

Т. Д. ГУЦОЛ

ВЛИЯНИЕ НА ПУЛЬСИРУЮЩИЙ КРОВОТОК ЖИВОТНЫХ СОБСТВЕННЫХ И ВНЕШНИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Рассмотрена теоретическая модель кровотока в крупных кровеносных сосудах животных, которая учитывает воздействие электромагнитных полей на форменные элементы крови, как созданных самим кровотоком, так и существующих в окружающей среде. Кровеносные сосуды представлены в виде однородных цилиндрических каналов с жесткими стенками, а кровь – в виде ньютоновской жидкости. Решение уравнения Навье-Стокса проведено в предположении, что пульсации давления имеют форму прямоугольных импульсов. Для учета дополнительного воздействия на кровоток внешнего электромагнитного поля в уравнение добавлено слабое, которое описывает его влияние на заряд и ток крови. Показано, что основной вклад в это воздействие оказывает магнитная составляющая поля. Исследован характер поведения появляющейся в этом случае радиальной составляющей скорости кровотока, а также изменение его продольной составляющей. Показано, что радиальная составляющая скорости имеет комплексную амплитуду. Приближение частоты падающего электромагнитного поля к частоте пульсаций давления приводит к резкому увеличению радиальной составляющей и возможному оседанию форменных элементов крови на стенках сосуда. Одновременно с появлением радиальной составляющей крови меняется и продольная составляющая. Численный анализ зависимости продольной и радиальной составляющей кровотока показал их существенную зависимость от частоты внешнего электромагнитного поля, которая имеет резонансный характер. Возрастание скоростей наступало на частотах равных частоте пульсаций кровотока или ее гармоник. Одновременно возникает предположение о том, что такой же эффект можно ожидать, если на кровь будет воздействовать сверхвысокочастотное поле, модулированное сверхнизкими частотами, что возможно, учитывая способность крови в сосудах осуществлять функцию детектирования.

Ключевые слова: кровоток, внешние электромагнитные поля, уравнение Навье-Стокса, пульсация крови, составляющие скорости, резонансные явления.

Т. Д. ГУЦОЛ

ВПЛИВ НА ПУЛЬСУЮЧУ ТЕЧІЮ КРОВІ ТВАРИН ВЛАСНИХ І ЗОВНІШНІХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ

Розглянута теоретична модель кровотоку у великих кровоносних судинах тварин, яка враховує вплив електромагнітних полів на форменні елементи крові, як створених самим кровотоком, так і існуючих у навколишньому середовищі. Кровоносні судини представлені у вигляді однорідних циліндричних каналів з жорсткими стінками, а кров – у вигляді ньютонівської рідини. Рішення рівняння Нав'є-Стокса проведено в припущенні, що пульсації тиску мають форму прямокутних імпульсів. Для обліку додаткового впливу на кровотік зовнішнього електромагнітного поля в рівняння додано доданок, який описує його вплив на заряд і струм крові. Показано, що основний внесок в цей вплив робить магнітна складова поля. Досліджено характер поведінки радіальної складової швидкості кровотоку, що з'являється в цьому випадку, а також зміна його поздовжньої складової. Показано, що радіальна складова швидкості має комплексну амплітуду. Наближення частоти падаючого електромагнітного поля до частоти пульсації тиску призводить до різкого збільшення радіальної складової і можливого осідання формених елементів крові на стінках судин. Одночасно з появою радіальної складової крові змінюється і поздовжня складова. Чисельний аналіз залежності поздовжньої і радіальної складової кровотоку показав їх суттєву залежність від частоти зовнішнього електромагнітного поля, яка має резонансний характер. Зростання швидкостей наступало на частотах рівних частоті пульсації кровотоку або її гармонік. Одночасно виникає припущення про те, що такий же ефект можна очікувати, якщо на кров буде впливати надвисоко частотне поле, модульоване наднизькими частотами, що можливо, з огляду на здатність крові в судинах здійснювати функцію детектування. Це досить правдоподібно, оскільки мембранні структури клітин, в тому числі і клітин еритроцитів, володіють такими властивостями.

