

*Т. Е. АЛЕКСАНДРОВА, И. В. КОСТЯНИК*

### **ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СТАБИЛИЗАТОРА КОСМИЧЕСКОЙ СТУПЕНИ С5М РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ «ЦИКЛОН-3» НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ**

Рассматривается задача выбора численных значений варьируемых параметров стабилизатора космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3» на активном участке траектории. В настоящее время для решения задач параметрического синтеза аналоговых и цифровых регуляторов нестационарных динамических объектов используется метод «замороженных коэффициентов», в соответствии с которым активный участок траектории полета разбивается на отдельные участки, на каждом из которых массовые, инерционные и геометрические характеристики ступени считаются неизменными, иными словами, в каждый отдельный момент времени считаются неизменными значения переменных во времени коэффициентов математической модели возмущенного движения ступени, а также значения возмущающих сил и моментов, действующих на ступень. Предполагается, что устойчивость ступени в каждый отдельный момент активного участка полета обеспечивает устойчивость полета на активном участке в целом. Данный метод, во-первых, не имеет строгого математического обоснования и, во-вторых, не в состоянии обеспечить непрерывно возрастающих требований к точности регуляторов. Изложенный в настоящей статье метод параметрического синтеза регуляторов нестационарных объектов основан на отыскании значений варьируемых параметров регулятора, доставляющих минимум интегральному квадратичному функционалу, вычисляемому на решениях математической модели замкнутой системы управления. При этом алгоритм параметрического синтеза включает целенаправленный выбор весовых коэффициентов функционала, а поиск минимума функционала осуществляется с помощью программного продукта Optimization Toolbox в среде MATLAB или продукта Minimize в среде MATHCAD. Предлагаемый метод параметрического синтеза стабилизатора позволяет повысить быстродействие замкнутой системы стабилизации и существенно снизить статическую ошибку бокового смещения центра масс. Проведено сравнительное исследование процессов стабилизации космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3» со штатным стабилизатором и стабилизатором, синтезированным с помощью предлагаемого метода, которое приводит к выводу о существенном повышении точности стабилизации космической ступени при использовании изложенного метода параметрического синтеза.

**Ключевые слова:** космическая ступень ракеты-носителя, активный участок полета, метод «замороженных коэффициентов», параметрический синтез стабилизатора, аддитивный интегральный квадратичный функционал.

*Т. Є. АЛЕКСАНДРОВА, І. В. КОСТЯНИК*

### **ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ СТАБІЛІЗАТОРА КОСМІЧНОЇ СТУПЕНІ С5М РАКЕТИ-НОСІЯ «ЦИКЛОН-3» НА АКТИВНІЙ ДІЛЯНКІ ТРАЄКТОРІЇ**

Розглядається задача вибору чисельних значень варійованих параметрів стабілізатора космічного ступеня С5М ракети-носія «Циклон-3» на активній ділянці траєкторії. В даний час для вирішення задач параметричного синтезу аналогових і цифрових регуляторів нестационарних динамічних об'єктів використовується метод «заморожених коефіцієнтів», відповідно до якого активна ділянка траєкторії польоту розбивається на окремі ділянки, на кожному з яких масові, інерційні і геометричні характеристики ступеню вважаються незмінними, іншими словами, в кожен окремих момент часу вважаються незмінними значення змінних в часі коефіцієнтів математичної моделі збуреного руху ступеня, а також значення сил, що обурюють і моментів, що діють на ступінь. Передбачається, що стійкість ступеню в кожен окремих момент активної ділянки польоту забезпечує стійкість польоту на активній ділянці в цілому. Даний метод, по-перше, не має строгого математичного обґрунтування і, по-друге, не в змозі забезпечити безперервно зростаючих вимог до точності регуляторів. Викладений в цій статті метод параметричного синтезу регуляторів нестационарних об'єктів заснований на знаходженні значень варійованих параметрів регулятора, що доставляють мінімум інтегрального квадратичного функціоналу, який обчислюється на рішеннях математичної моделі замкнутої системи управління. При цьому алгоритм параметричного синтезу включає цілеспрямований вибір вагових коефіцієнтів функціонала, а пошук мінімуму функціоналу здійснюється за допомогою програмного продукту Optimization Toolbox в середовищі MATLAB або продукту Minimize в середовищі MATHCAD. Запропонований метод параметричного синтезу стабілізатора дозволяє підвищити швидкість замкнутої системи стабілізації і істотно знизити статичну помилку бокового зміщення центру мас. Проведено порівняльне дослідження процесів стабілізації космічної ступені С5М ракети-носія «Циклон-3» зі штатним стабілізатором і стабілізатором, синтезованим за допомогою запропонованого методу, яке призводить до висновку про істотне підвищення точності стабілізації космічної ступені при використанні викладеного методу параметричного синтезу.

