

14. Subbotin S. The neuro-fuzzy network synthesis and simplification on precedents in problems of diagnosis and pattern recognition. *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. 2013, vol. 22, no 2, pp. 97–103. DOI: 10.3103/s1060992x13020082
15. James D. Miller. *Statistics for Data Science: Leverage the power of statistics for Data Analysis, Classification, Regression, Machine Learning, and Neural Networks*. Packt Publishing Ltd, 2017. 286 p.
16. Li Juanli and Yang Zhaojian. Research on Fault Diagnosis Method of Hoist in Semantic Environment. *Information Technology Journal*. 2013, vol. 12, pp. 2581–2586. DOI: 10.3923/itj.2013.2581.2586
17. Dovbysh, A.S., Martynenko, S. S., Kovalenko, A. S., Budnyk, M. M. Information-extreme algorithm for recognizing current distribution maps in magnetocardiography. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2011, vol. 43, no. 2, pp. 63–70. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v43.i2.60.
18. Dovbish A. S, Zimovets V. I., Kozlov Z. S. Informatsiyno-ekstremalniy algoritm navchannya sistemi funktsionalnogo kontrolyu elektroprivodu shahtnoyi pldyomnoyi mashini [Information-extreme learning algorithm for the system of functional control of the electric drive of a shaft lifting machine]. *Radioelektronika i informatika*. 2017, pp. 58–63.

Надійшло (received) 05.09.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Довбиш Анатолій Степанович (Довбиш Анатолій Степанович, Dovbysh Anatoly Stepanovich) – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних наук; Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, Україна, 40007; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1829-3318>; e-mail: a.dovbysh@cs.sumdu.edu.ua

Зимовець Вікторія Ігорівна (Зимовець Вікторія Ігорівна, Zimovets Victoria Ihorivna) – вчитель інформатики, загальноосвітня школа № 11, вул. Свободи, 8, м. Конотоп, Україна, 41692; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4604-4087>; e-mail: zc.vika@gmail.com

Бібик Мирослав Віталійович (Бибик Мирослав Віталійович, Bibyk Myroslav Vyalyiovich) – асистент, Конотопський інститут Сумського державного університету, вул. Миру, 24, м. Конотоп, Україна, 41692; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0431-7200>; e-mail: bibikm@gmail.com

УДК 004.93'1

DOI: 10.20998/2079-0023.2018.44.09

І. В. ШЕЛЕХОВ, С. О. ПИЛИПЕНКО, О. О. СТОЛЯРЧУК, Т. А. РОМАНЕНКО

ІНФОРМАЦІЙНО-ЕКСТРЕМАЛЬНЕ МАШИННЕ НАВЧАННЯ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Розглядається алгоритм машинного навчання комп'ютеризованої системи контролю знань за тестовими завданнями. При цьому машинне навчання здійснюється в рамках інформаційно-екстремальної інтелектуальної технології аналізу даних, яка ґрунтується на максимізації інформаційної спроможності системи в процесі її навчання. Як ознаки розпізнавання розглядалися результати відповідей студентів на тестові завдання, які оцінювалися за стобальною шкалою. Запропоновано алгоритм інформаційно-екстремального машинного навчання з паралельно-послідовною оптимізацією системи контрольних допусків на ознаки розпізнавання. Як параметр машинного навчання, що оптимізується, розглядався нижній контрольний допуск на ознаки розпізнавання при фіксованому верхньому допуску. При цьому отримані в процесі паралельної оптимізації квазіоптимальні контрольні допуски на ознаки розпізнавання використовувалися як стартові при реалізації алгоритму машинного навчання з послідовною оптимізацією. Як критерій оптимізації параметрів машинного навчання розглядалася модифікована інформаційна міра Кульбака, яка є функціоналом від точнісних характеристик класифікаційних рішень. Оскільки, специфіка контролю знань полягає в тому, що алфавіт класів є структурованим, то розглядалася вкладена структура контейнерів класів розпізнавання, які характеризують відповідні рівні знань. При цьому вкладена структура характеризувалася загальним центром розсіювання векторів-реалізацій класів розпізнавання. Така структура на відміну від полімодальних контейнерів класів розпізнавання дозволила підвищити оперативність машинного навчання та достовірність вирішальних правил. Перевірка працездатності запропонованого алгоритму машинного навчання здійснювалася за репрезентативною вхідною навчальною матрицею, яка була сформованою за результатами тестування студентів за навчальною дисципліною.

Ключові слова: інформаційно-екстремальна інтелектуальна технологія, машинне навчання, оптимізація, система контрольних допусків, ознака розпізнавання, гіперсферичний контейнер класу розпізнавання.