Ключові слова: течія крові, зовнішні електромагнітні поля, рівняння Нав'є-Стокса, пульсація крові, складові швидкості, резонансні явища

T. D. HUTSOL

INFLUENCE ON PULSING BLOOD OF ANIMALS BY OWN AND EXTERNAL ELECTROMAGNETIC FIELDS

A theoretical model of blood flow in large blood vessels of animals is considered, which takes into account the effect of electromagnetic fields on the formed elements of the blood, both those created by the bloodstream itself and those existing in the environment. Blood vessels are presented in the form of uniform cylindrical channels with rigid walls, and blood – in the form of Newtonian fluid. The solution of the Navier-Stokes equation is carried out under the assumption that the pressure pulsations have the shape of rectangular pulses. To account for the additional effects on the blood flow of an external electromagnetic field, a term was added to the equation that describes its effect on the charge and flow of blood. It is shown that the main contribution to this effect is made by the magnetic component of the field. The nature of the behavior of the radial component of the blood flow velocity appearing in this case, as well as the change of its longitudinal component, is investigated. It is shown that the radial component of velocity has a complex amplitude. The approximation of the frequency of the incident electromagnetic field to the frequency of pressure pulsations leads to a sharp increase in the radial component and the possible sedimentation of blood corpuscles on the vessel walls. Simultaneously with the appearance of the radial component of the blood, the longitudinal component also changes. Numerical analysis of the dependence of the longitudinal and radial components of the blood flow showed their substantial dependence on the frequency of the external electromagnetic field, which has a resonant character. The increase in velocity occurred at frequencies equal to the frequency of the pulsations of the blood flow or its harmonics. At the same time, there is an assumption that the same effect can be expected if the blood is affected by a microwave field modulated by ultra-low frequencies, which is possible, given the ability of blood in the vessels to perform the detection function.

Keywords: blood flow, external electromagnetic fields, Navier–Stokes equation, blood pulsation, velocity components, resonance phenomena.)

Введение. Одним из существенных вопросов при изучении физиологического портрета человека и животного являются вопросы динамики крови. Это по-

служило причиной появления достаточного количества работ, посвященных данной проблеме. Однако многие из них ограничиваются рассмотрением лишь

© Т. Д. Гуцол, 2018

стационарного случая. Это значительно сужает применение полученных результатов для оценки явлений, связанных с воздействием на кровотоки внешних периодически изменяющихся факторов, таких, как электромагнитные поля.

Постановка задачи. Рассмотрим однородный цилиндрический канал с жесткими стенками радиуса R и длины L . Канал заполнен кровью, которую мы будем рассматривать как ньютоновскую жидкость [1–3]. На входе канала действует периодический источник давления. В этом случае движение ньютоновской жидкости может быть описано с помощью уравнения Навье–Стокса [4–6]:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1)$$

где \mathbf{v} – скорость кровотока;
 P – приложенное на входе канала давление;
 ρ – плотность крови;
 η – вязкость крови.

Уравнение (1) является нелинейным, однако тот факт, что движение крови в сосудах является ламинарным, дает возможность линеаризировать задачу. Кроме того, ламинарность потока приводит к тому, что скорость \mathbf{v} имеет лишь одну компоненту v_z .

С учетом сказанного выше, а также принимая во внимание осесимметричность задачи ($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$), получим уравнение для v_z в цилиндрической системе координат в виде:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} - \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta P}{L}, \quad (2)$$

где ΔP – перепад давления в кровотоке между концом и началом кровеносного сосуда заданной длины L ;

ν – кинематическая вязкость, равная η/ρ .

По своему характеру выражение (2) является неоднородным дифференциальным уравнением с однородными начальными и граничными условиями:

$$v_z(r, 0) = 0; \quad v_z(R, t) = 0. \quad (3)$$

Правая часть уравнения (2) содержит величину ΔP , представляющую собой перепад давления ΔP_0 в кровеносном сосуде и имеющую импульсный характер.

Обозначим длительность импульсов t_2 и период повторения – t_1 . Тогда

$$\frac{t_2}{t_1} = \theta.$$

Методы исследования. Для решения уравнения (2) разложим функцию $\Delta P(t)$ в ряд Фурье по косинусам и воспользуемся методом разделения переменных. Для этого положим

$$v_z = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r) T_n(t). \quad (4)$$

С учетом вышесказанного, выражение для про-

дольной составляющей скорости кровотока v_z имеет вид:

$$v_z = \frac{2\pi \Delta P_0}{\rho L} \frac{J_0(\alpha_1^{(0)} r)}{\mu_1^{(0)} J_1(\mu_1^{(0)})} \left\{ \frac{\theta}{v(\alpha_1^{(0)})^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^3 \frac{\sin k\pi\theta}{k} \frac{1}{\frac{1}{k\bar{l}} \sin k\bar{l}t + \left(\frac{1}{k\bar{l}}\right)^2 v(\alpha_1^{(0)})^2 \cos k\bar{l}t} \right\}. \quad (5)$$