**Ключові слова:** космічна ступінь ракети-носія, активна ділянка польоту, метод «заморожених коефіцієнтів», параметричний синтез стабілізатора, адитивний інтегральний квадратичний функціонал.

*T. YE. ALEKSANDROVA, I. V. KOSTIANYK*

### **THE PARAMETRIC SYNTHESIS OF THE C5M COSMIC STAGE STABILIZER OF THE CYCLONE-3 CARRIER ROCKET IN THE ACTIVE PART OF TRAJECTORY**

The problem of choosing the numerical values of the variable parameters of the stabilizer of the C5M cosmic stage of the Cyclone-3 carrier rocket in the active part of the trajectory is considered. Currently, to solve the parametric synthesis problems of analog and digital regulators of non-stationary dynamic objects, the "frozen coefficients" method is used, according to which the active part of the flight trajectory is divided into separate sections, at each of which the mass, inertial and geometric characteristics of the stage are considered constant, in words, at each moment in time, the values of the coefficients of the coefficients of the mathematical model of the perturbed motion stage, as well as the value of disturbing forces and moments acting on the stage. It is assumed that the stability of the stage at each moment of the active part of the flight ensures the stability of the flight in the active area as a whole. This method, firstly, does not have a rigorous mathematical justification and, secondly, is not able to provide continuously increasing requirements for the accuracy of regulators. The method of parametric synthesis of regulators of non-stationary objects set out in this article is based on finding the values of the variable parameters of the regulator delivering a minimum to the integral quadratic functional calculated on the solutions of the mathematical model of a closed control system. In this case, the parametric synthesis algorithm includes a targeted choice of the functional weighting coefficients, and the minimum of the functional is searched for using the Optimization Toolbox software in the MATLAB or the Minimize software in the MATHCAD. The proposed method of parametric synthesis of the stabilizer allows to increase the speed of the closed stabilization system and significantly reduce the static error of the lateral displacement of the center of mass. A comparative research of the stabilization processes of the C5M cosmic stage of the Cyclone-3 carrier rocket with a standard stabilizer and a stabilizer synthesized by the proposed method leads to the

conclusion that the accuracy of the stabilization of the cosmic stage is significantly improved when using the above parametric synthesis method.

**Keywords:** the cosmic stage of the carrier rocket, the active phase of the flight, the "frozen coefficients" method, the parametric synthesis of the stabilizer, the additive integral quadratic functional.

**Введение и постановка задачи.** Название «космические ступени» (КС) объединяет орбитальные головные части (ОГЧ) боевых межконтинентальных баллистических ракет (МБР) и доразгонные блоки (ДБ) ракет-носителей (РН) космических аппаратов. Например, первые две ступени РН «Циклон-3» представляют собой МБР 8К69, в которой ОГЧ заменена третьей ступенью С5М, являющейся КС.

Значительная часть свободного полета КС проходит на высотах более 80 км. При движении с работающим маршевым жидкостным реактивным двигателем (ЖРД) стабилизация КС осуществляется реактивными силами, создаваемыми непрерывно путем поворота камеры сгорания ЖРД. При движении с неработающим маршевым двигателем на больших высотах – с использованием релейной реактивной системы, исполнительными органами которой являются реактивные двигатели малой тяги.

Важной особенностью КС является их небольшое удлинение, под которым понимают отношение длины КС к ее диаметру. Как правило, такие объекты характеризуются значительной собственной неустойчивостью. Поэтому, основной проблемой параметрического синтеза стабилизатора КС является обеспечение ее устойчивости на участках полета с работающим маршевым ЖРД.

Действительно, топливные баки КС С5М выполнены тороидальными со значительным диаметром (2,7 м) и сравнительно небольшой высотой (1,6 м), что обуславливает большую свободную поверхность и малую глубину жидкости. Для устранения дестабилизирующего влияния жидкости в баки горючего и окислителя С5М было установлено по 12 радиальных перегородок с закрепленными на них демпфирующими элементами. Введение дополнительных конструкций в баки неблагоприятно отражается на весовых и энергетических характеристиках КС [1].

Параметрический синтез стабилизаторов ступеней МБР и РН осуществляется с использованием метода «замороженных коэффициентов», в соответствии с которым активный участок траектории полета разбивается на отдельные участки, на каждом из которых массовые, инерционные и геометрические характери-

стики ступени считаются неизменными, иными словами, в каждый отдельный момент времени считаются неизменными («замороженными») значения переменных во времени коэффициентов математической модели возмущенного движения ступени, а также значения возмущающих сил и моментов, действующих на ступень. Предполагается, что устойчивость ступени в каждый отдельный момент активного участка полета обеспечивает устойчивость полета на активном участке в целом. Такое предположение ничем не обосновано, хотя на практике нередко приводит к положительным результатам.

