тренд

Таким образом, для прогнозируемого нестационарного случайного процесса $x_{\text{пр}}(t)$ имеем разложение [4]:

$$x_{\text{пр}}(t)=\sum_{\kappa=1}^{24}\psi_\kappa(t)\xi_k\ , \qquad (8)$$

где ξ_k – детерминированные функции $<\xi_k,\xi_j>=\delta_{kj}$,

функции $\psi_k(t)$ удовлетворяют системе рекуррентных уравнений эквивалентной системы [4]:

$$\frac{d\psi_k}{dt}+\lambda_k\psi_k=\sum_{\alpha=1}^{r}u_{k,\alpha}(t)\sqrt{\omega_\alpha}Ma_\alpha\overline{\xi_k}\ , \qquad (9)$$

$$\psi_k(t)\big|_{t=0}=\psi_k(0), \qquad (10)$$

$$u_{k+1,\alpha}(t)=u_{k,\alpha}(t)-\sqrt{\omega_\alpha}M\xi_k\overline{a_\alpha}\psi_k(t), \qquad (11)$$

$$u_{1,\alpha}(t)\big|_{t=0}=0\ ,\ (\alpha=1{,}24)\ , \qquad (12)$$

где a_α – базис в модельном пространстве l^2;

$Ma_\alpha\overline{a_\beta}=\delta_{\alpha\beta}$;

ω_α – собственные значения оператора $2\mathrm{Im}\overset{\circ}{A}$;

базис $\left\{a_\alpha\right\}_{\alpha=1}^{24}$ имеет вид: $a_1=\{1,0,0,...\}$, $a_2=\{0,1,0,...\}$, …, $a_{24}=\{0,0,...,0,1\}$.

Учитывая определение скалярного произведения, получаем выражения:

$$Ma_1\overline{\xi_k}=\begin{cases}\cos t, k=1;\\ \sin t, k=2;\\ 0,\quad k=\overline{3,24}.\end{cases} \qquad (13)$$

$$Ma_2\overline{\xi_k} = \begin{cases} -\sin t, k=1; \\ \cos t, k=2; \\ 0, k=\overline{3{,}24}. \end{cases} \quad (14)$$

$$Ma_3\overline{\xi_k} = \begin{cases} \cos 2t, k=3; \\ \sin 2t, k=4; \\ 0, \quad k=1,2,\overline{5{,}24}. \end{cases} \quad (15)$$

$$M\xi_1\overline{a_k} = \begin{cases} \cos t, k=1; \\ -\sin t, k=2; \\ 0, \quad k=\overline{3{,}24}. \end{cases} \quad (16)$$

$$M\xi_2\overline{a_k} = \begin{cases} \sin t, k=1; \\ \cos t, k=2; \\ 0, k=\overline{3{,}24}. \end{cases} \quad (17)$$

$$M\xi_3\overline{a_k} = \begin{cases} \cos 2t, k=3; \\ -\sin 2t, k=4; \\ 0, \quad k=1,2,\overline{5{,}24}. \end{cases} \quad (18)$$

Пусть на входе действует гармонический синусоидальный процесс

$$u_{1,\alpha}(t) = X_\alpha \sin\alpha t,$$

который удовлетворяет начальным условиям системы (9)–(12). Постоянные X_α равняются амплитуде.

В этом случае система (9)–(12) с учетом выражений для математических ожиданий при $k=1$ принимает вид:

$$u_{2,n}(t) = X_n \cdot \sin nt, \; n=\overline{3{,}24}, \quad (19)$$

$$u_{2,1}(t) = X_1 \cdot \sin t + \sqrt{\omega_1}\cos t \cdot \psi_1(t), \quad (20)$$

$$u_{2,2}(t) = X_2 \cdot \sin 2t - \sqrt{\omega_2}\sin t \cdot \psi_1(t), \quad (21)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt} + \frac{\beta_1^2}{2}\psi_1 = X_1 \sin t\sqrt{\omega_1}\cos t + X_2 \sin 2t\sqrt{\omega_2}\sin t. \quad (22)$$