Здесь J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода;

$$\alpha_1^{(0)} = \frac{\mu_1^{(0)}}{R};$$

$\mu_1^{(0)} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\nu}} R$ – корень функции Бесселя нулевого порядка;

λ_1 – собственное значение уравнения, определяющего $R_n(r)$;

$$l = \frac{2\pi}{t_1}.$$

Поскольку рассматривалось решение при $t \rightarrow \infty$, то переходные процессы в расчет не принимались. Вычисление $T_n(t)$ дает быстро сходящиеся ряды, поэтому для описания процессов, происходящих при движении крови, можно ограничиться первыми двумя-тремя гармониками разложения $\Delta P(t)$. Что касается разложения по собственным функциям, то здесь достаточно взять $n = 1$. При $n > 1$ непосредственная подстановка корней функции Бесселя нулевого порядка и наиболее характерных размеров кровеносных сосудов в выражение для $T_n(t)$ показывает пренебрежимо малость $T_2(t)$, $T_3(t)$ и т.д. по сравнению с $T_1(t)$.

Первое слагаемое в фигурных скобках соответствует движению крови при постоянном давлении на входе кровеносного сосуда. Второе слагаемое дает поправку, связанную с пульсацией крови. Его появление означает, что профиль скоростей кровотока будет совершать периодические колебания около среднего значения с некоторой частотой.

Полученный результат указывает на возможность возникновения в пульсирующем кровотоке явлений резонансного характера. Они могут возникнуть, в частности, под влиянием силы соответствующей частоты, вызванной внешним электромагнитным полем, промодулированным с частотой пульсации давления. Одним из следствий этого будет увеличение скорости кровотока и возможность столкновения форменных элементов крови, несущих электрический заряд.

Вместе с тем, анализ выражения для v_z дает возможность связать значение этой величины с величиной диаметра сосуда. Так, в сосудах с малым сечением, колебания скорости будут определяться слагаемым с $\cos k\bar{l}t$, а в сосудах с большим поперечным сечением – с $\sin k\bar{l}t$.

Рассмотрим теперь кровоток под воздействием внешнего электромагнитного поля, которое характеризуется частотой ω и амплитудами векторов \mathbf{E}_0 и \mathbf{H}_0 . В этом случае уравнение Навье–Стокса приобретает несколько иной вид [7, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \mathbf{f} + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{v}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ξ – второй коэффициент вязкости.

Сила \mathbf{f} выражает действие электромагнитного поля на связанные со средой заряд, ток и равна

$$\mathbf{f} = \rho_e \mathbf{E} + \mu_0 [\mathbf{J}, \mathbf{H}], \quad (7)$$

где ρ_e – объемная плотность заряда;

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м};$$

\mathbf{J} – плотность тока.

Считая, как и выше, кровь несжимаемой жидкостью, а ее течение ламинарным, а также то, что основное воздействие на кровь будет оказывать внешнее магнитное поле, преобразуем (6) к виду:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu_0}{\rho} [\mathbf{J}, \mathbf{H}], \quad (8)$$

где $\mathbf{J} = eNv_0$ – плотность тока эритроцитов;

e – заряд одиночного эритроцита;

N – количество эритроцитов в единице объема;

v_0 – скорость кровотока без внешнего поля.

Уравнение (8) может быть представлено в виде трех скалярных уравнений, описывающих радиальную, азимутальную и продольную составляющие скорости. Интерес представляют радиальная и продольная составляющие. Таким образом, задача сводится к решению двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} - \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] = \\ = \frac{eN\mu_0}{\rho} v_{0z} [\vec{e}_z^0, \mathbf{H}]_r; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_z}{\partial t} - \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] = \\ = \frac{eN\mu_0}{\rho} v_{0z} [\vec{e}_z^0, \mathbf{H}]_z + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta P}{L}. \end{aligned} \quad (10)$$

Определим радиальную составляющую скорости. При решении задачи необходимо рассмотреть два случая: вектор \mathbf{H} направлен вдоль оси сосуда, и случай, когда вектор \mathbf{H} направлен перпендикулярно этой оси. Линейная комбинация этих двух случаев даст возможность рассмотреть произвольную ориентацию вектора магнитного поля.