В работе авторов [2] показано, что развитие методов современной теории управления, создание высокотехнологичной элементной базы систем автоматического управления и наличие высокоэффективных программных продуктов MATLAB и MATHCAD позволяет отказаться от метода «замороженных коэффициентов» при решении задач параметрического синтеза стабилизаторов МБР и РН, что приводит к повышению точности стабилизируемого полета. Идея, изложенного в [2] метода, состоит в отыскании значений варьируемых параметров стабилизатора, доставляющих минимум интегральному квадратичному функционалу, вычисляемому на решениях математической модели возмущенного движения ракеты вдоль активного участка траектории полета.

Целью настоящей статьи является демонстрация эффективности предполагаемого метода параметрического синтеза стабилизатора на примере космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3», эксплуатация которых с 1977 года успешно продолжается до настоящего времени [1, 3, 4, 11].

**Параметрический синтез стабилизатора КС С5М.** Математическая модель возмущенного движения КС С5М ракеты-носителя, «Циклон-3» приведена в работе [1].

С учетом мероприятий по дестабилизирующему влиянию жидкости на движение ступени, описанных во введении, влияние жидкости было практически исключено, что позволило представить математическую модель возмущенного движения ступени в канале рыскания в следующем виде [7, 10]

Таблица 1 – Значения коэффициентов математической модели (1)

$t, c$	$a'_{z\psi}, M \cdot c^{-1}$	$a_{z\psi}, M \cdot c^{-2}$	$a_{z\delta}, M \cdot c^{-2}$	$a'_{\psi\psi}, c^{-1}$	$a'_{\psi\delta}, c^{-2}$	$f_z(t), M \cdot c^{-2}$	$m_{\psi}, c^{-2}$
0	-0.0196	0	0.31	-0.012	-0.643	0	0
1	-0.0196	-16.2	0.313	-0.0114	-0.610	0.025	0.037
2	-0.0193	-16.4	0.316	-0.0107	-0.594	0.051	0.074
16	-0.0213	-17.7	0.338	-0.011	-0.612	0.048	0.070
32	-0.0245	-19.6	0.374	-0.0116	-0.640	0.052	0.074
48	-0.0285	-21.9	0.418	-0.0114	-0.640	0.056	0.080
64	-0.0334	-24.8	0.473	-0.0131	-0.694	0.061	0.087
80	-0.0355	-28.6	0.550	-0.0117	-0.744	0.067	0.099
96	-0.0525	-33.7	0.643	-0.0089	-0.505	0.071	0.104
112	-0.0678	-41.02	0.783	-0.008	-0.468	0.0834	0.133

$$\begin{aligned} \ddot{z}(t) &= a'_{z\psi}\dot{\psi}(t) + a_{z\psi}\psi(t) + a_{z\delta}\delta(t) + f_z(t); \\ \ddot{\psi}(t) &= a'_{\psi\psi}\dot{\psi}(t) + a_{\psi\delta}\delta(t) + m_{\psi}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z(t)$  – боковое смещение центра масс ступени относительно плоскости орбиты;  $\psi(t)$  – угол поворота продольной оси ступени относительно плоскости орбиты;  $\delta(t)$  – угол отклонения оси маршевого ЖРД от продольной оси ступени;  $f_z(t)$  – приведенная возмущающая сила, приложенная к центру масс ступени;  $m_{\psi}(t)$  – приведенный возмущающий момент, поворачивающий ступень относительно ее центра масс;  $a'_{z\psi}$ ,  $a_{z\psi}$ ,  $a_{z\delta}$ ,  $a'_{\psi\psi}$ ,  $a_{\psi\delta}$  – переменные во времени коэффициенты математической модели (1), значения которых приведены в табл. 1.

Математическая модель аналогового стабилизатора описывается уравнением [4, 6, 7, 12]

$$\delta(t) = k_z z(t) + k_z \dot{z}(t) + k_{\psi} \psi(t) + k_{\psi} \dot{\psi}(t), \quad (2)$$

где  $k_z, k_z, k_{\psi}$  и  $k_{\psi}$  – варьируемые параметры стабилизатора.

Дифференциальные уравнения (1) в совокупности с соотношением (2) образуют математическую модель возмущенного движения замкнутой системы стабилизации, характеристическое уравнение которой записывается в виде

$$\begin{aligned} s^4 - (a_{z\delta}k_z + a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta}k_{\psi})s^3 + \\ + (Mk_z - a_{\psi\delta}k_{\psi} - a_{z\delta}k_z)s^2 - \\ - (a_{z\psi}a_{\psi\delta}k_z - Mk_z)s - a_{\psi\delta}a_{z\psi}k_z = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Структурная схема замкнутой системы стабилизации (ЗСС) ракеты в канале рыскания приведена на рис. 1, где приняты следующие обозначения: ОС – объект стабилизации; АС<sub>z</sub> – автомат боковой стабилизации; АС<sub>ψ</sub> – автомат угловой стабилизации.