І. В. ШЕЛЕХОВ, С. А. ПИЛИПЕНКО, А. А. СТОЛЯРЧУК, Т. А. РОМАНЕНКО

ИНФОРМАЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Рассматривается алгоритм машинного обучения компьютеризированной системы контроля знаний по тестовым заданиям. При этом машинное обучение осуществляется в рамках информационно-экстремальной интеллектуальной технологии анализа данных, которая основана на максимизации информационной способности системы в процессе ее обучения. В качестве признаков распознавания рассматривались результаты ответов студентов на тестовые задания, которые оценивались по стобальной шкале. Предложен алгоритм информационно-экстремального машинного обучения с параллельно-последовательной оптимизацией системы контрольных допусков на признаки распознавания. Как параметр машинного обучения, который оптимизируется, рассматривался нижний контрольный допуск на признаки распознавания при фиксированном верхнем допуске. При этом полученные в процессе параллельной оптимизации квазиоптимальные контрольные допуски на признаки распознавания использовались как стартовые при реализации алгоритма машинного обучения с последовательной оптимизацией. Как критерий оптимизации параметров машинного обучения рассматривалась

© І. В. Шелехов, С. О. Пилипенко, О. О. Столярчук, Т. А. Романенко, 2018

модифицированная информационная мера Кульбака, которая является функционалом от точностных характеристик классификационных решений. Поскольку специфика контроля знаний заключается в том, что алфавит классов является структурированным, то рассматривалась вложена структура контейнеров классов распознавания, характеризующих соответствующие уровни знаний. При этом вложена структура характеризовалась общим центром рассеивания векторов-реализаций классов распознавания. Такая структура в отличие от полимодальных контейнеров классов распознавания позволила повысить оперативность машинного обучения и достоверность решающих правил. Проверка работоспособности предложенного алгоритма машинного обучения осуществлялась по репрезентативной входной учебной матрицей, которая была сформирована по результатам тестирования студентов по учебной дисциплине.

Ключевые слова: информационно-экстремальная интеллектуальная технология, машинное обучение, оптимизация, система контрольных допусков, признак распознавания, гиперсферический контейнер класса распознавания.

I. V. SHELEHOV, S. O. PYLYPENKO, O. O. STOLYARCHUK, T. A. ROMANENKO
INFORMATION-EXTREME MACHINE LEARNING OF KNOWLEDGE CONTROL SYSTEM

The algorithm of machine learning of an automated subsystem of control of students' knowledge according to the test tasks of the computerized education system is considered. In this case, machine learning is carried out within the framework of information-extreme intellectual technology of data analysis, which is based on maximizing the information capacity of the system in the process of its improvement. The results of students' answers to test tasks were considered as signs of recognition, which were evaluated on a scale from 0 to 100. The algorithm of information-extreme machine learning with parallel-sequential optimization of the system of control tolerances on recognition signs was suggested. The lower control tolerance for recognition attributes, with a fixed upper control tolerance, was considered as an optimized machine learning parameter. In this case, quasi-optimal control tolerances on the signs of recognition, obtained in the process of parallel optimization, were used as the starting point for the implementation of a machine learning algorithm with sequential optimization. Kullback modified information measure, which is a function of the exact characteristics of classification decisions, was considered as an optimization criterion of machine learning characteristics. Since the specificity of knowledge control is that the class alphabet is structured, so the enclosed structure of container classes of recognition, which characterize the corresponding levels of knowledge, was considered. In this case, the enclosed structure was characterized by the general center of scattering of vector-realization classes of recognition. This structure, in contrast to polymodal containers of recognition classes, has allowed increasing of the efficiency of machine learning and the validity of decisive rules. The verification of the workability of the suggested algorithm for machine learning was carried out on the basis of a representative input matrix, which was formed on the basis of the student test results of the discipline.

Keywords: information-extreme intellectual technology, machine learning, optimization, system of control tolerances, recognition sign, hyper-spherical container of recognition class.