Решая линейное дифференциальное уравнение первого порядка (9) методом Бернулли, получаем с учетом начальных условий выражение для функции $\psi_1(t)$:

$$\psi_1(0) = -\frac{X_1\sqrt{\omega_1}}{\sqrt{\beta_1^4+16}}\cos\vartheta_1^{(2)} + \frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+36}\cos\vartheta_1^{(3)} - \frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+1}\cos\vartheta_1^{(1)}, \quad (23)$$

где $\vartheta_1^{(1)} = \operatorname{arctg}\frac{1}{\beta_1^2}$,

$\vartheta_1^{(2)} = \operatorname{arctg}\frac{\beta_1^2}{4}$,

$\vartheta_1^{(3)} = \operatorname{arctg}\frac{6}{\beta_1^2}$.

Получаем выражение (23) для функции $\psi_1(t)$ в следующем виде:

$$\psi_1(t) = -\frac{X_1\cdot\sqrt{\omega_1}}{\sqrt{\beta_1^4+16}}\cos(2t+\vartheta_1^{(2)}) + \frac{X_2\cdot\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+36}\cos\left(3t-\vartheta_1^{(3)}\right) - \frac{X_2\cdot\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+1}\cos\left(t-\vartheta_1^{(1)}\right) + C_1 e^{-\frac{\beta_1^2}{2}t}. \quad (24)$$

Учитывая начальные условия (10), (12), получаем

$$u_{2,1}(0) = \sqrt{\omega_1}\psi_1(0), \; u_{2,n}(0) = 0, \; \left(n=\overline{2{,}24}\right),$$

$$C_1 = 0,$$

$$\psi_1(0) = -\frac{X_1\sqrt{\omega_1}}{\sqrt{\beta_1^4+16}}\cos\vartheta_1^{(2)} + \frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+36}\cos\vartheta_1^{(3)} - \frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+1}\cos\vartheta_1^{(1)}.$$

Аналогично, решая соответствующие линейные дифференциальные уравнения, находят функции $\psi_k(t)$ при значениях $k=\overline{2,24}$. После элементарных преобразований формула (8) может бути представлена в виде:

$$x_{\text{пр}}(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{49} A_k \cos(kt - \theta_k). \quad (25)$$

В работе [5] предложен метод нахождения собственных значений ω_α $\left(\alpha=\overline{1{,}24}\right)$.

Учитывая значения β_n, ω_n и X_n $\left(n=\overline{1,24}\right)$, получаем значения коэффициентов для функции (25).

Подстановка в выражение (25) значений $t=\overline{1,24}$ дает возможность определить усредненное почасовое прогнозное значение потребляемой электрической энергии.

Для подтверждения правильности построенной модели для нее были найдены доверительные интервалы. Экспериментальные данные электропотребления на следующий год оказались полностью внутри полученных доверительных интервалов.

Таким образом, построенная модель случайного процесса является качественной аппроксимацией эмпирических данных.

Выводы. На базе корреляционной теории построена математическая модель нестационарных стохастических процессов с дискретным спектром для решения задач их статистической обработки и прогнозирования.

На основе рассмотренных моделей предложена методика прогноза суточного потребления электрической энергии и проведена экспериментальная проверка построенной модели. Прогноз, полученный на основе проведенных расчетов, дал точность на 1,5% выше, чем у моделей, используемых ранее.