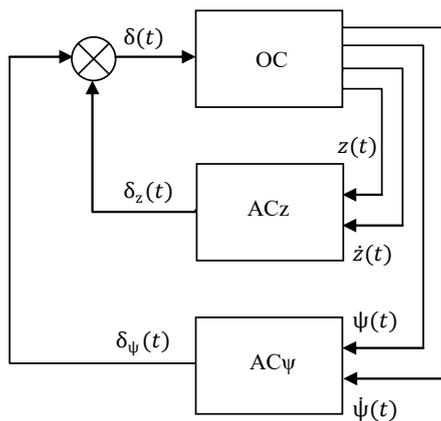


Рис. 1. Структурная схема ЗСС в канале рыскания

Анализ рис. 1 приводит к выводу, что схема содержит два замкнутых контура – внутренний контур боковой стабилизации и внешний контур угловой стабилизации, причем сигналы, формируемые АС<sub>z</sub> и АС<sub>ψ</sub>, записываются в виде

$$\delta_z(t) = k_z z(t) + k_z \dot{z}(t); \quad (4)$$

$$\delta_{\psi}(t) = k_{\psi} \psi(t) + k_{\psi} \dot{\psi}(t). \quad (5)$$

Разомкнем внешний контур обратной связи, положив в уравнении (3)  $k_{\psi} = k_{\psi} = 0$ . Тогда характеристическое уравнение замкнутого внутреннего контура принимает вид

$$\begin{aligned} s^4 - (a_{z\delta}k_z + a'_{\psi\psi})s^3 + (Mk_z - a_{z\delta}k_z)s^2 - \\ - (a_{z\psi}a_{\psi\delta}k_z - Mk_z)s - a_{\psi\delta}a_{z\psi}k_z = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $M = a_{z\delta}a'_{\psi\psi} - a_{\psi\delta}a'_{z\psi}$ .

В характеристическом уравнении (6) положим  $s = j\omega$ , выделим в полученном соотношении действительную и мнимую части, приравняем их нулю и запишем решение полученной системы двух алгебраических уравнений относительно варьируемых параметров:

$$k_z = \frac{(a_{z\delta}\omega^2 - a_{\psi\delta}a_{z\psi} - Ma'_{\psi\psi})\omega^4}{(a_{z\delta}\omega^2 - a_{\psi\delta}a_{z\psi})^2 + M^2\omega^2}; \quad (7)$$

$$k_z = \frac{-(a_{z\delta}\omega^2 - a_{\psi\delta}a_{z\psi})a'_{\psi\psi}\omega^2 + M\omega^4}{(a_{z\delta}\omega^2 - a_{\psi\delta}a_{z\psi})^2 + M^2\omega^2}. \quad (8)$$

Изменяя  $\omega$  от нуля до бесконечности, с помощью соотношений (7) и (8) построим границы области устойчивости замкнутой системы боковой стабилизации в плоскости варьируемых параметров ( $k_z, k_z$ ) для моментов полета  $t_1 = 1c$ ;  $t_2 = 64c$ ;  $t_3 = 112c$ , представленные на рис. 2. Пересечение этих областей

$$G_{kz} = G_{kz}(t_1) \cap G_{kz}(t_2) \cap G_{kz}(t_3) \quad (9)$$

заштриховано и образует множество допустимых значений варьируемых параметров  $k_z$  и  $k_z$  (рис. 2),

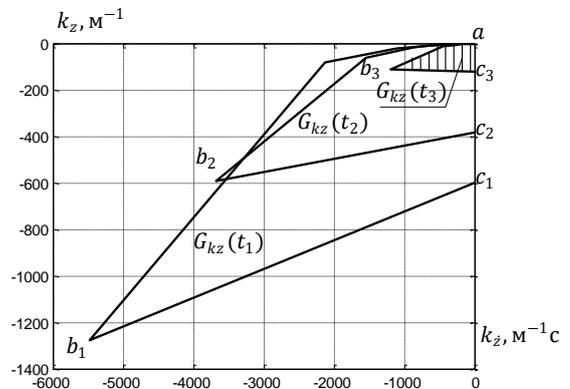


Рис. 2. Множество допустимых значений  $G_{kz}$  варьируемых параметров  $k_z$  и  $k_z$

а множество  $G_{kz}$  является замкнутым, как и каждая из составляющих его областей  $G_{kz}(t_i)$ . Точка  $a$  каждой из его областей  $G_{kz}(t_i)$  соответствует  $\omega_a = 0$ . Точка  $b$  соответствует значению частоты

$$\omega_b = \sqrt{\frac{a_{\psi\delta} a_{z\psi}}{a_{z\delta}}},$$

а точка  $c$  – значению частоты

$$\omega_c = \sqrt{\frac{a_{\psi\delta} a_{z\psi} + M a'_{\psi\psi}}{a_{z\delta}}}.$$