Вступ. Комп'ютеризовані системи контролю знань стали невід'ємною частиною сучасних технологій в освіті. Такі системи спочатку широко використовувалися в навчальному процесі студентів заочної та дистанційної форм навчання [1, 2]. У теперішній час вони відіграють важливу роль при переході на так звану змішану форму навчання, яка поєднує e-Learning і традиційні технології денного навчання [3–5]. Саме змішане навчання дозволяє студенту обирати зручний час та місце навчання, індивідуальний темп засвоєння знань. При цьому важливу роль відіграє підвищення достовірності машинних методів контролю знань за тестовими завданнями. Наближення результатів машинного контролю знань до оцінок кваліфікованого викладача людини залишається актуальною проблемою. Для вирішення цієї проблеми широко використовуються інтелектуальні інформаційні технології [6, 7]. Найбільш поширеними методами інформаційного синтезу систем машинного контролю знань в освіті є методи на основі штучних нейронних мереж [8–10]. Але при цьому нейронним мережам як структурним методам притаманний недолік, пов'язаний із складністю перенавчання системи через динамічність навчального процесу. Вимога Європейського освітнього стандарту про щорічне оновлення не менше 20 відсотків навчального контенту робить необхідним розроблення нової системи контролю знань. Крім того, суттєвим недоліком штучних нейронних мереж є їх чутливість до багато вимірності простору ознак розпізнавання. Ці недоліки усуваються в методах інтелектуального аналізу даних, вирішальні правила яких будуються в рамках геометричного підходу. Одним із перспективних напрямків є застосування ідей і методів так званої інформаційно-екстремальної інтелектуальної технології (ІЕІ-техно-

логії) аналізу даних, яка ґрунтується на максимізації інформаційної спроможності системи в процесі її машинного навчання [11–13]. У праці [14] розглядалася задача інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань. При цьому побудовані вирішальні правила не забезпечили високу функціональну ефективність системи контролю знань через застосування полімодальних контейнерів класів розпізнавання з розподіленими в просторі ознак центрами розсіювання їх реалізацій. Оскільки алфавіт класів розпізнавання в задачах оцінювання рівня знань має ієрархічну структуру, то це робить доцільним перехід до вирішальних правил, побудованих за вкладеними контейнерами класів розпізнавання з єдиним центром розсіювання. Тому вирішальні правила побудовані за геометричними параметрами вкладених контейнерів класів будемо називати унімодальними. У праці [14] запропоновано алгоритм інформаційно-екстремального машинного навчання унімодального класифікатора. Але отримані результати носять модельний характер, оскільки розглядалося чітке розбиття простору ознак на класи розпізнавання, що не притаманно при оцінюванні рівня знань.

У статті розглядається інформаційно-екстремальний метод машинного навчання системи контролю знань з вкладеними контейнерами класів розпізнавання, що перетинаються.

Постановка задачі. Розглянемо формалізовану постановку задачі інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань за тестовими завданнями. Нехай дано алфавіт $\{X_m^0 | m = \overline{1, M}\}$ класів розпізнавання, які характеризують рівні знань студентів. За результатами відповідей студентів на тестові завдання за адитивною оціночною функцією з наперед заданими ваговими

коефіцієнтами відповідей на тестові завдання сформовано навчальну матрицю

$$\|y_{m,i}^j\|, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n},$$

де N – кількість ознак розпізнавання, яка дорівнює кількості тестів;

n – кількість структурованих векторів-реалізацій (далі просто реалізації), координатами яких є значення ознак розпізнавання.

При цьому алфавіт $\{X_m^0\}$ є ієрархічною вкладеною структурою, в якій вершина вектора, усередненого за ансамблем реалізацій є центром розсіювання реалізацій всіх класів розпізнавання. Крім того, для вкладених контейнерів класів розпізнавання відомий вектор параметрів навчання, які впливають на її функціональну ефективність,

$$g_m = \langle R_{1,m}, R_{2,m}, \delta \rangle, m = \overline{1, M}, \quad (1)$$

де $R_{1,m}$ – внутрішній радіус контейнера класу X_m^0 ;

$R_{2,m}$ – зовнішній радіус контейнера класу X_m^0 ;

δ – несиметричне поле контрольних допусків на ознаки розпізнавання.

При цьому на параметри навчання δ накладаються обмеження

$$R_{1,m} \in [0, N], R_{2,m} \in [0, N], \delta \in [0, y_{\max}],$$

де y_{\max} – максимальне значення оціночної шкали.

Необхідно на етапі машинного навчання системи контролю знань оптимізувати (тут і далі в інформаційному розумінні) параметри машинного навчання вектора (1) шляхом пошуку глобального максимуму інформаційного критерію в робочій області визначення його функції:

$$E_m^* = \max_{G_E \cap \{k\}} E_m^{(k)}, m = \overline{1, M}, \quad (2)$$

де $E_m^{(k)}$ – обчислений на k -му кроці машинного навчання інформаційний критерій оптимізації параметрів навчання системи розпізнавання реалізації класу X_m^0 ;

G_E – робоча область визначення функції інформаційного критерію;

$\{k\}$ – множина кроків машинного навчання.