Если имеется лишь продольная составляющая вектора \mathbf{H} то правая часть уравнения (9) равна нулю. Оно описывает при этом возможные собственные

колебания системы в поперечном сечении сосуда, вызванные стохастическими процессами. Однако наличие вязкости в крови приведет к быстрому затуханию таких колебаний.

Рассмотрим случай поперечного вектора \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = H_r \mathbf{e}_r^0 + H_\varphi \mathbf{e}_\varphi^0 \quad (11)$$

В предположении однородности магнитного поля вдоль оси сосуда, решение уравнения (9) имеет вид:

$$\begin{aligned} v_r = -\frac{2eN\mu_0 H_{0\varphi} \Delta P_0}{\rho^2 L \mu_1^{(0)} J_1(\mu_1^{(0)})} \times \\ \times \left\{ \frac{\theta}{v(\alpha_1^{(0)})^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^3 \frac{\sin k\pi\theta}{k \left[1 + \frac{v(\alpha_1^{(0)})^2}{kl} \right]^2} \times \right. \\ \times \left[\frac{1 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega] \sin klt - kl \cos klt}{[v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]^2 + k^2 l^2} + \right. \\ \left. \left. + \frac{v(\alpha_1^{(0)})^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega] \cos klt + kl \sin klt}{k^2 l^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]^2 + k^2 l^2} \right] \right\} \\ \times J_0(\alpha_1^{(0)} r) e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $H_{0\varphi}$ – амплитуда азимутальной составляющей магнитного поля.

Как видно из (12), радиальная составляющая скорости имеет комплексную амплитуду. Ее действительная часть определяется амплитудой и частотой пульсаций давления в кровотоке при отсутствии внешнего электромагнитного поля, мнимая часть – действием на кровоток внешнего ЭМП с частотой ω .

Результаты моделирования. Анализ полученного выражения показывает, что величина $v_r(t)$ будет незначительна при достаточно больших частотах ω . Однако приближение частоты падающего электромагнитного поля к частоте пульсаций кровотока или к одной из ее гармоник должно приводить к резкому увеличению амплитуды v_r , то есть к резонансным явлениям. Это может в свою очередь резко увеличить возможность образования тромбов и других нежелательных явлений. Уменьшение частоты до нуля вновь сделает v_r незначительной и равной постоянной величине.

Оценим теперь влияние продольного и поперечного вектора \mathbf{H} на продольную составляющую скорости кровотока. Для этого решим уравнение (10). Воспользовавшись условием равенства дивергенции нулю, приходим к выражению:

$$v_z = -\frac{2eN\mu_0 H_{0\varphi} \Delta P_0 z}{\rho^2 LR J_1(\mu_1^{(0)})} \times \left\{ \frac{\theta}{v(\alpha_1^{(0)})^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^3 \frac{\sin k\pi\theta}{k \left[1 + \frac{v(\alpha_1^{(0)})^2}{kl} \right]^2} \times \left[\frac{1}{kl} \frac{[v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega] \sin klt - kl \cos klt}{[v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]^2 + k^2 l^2} + \frac{v(\alpha_1^{(0)})^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega] \cos klt + kl \sin klt}{k^2 l^2 [v(\alpha_1^{(0)})^2 + i\omega]^2 + k^2 l^2} \right] \right\} \times J_1(\alpha_1^{(0)} r) e^{i\omega t}, \quad (13)$$

где v_z меняется в пределах длины L данного сосуда.

Таким образом, после появления внешнего электромагнитного поля, вектор \mathbf{H} которого направлен перпендикулярно оси сосуда, в продольной составляющей скорости появляется добавка, определяемая выражением (13).

Выводы. Анализ зависимости v_z и v_r от частоты внешнего электромагнитного поля показал их резонансный характер. Возрастание скоростей наступало на частотах равных частоте пульсаций кровотока или ее гармоник. Одновременно возникает предположение о том, что такой же эффект можно ожидать, если на кровь будет воздействовать СВЧ поле, модулированное сверхнизкими частотами, что возможно при способности крови в сосудах осуществлять функцию детектирования [9–12].