На множестве  $G_{kz}$  выбираем точку  $(k_z^0, k_z^0)$  и подставим в характеристическое уравнение (3)  $k_z = k_z^0 = -50\text{м}^{-1}$  и  $k_z = k_z^0 = -5\text{м}^{-1} \cdot \text{с}$ , произведем в полученном соотношении замену  $s = j\omega$  и получим соотношения для построения границы области устойчивости замкнутой системы (1), (2) в плоскости варьируемых параметров  $(k_\psi, k_\psi)$ :

$$k_\psi = \frac{1}{a_{\psi\delta} \omega^2} \cdot [-\omega^4 + (Mk_z^0 - a_{z\delta} k_z^0) \omega^2 + a_{\psi\delta} a_{z\psi} k_z^0]; \quad (10)$$

$$k_\psi = \frac{1}{a_{\psi\delta} \omega^2} \cdot [-(a_{z\delta} k_z^0 + a'_{\psi\psi}) \omega^2 + (a_{\psi\delta} a_{z\psi} k_z^0 - M_{\psi\delta} k_z^0)]. \quad (11)$$

На рис. 3 представлены области устойчивости замкнутой системы  $G_{k\psi}(t_i), i = 1, 2, 3$  в плоскости  $(k_\psi, k_\psi)$ , пересечение которых

$$G_{k\psi} = G_{k\psi}(t_1) \cap G_{k\psi}(t_2) \cap G_{k\psi}(t_3) \quad (12)$$

представляет собой заштрихованное множество допустимых параметров  $k_\psi$  и  $k_\psi$ .

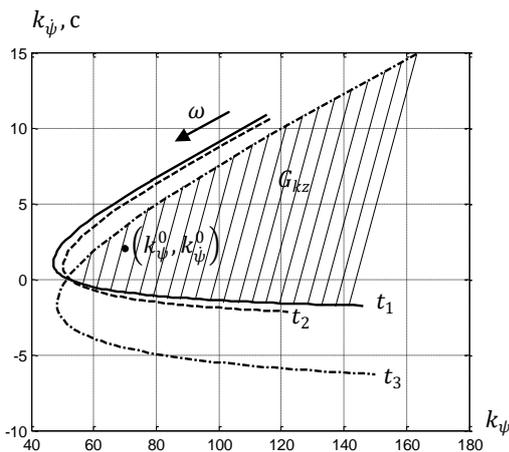


Рис. 3. Множество допустимых значений  $G_{k\psi}$  варьируемых параметров  $k_\psi$  и  $k_\psi$

На множестве  $G_{k\psi}$  выберем точку  $(k_\psi^0, k_\psi^0)$  и построим стабилизируемые процессы замкнутых систем (1), (2) с переменными во времени параметрами при

$k_z = k_z^0 = -50\text{м}^{-1}$ ,  $k_z = k_z^0 = -5\text{м}^{-1} \cdot \text{с}$ ,  $k_\psi = k_\psi^0 = 70$ ,  $k_\psi = k_\psi^0 = 2\text{с}$ , приведенные на рис. 4.

Анализ процессов стабилизации, приведенных на рис. 4, показывает наличие значительной статической ошибки. Эта ошибка является максимально возможной и обусловлена предположением о том, что внешние возмущения являются максимально допустимыми и однонаправленными. В реальных условиях сила и направление ветра в верхних слоях атмосферы непрерывно изменяются, поэтому реальная статическая ошибка стабилизации корпуса космической ступени во много раз меньше, чем полученная оценка при использовании принципа минимакса [8].

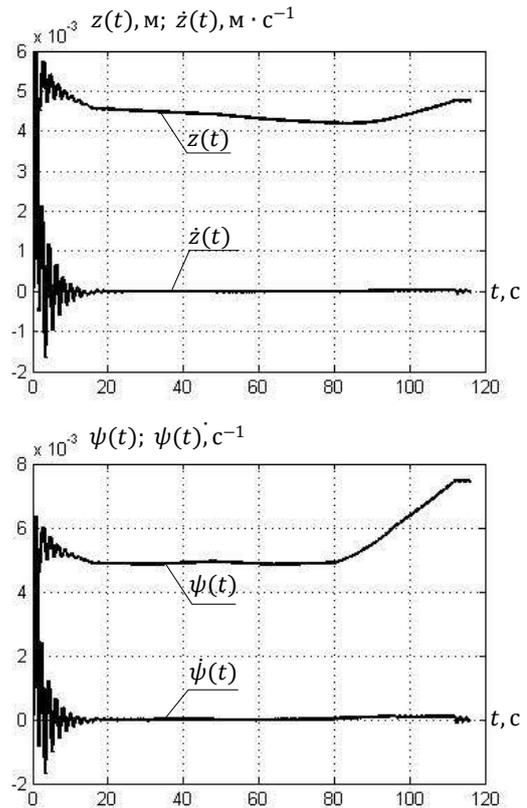


Рис. 4. Процессы стабилизации соответствующие стартовой точке  $K^0$

Возрастание статической ошибки стабилизации КС, наблюдаемое после 80 с активной фазы полета ступени, обусловлено возрастанием величин приведенных возмущений  $f_z(t)$  и  $m_\psi(t)$ , причем это происходит вследствие уменьшения массы и момента инерции КС за счет расхода горючего и окислителя.