Список литературы

1. *Серебренников Б. С.* Повышение энергетической эффективности технологических процессов промышленных предприятий / *Б. С. Серебренников, Е. Г. Петрова* // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2013.– № 1.– С. 15-20.
2. *Праховник А. В.* Контроль эффективности энергопотребления – ключевые проблемы управления энергосбережением / *А. В. Праховник, В. Ф. Находов, О. В. Борисенко* // Энергосбережение. Энергетик. Энергоаудит. – 2009. – № 8. – С. 41 – 54.
3. *Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А.* Эконометрика. Начальный курс: учеб. – М. : Дело, 2004. – 576 с.
4. *Ахиезер Е. Б.* Спектральные разложения неоднородных случайных векторных полей. // Вестник Харьковского университета, серия «Математика, прикладная математика и механика». – Харьков: ХГУ. 2000. – № 475. – С. 341–346.
5. *Ахиезер Е. Б., Пиротти Е. Л.* Гармонические представления случайных процессов в динамических системах. // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков : НТУ «ХПИ»,2003. – № 6. – С. 157–161.

References (transliterated)

1. Serebrennikov B. S. *Povyshenie energeticheskoi effektivnosti tekhnologicheskikh protsessov promyshlennykh predpriiatii.* [Improving the energy efficiency of industrial processes]. Energosberezhenie. Energetika. Energoauditl., 2013, no. 1, pp. 15–20.
2. Prakhovnik A. V. *Control effektivnosti energopotrebleniia – kliuchevye problemy upravleniia energosberezheniem.* [Control of energy efficiency – the key power management problems] Energosberezhenie. Energetika. Energoauditl., 2009, no. 8, pp. 41–54.
3. Magnus J. R., Katishev P. K., Peresetsky A. A. *Ekonometrika. Nachalnii kurs.* [Econometrics. Initial course]. Ucheb. – M. : Delo, 2004, 576 p.
4. Akhiezer E. B. Spectralnyi razlozheniia neodnorodnykh sluchainykh polei [Spectral decomposition of non-uniform random vector fields]. *Vestn. Khar'kiv universitet. Ser.: Matematika, prikladnaia matematika i mekhanika* [Bulletin of the Kharkov university. Series: Mathematics, applied mathenatics and mechanics]. Kharkov: KhGU, 2000, no. 475, pp. 341–346.
5. Akhiezer E. B., Pirotti E. L. Garmonicheskie predstavleniia sluchainykh protsessov v dinamicheskikh sistemakh [Harmonic representation of random processes in dynamic systems]. *Visnyk NTU "KhPI"* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2003, no. 6, pp. 157–161.

Поступила (received) 05.02.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Моделювання енергопотоку на кінцевому часовому відрізку / Є. Л. Піротті, В. І. Олійник // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Х. : НТУ «ХПІ», 2016. – № 37 (1209). – С. 13–16. – Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2079-0023.

Моделирование энергопотока на конечном временном отрезке / Е. Л. Пиротти, В. И. Олейник // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 37 (1209). – С. 13–16. – Библиогр.: 5 назв. – ISSN 2079-0023.

Simulation of energy flow in a finite time interval / E. L. Pirotti, V. I. Oliinyk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: System analysis, control and information technology. – Kharkov : NTU "KhPI", 2016. – No. 37 (1209). – P. 13–16. – Bibliogr.: 5. – ISSN 2079-0023.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Піротті Євген Леонідович – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерної математики та математичного моделювання; тел.: (067) 707-39-88; e-mail: pirel@ukr.net.

Пиротти Евгений Леонидович – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры компьютерной математики и математического моделирования; тел.: (067) 707-39-88; e-mail: pirel@ukr.net.

Pirotti Evgenii Leonidovich – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Professor at the Department of Computer Mathematics and Mathematical Modeling, tel.: (067) 707-39-88; e-mail: pirel@ukr.net.

Олійник Віталій Ігорович – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», магістр; тел.: (098) 946-83-95; e-mail: vital.oliinyk@gmail.com.

Олейник Виталий Игоревич – Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», магистр; тел.: (098) 946-83-95; e-mail: vital.oliinyk@gmail.com.

Oliinyk Vitalii Igorovych – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Master student; tel.: (098) 946-83-95; e-mail: vital.oliinyk@gmail.com.