Список литературы

1. Бейер В. А. *Краткое пособие по гематологии*. Ленинград: Медицина, 1973. 231 с.
2. Волкова С. А., Боровков Н. Н. *Основы клинической гематологии: учебное пособие*. Нижний Новгород: Нижегородская государственная медицинская академия, 2013. 400 с.
3. *Гемостаз. Физиологические механизмы, принципы диагностики основных форм геморрагических заболеваний* / ред. Петрищева Н. Н., Папаян Л. П. Санкт-Петербург:

- Государственный медицинский ун-т им. акад. И. П. Павлова, 1999. 104 с.
4. Бэтчеллер Дж. *Введение в динамику жидкостей*. Москва: Мир, 1973. 757 с.
5. Смайлов С. А., Кувшинов К. А. *Механика жидкости и газа: учебное пособие*. Томск: Томский политехн. ун-т, 2012. 12 с.
6. Жуков Н. П. *Гидрогазодинамика: учебное пособие*. Тамбов: ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2011. 92 с.
7. Куликовски А. Г., Любимов Г. А. *Магнитная гидродинамика*. Москва: ФизматГИЗ, 1962. 150 с.
8. Брановер Г. Г., Цинобер А. Б. *Магнитная гидродинамика несжимаемых сред*. Москва: Наука, 1970. 379 с.
9. *Biological effects of electromagnetic fields*. Stockholm: Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, 1976. 110 p.
10. Огурцов А. Н., Близнюк О. Н. *Биоэлектромагнетизм: учебное пособие*. Харьков: НТУ «ХПИ», 2015. 256 с.
11. Неведов А. И. Внутреннее электромагнитное поле человека и Биоэлектромагнетизм: монография. Москва: Русайнс, 2017. 184 с.
12. Бинги В. Н. *Магнитобиология: эксперименты и модели*. Москва: МИЛТА, 2002. 592 с.

References (transliterated)

1. Bejer V. A. *Kratkoe posobie po gematologii* [Short Hematology Tutorial]. Leningrad, Medicina Publ., 1973. 231 p.
2. Volkova S. A., Borovkov N. N. *Osnovy klinicheskoy gematologii: uchebnoe posobie* [Basics of Clinical Hematology: study guide] Nizhny Novgorod, Nizhegorodskaja gosudarstvennaja medicinskaja akademija Publ., 2013. 400 p.
3. Petrishheva N. N., Papajan L. P. *Gemostaz. Fiziologicheskie mehanizmy, principy diagnostiki osnovnyh form gemorragicheskikh zabolovanij* [Hemostasis. Physiological mechanisms, principles of diagnosis of the main forms of hemorrhagic diseases]. St. Petersburg, Gosudarstvennyj medicinskij univ. im. akad. I. P. Pavlova Publ., 1999. 104 p.
4. Bjetcheller Dzh. *Vvedenie v dinamiku zhidkostej* [Introduction to Fluid Dynamics]. Moscow, Mir Publ., 1973. 757 p.
5. Smajlov S. A., Kuvshinov K. A. *Mehanika zhidkosti i gaza: uchebnoe posobie* [Fluid and gas mechanics: study guide]. Tomsk: Tomskij politehn. univ. Publ., 2012. 12 p.
6. Zhukov N. P. *Gidrogazodinamika: uchebnoe posobie* [Fluid Dynamics: study guide]. Tambov: FGBOU VPO «TGTU» Publ., 2011. 92 p.
7. Kulikovski A. G., Ljubimov G. A. *Magnitnaja gidrodinamika* [Magnetic Fluid Dynamics]. Moscow: FizmatGIZ Publ., 1962. 150 p.
8. Branover G. G., Cinober A. B. *Magnitnaja gidrodinamika neszhimaemyh sred* [Magnetic hydrodynamics of incompressible media]. Moscow: Nauka Publ., 1970. 379 p.
9. *Biological effects of electromagnetic fields*. Stockholm: Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, 1976. 110 p.
10. Ogurcov A. N., Bliznjuk O. N. *Biojelektromagnetizm: uchebnoe posobie* [Bioelectromagnetism: study guide]. Kharkov: NTU «KhPI» Publ., 2015. 256 p.
11. Nefedov A. I. *Vnutrennee jelektromagnitnoe pole cheloveka i Biojelektromagnetizm: monografija* [Human internal electromagnetic field and bioelectromagnetism: monograph]. Moscow: Rusajns Publ., 2017. 184 p.
12. Bingi V. N. *Magnitobiologija: jeksperimenty i modeli* [Magnetobiology: experiments and models]. Moscow: MILTA Publ., 2002. 592 p.

Поступила (received) 12.11.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гуцол Тарас Дмитрович (Guцol Taras Dmitrievich, Hutsol Taras Dmitrovich) – кандидат технічних наук, доцент, проректор з науково-педагогічної і виховної роботи Подільського державного аграрно-технічного університету; м. Кам'янець-Подільський, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9086-3672>; e-mail: pro-gp@pdatu.edu.ua