Точность стабилизации КС количественно можно оценивать величиной интегрального квадратичного функционала

$$I(K) = \int_0^T [a_1^2 z^2(t) + a_2^2 \dot{z}^2(t) + a_3^2 \psi^2(t) + a_4^2 \dot{\psi}^2(t)] dt, \quad (13)$$

вычисляемого на решениях математической модели (1), (2). Весовые коэффициенты функционала (13) подлежат выбору в соответствии с формулами [2, 9]:

$$a_1 = \frac{z_{max}}{I_z^* \left( \frac{z_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\psi_{max}^2}{I_\psi^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{I_\psi^*} \right)} \quad (14)$$

$$a_2 = \frac{\dot{z}_{max}}{I_z^* \left( \frac{z_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\psi_{max}^2}{I_\psi^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{I_\psi^*} \right)} \quad (15)$$

$$a_3 = \frac{\psi_{max}}{I_\psi^* \left( \frac{z_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\psi_{max}^2}{I_\psi^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{I_\psi^*} \right)} \quad (16)$$

$$a_4 = \frac{\dot{\psi}_{max}}{I_\psi^* \left( \frac{z_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{max}^2}{I_z^*} + \frac{\psi_{max}^2}{I_\psi^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{I_\psi^*} \right)} \quad (17)$$

где  $z_{max}$ ,  $\dot{z}_{max}$ ,  $\psi_{max}$ ,  $\dot{\psi}_{max}$  – максимальные значения соответствующих переменных в переходном процессе. Из рассмотрения рис. 4 можно положить:  $z_{max} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $\dot{z}_{max} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $\psi_{max} = 8 \cdot 10^{-3}$ ;  $\dot{\psi}_{max} = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

Через  $I_z^*$ ,  $I_z^*$ ,  $I_\psi^*$  и  $I_\psi^*$  в соотношениях (14)–(17) обозначены минимальные значения частных функционалов

$$I_z(K) = \int_0^T z^2(t) dt, \quad (18) \quad I_z(K) = \int_0^T \dot{z}^2(t) dt, \quad (19)$$

$$I_\psi(K) = \int_0^T \psi^2(t) dt, \quad (20) \quad I_\psi(K) = \int_0^T \dot{\psi}^2(t) dt, \quad (21)$$

вычисляемых на решениях математической модели (1), (2).

В соотношениях (13), (18)–(21) через  $T$  обозначена продолжительность активного участка полета, значение которой для ступени С5М составляет  $T = 116 \text{ с}$ , а через  $K$  – вектор варьируемых параметров стабилизатора

$$K = [k_z, k_{\dot{z}}, k_\psi, k_{\dot{\psi}}], \quad (22)$$

принадлежащий множеству  $G_k$ , представляющего собой объединение множеств  $G_{kz}$  и  $G_{k\psi}$

$$K \in G_k = G_{kz} \cup G_{k\psi}. \quad (23)$$

Для отыскания минимальных значений частных функционалов на множестве  $G_k$  целесообразно использовать программные продукты Optimization Toolbox в среде MATLAB или Minimize в среде MATHCAD. В качестве стартовой выберем точку

$$K^0 = [k_z^0, k_{\dot{z}}^0, k_\psi^0, k_{\dot{\psi}}^0] \in G_k = G_{kz} \cup G_{k\psi}.$$

В результате получаем  $I_z^* = 2,466 \cdot 10^{-5} \text{ м} \cdot \text{с}$ ;  $I_z^* = 2,520 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $I_\psi^* = 3,340 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ;  $I_\psi^* = 2,901 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ .

Подставляя полученные величины в соотношения (14)–(17), получаем значения весовых коэффициентов аддитивного функционала (13):  $a_1 = 49,16$ ;  $a_2 = 58,06$ ;  $a_3 = 0,51$ ;  $a_4 = 46,80$ .

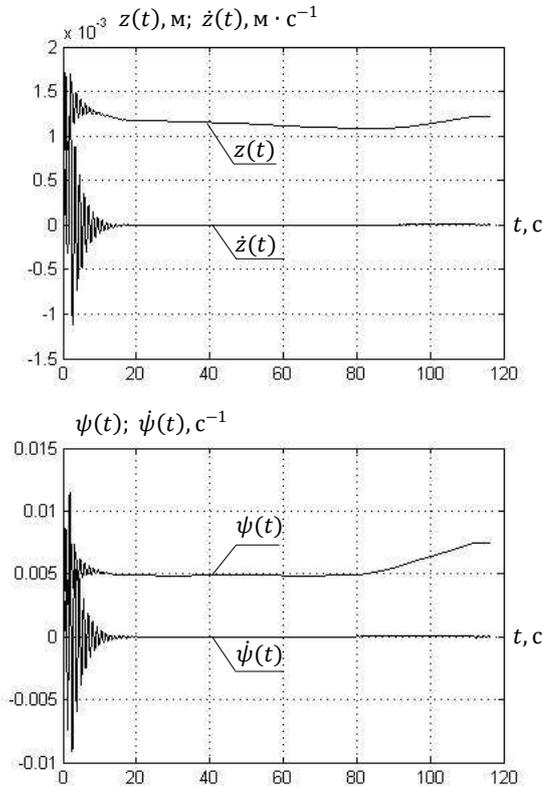


Рис. 5. Процессы стабилизации соответствующие оптимальной точке  $K^*$

Последним этапом решения задачи параметрического синтеза является выбор значений варьируемых параметров стабилизатора

$$K^* = [k_z^*, k_{\dot{z}}^*, k_\psi^*, k_{\dot{\psi}}^*] \in G_k = G_{kz} \cup G_{k\psi},$$

доставляющих минимум аддитивному функционалу (13) на активном участке полета ступени.

В работе [5] показано, что минимум функционала (13) на множестве  $G_k$  является единственным. Значения варьируемых параметров стабилизатора составляют:  $k_z^* = -190,02 \text{ м}^{-1}$ ;  $k_{\dot{z}}^* = -19,51 \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}$ ;  $k_\psi^* = 69,23$ ;  $k_{\dot{\psi}}^* = 0,01 \text{ с}$ .

Процессы стабилизации, соответствующие полученным значениям варьируемых параметров стабилизатора, приведены на рис. 5.

Сравнение процессов, приведенных на рис. 4 и рис. 5, приводит к выводу о том, что предлагаемый метод параметрического синтеза стабилизатора позволяет повысить быстродействие замкнутой системы стабилизации и существенно снизить статическую ошибку бокового смещения центра масс. Так, процессы успокоения КС после её отделения сократились в среднем на 25 % и не превышают 10 с. Статическая ошибка бокового смещения КС не превышает  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$  по сравнению с  $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , соответствующему

стартовой точке. Если значение функционала (13) в точке  $K^0 \in G_k$  составляет  $I(K^0) = 5,7$  с, то в точке  $K^* \in G_k$  оно составляет  $I(K^*) = 0,725$  с.

**Выводы.** Предлагаемый в работе метод параметрического синтеза стабилизаторов космических ступеней МБР и РН основан на вычислении значений аддитивного интегрального квадратичного функционала, являющегося количественной оценкой точности стабилизации, с последующим отысканием весовых коэффициентов и использованием программных продуктов Optimization Toolbox и Minimize для отыскания значений варьируемых констант алгоритма стабилизации, доставляющих минимум интегральному квадратичному функционалу. На примере космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3» показано, что решение задачи параметрического синтеза стабилизатора с помощью изложенного метода позволяет до 25 % повысить быстродействие и в несколько раз увеличить точность процессов стабилизации КС.

#### Список литературы

- Игдалов И. М., Кучма Л. Д., Поляков Н. В., Шептун Ю. Д. *Ракета как объект управления*. Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2004. 544 с.
- Александрова Т. Е., Костяник И. В. К задаче параметрического синтеза стабилизатора нестационарного объекта. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Транспортне машинобудування*. Харьков: НТУ «ХПИ». 2018. № 29(1301). С. 3–6.
- Котович В. И. *НПП «Хартрон-Аркос». Хроника дат и событий 1959–2012 гг.* Харьков: Хартрон–Аркос, 2012. 259 с.
- Игдалов И. М., Кучма Л. Д., Поляков Н. В., Шептун Ю. Д. *Динамическое проектирование ракет*. Днепропетровск: ДГУ, 2010. 264 с.
- Александрова Т. Е. О единственности решения задачи параметрического синтеза линейной динамической системы с интегральным квадратичным критерием оптимальности. *Системи обробки інформації*. Харьков: ХУПС, 2013. Вип. 7(114). С. 116–120.
- Александров Е. Е., Козлов Е. П., Кузнецов Б. И. *Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Том 2. Автоматичне керування рухом літальних апаратів*. Харків: НТУ «ХПИ», 2006. 528 с.
- Айзенберг Я. Е., Сухоробрий В. Г. *Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов*. М.: Машиностроение, 1986. 224 с.
- Кунцевич В. М. *Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации*. К.: Наукова думка, 2006. 264 с.
- Александров Е. Е., Александрова Т. Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации. *Артиллерийское и стрелковое вооружение*. 2004. № 2. С. 23–26.
- Рабинович Б. И. *Введение в динамику ракет-носителей космических аппаратов*. М.: Машиностроение, 1975. 274 с.
- Игдалов И. М., Кучма Л. Д., Поляков М. В., Шептун Ю. Д. *Ракети-носії і космічні ступені ракет як об'єкти керування*. Дніпропетровськ: АРТ-ПРЕСС, 2004. 564 с.
- Колесников К. С. *Динамика ракет*. М.: Машиностроение, 1980. 376 с.

#### References (transliterated)

- Igdalov I. M., Kuchma L. D., Polyakov N. V., Sheptun Yu. D. *Raketa kak ob'ekt upravleniya* [Rocket as an object of control]. Dnepropetrovsk, ART-PRESS Publ., 2004. 544 p.
- Aleksandrova T. E., Kostyanik I. V. K zadache parametrycheskoho synteza stabylyzatora nestatsyonarnoho ob'ekta [On the problem of parametric synthesis of a stabilizer of a non-stationary object]. *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya: Transportne mashynobuduvannya [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Transport engineering]. Khar'kov, NTU «KhPI» Publ., 2018, no. 29(1301), pp. 3–6.
- Kotovych V. I. *NPP «Khartron-Arkos». Khronika dat i sobytyi 1959–2012 gg* [NPP "Hartron-Arkos". Chronicle of dates and events 1959 - 2012]. Khar'kov, Khartron–Arkos Publ., 2012. 259 p.
- Igdalov I. M., Kuchma L. D., Polyakov N. V., Sheptun Yu. D. *Dinamicheskoye proyektirovaniye raket* [Dynamic design of rockets]. Dnepropetrovsk, DGU Publ., 2010. 264 p.
- Aleksandrova T. E. O yedinstvennosti resheniya zadachi parametrycheskoho synteza lineynoy dynamicheskoy sistemy s integral'nym kvadratichnym kriteriyem optimal'nosti [On the uniqueness of the solution of the problem of parametric synthesis of a linear dynamical system with an integral quadratic optimality criterion]. *Sistemi obrobki informatsii* [Processing Systems Information]. Khar'kov, KHUPS Publ., 2013, issue 7(114), pp. 116–120.
- Aleksandrov Ye. Ye., Kozlov E. P., Kuznyeczov B. I. *Avtomatychne keruvannya ruhomymy ob'ektamy i tehnologichnymy procesamy. Tom 2. Avtomatychne keruvannya ruhom litalnyh aparativ* [Automatic control of moving objects and technological processes. Volume 2. Automatic control of the movement of aircraft]. Kharkiv, NTU «KhPI», 2006. 528 p.
- Ayzenberg YA. Ye., Sukhorebryy V. G. *Proyektirovaniye sistem stabilizatsii nositeley kosmicheskikh apparatov* [Designing systems for stabilization of spacecraft carriers]. M.: Mashinostroyeniye Publ., 1986. 224 p.
- Kuntsevich V. M. *Upravlenie v usloviyah neopredelenosti: garantirovannyye rezultaty v zadachah upravleniya i identifikatsii* [Management under uncertainty: guaranteed results in management and identification tasks]. K. Naukova dumka, 2006. 264 p.
- Aleksandrov E. E., Aleksandrova T. E. *Vyibor optimiziruемого funktsionala v zadachah parametrycheskoho synteza sistem stabilizatsii* [Selection of an optimized functional in problems of parametric synthesis of stabilization systems]. *Artillyeriyskoe i strelkovoe vooruzhenie* [Artillery and small arms]. 2004, no. 2, pp. 23–26.
- Rabinovich B. I. *Vvedeniye v dinamiku raket-nositeley kosmicheskikh apparatov* [Introduction to the dynamics of launch vehicles of spacecraft]. M.: Mashinostroyeniye Publ., 1975. 274 p.
- Igdalov Y. M., Kuchma L. D., Polyakov M. V., Sheptun YU. D. *Rakety-nosiyi i kosmichni stupeni raket yak ob'yekty keruvannya* [Rocket carriers and space stages of missiles as objects of control]. Dnepropetrovsk: ART-PRESS Publ., 2004. 564 p.
- Kolesnikov K. S. *Dinamika raket* [Dynamics of rockets]. M.: Mashinostroyeniye Publ., 1980. 376 p.

Поступила (received) 05.09.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Александрова Тетяна Євгенівна (Александрова Татьяна Евгеньевна, Aleksandrova Tetiana Yevhenivna)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Системний аналіз та інформаційно-аналітичні технології»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9596-0669>; e-mail: [aleksandrova.t.ye@gmail.com](mailto:aleksandrova.t.ye@gmail.com)

**Костяник Ірина Віталіївна (Костяник Ирина Витальевна, Kostianyk Iryna Vitaliivna)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин» імені О. О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0289-2869>; e-mail: [kostyanik-irina@ukr.net](mailto:kostyanik-irina@ukr.net)