За результатами машинного навчання побудувати вирішальні правила рішення для прийняття в режимі екзамену високостовірних рішень про належність реалізації образу, що розпізнається, до одного із класів розпізнавання із заданого алфавіту.

Таким чином, задача інформаційно-екстремального машинного навчання полягає у відновленні в радіальному просторі ознак на кожному кроці навчання контейнерів класів розпізнавання шляхом цілеспрямованого наближення значення інформаційного критерію (2) до його максимального.

Категорійна модель машинного навчання. Математичну модель інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань розгля-

немо у вигляді орієнтованого графу, в якому ребра-оператори відображають відповідні множини одна на одну. Вхідним математичним описом такої категорійної моделі є структура

$$I_B = \langle T, G, \Omega, Z, Y, X, f_1, f_2 \rangle,$$

де T – множина моментів часу одержання інформації;

G – простір факторів, які впливають на процес оцінювання;

Ω – простір ознак розпізнавання;

Z – алфавіт класів розпізнавання, які характеризують відповідні рівні знань;

Y – вхідна багатовимірна навчальна матриця;

X – робоча бінарна навчальна матриця;

$f_1: T \times G \times \Omega \times Z \rightarrow Y$ – оператор формування вхідної навчальної матриці Y , де $T \times G \times \Omega \times Z$ – декартовий добуток, який задає універсум випробувань;

$f_2: Y \rightarrow X$ – оператор перетворення вхідної навчальної матриці Y в робочу бінарну матрицю X .

На рис. 1 показано категорійну модель інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань, яка будує вирішальні правила за геометричними параметрами вкладених контейнерів класів розпізнавання.

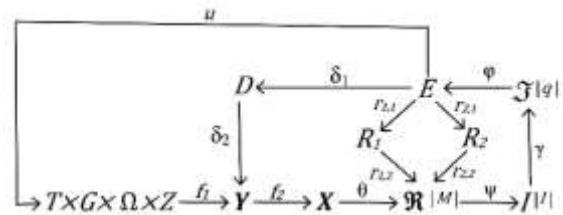


Рис. 1. Категорійна модель машинного навчання з вкладеними контейнерами

На рис. 1 оператор $\theta: X \rightarrow \mathfrak{R}^{|M|}$ відображає послідовно реалізації бінарної навчальної матриці в загальному випадку нечітке розбиття $\mathfrak{R}^{|M|}$ бінарного простору ознак на класи розпізнавання. Оператор класифікації Ψ перевіряє основну статистичну гіпотезу про належність вхідної реалізації класу X_m^0 і формує множину гіпотез $I^{|l|}$, де l – кількість статистичних гіпотез. Оператор γ шляхом оцінки прийнятих гіпотез формує множину точнісних характеристик оціночних рішень $Z^{|q|}$, де $q = l^2$. Оператор Φ обчислює термножину E – значення інформаційного критерію оптимізації параметрів машинного навчання, який є функціоналом від точнісних характеристик. На практиці роздільні гіперповерхні класів розпізнавання в загальному випадку є нечіткими. Цей факт вимагає для кожного класу розпізнавання визначення внутрішніх і зовнішніх радіусів їх контейнерів. З цією метою контури, які включають термножини R_1 і R_2 відновлюють у радіальному базисі простору ознак контейнери класів розпізнавання шляхом оптимізації їх внутрішніх і зовнішніх радіусів відповідно. При цьому внутрішній радіус базового класу X_1^0 за умовою

дорівнює нулю. Оптимізація контрольних допусків на ознаки розпізнавання здійснюється контуром операторів, який замикається через терм-множину D – систему впорядкованих значень контрольних допусків на ознаки розпізнавання. Оператор

$$u: E \rightarrow T \times G \times \Omega \times Z$$

регламентує процес машинного навчання системи контролю знань.

Таким чином, показана на рис. 1 категорійна модель може розглядатися як узагальнена структурна схема алгоритму інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань.

Алгоритм машинного навчання системи контролю знань. Згідно з категорійною моделлю (рис. 1) алгоритм машинного навчання системи контролю знань представимо у вигляді двохциклічної процедури оптимізації системи контрольних допусків на ознаки розпізнавання

$$\delta_i^* = \arg \max_{G_\delta} \left\{ \max_{G_E \cap \{k\}} \bar{E}^{(k)} \right\}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де $\bar{E}^{(k)}$ – обчислений на k -му кроці машинного навчання усереднений за алфавітом класів розпізнавання інформаційний критерій (2).

При цьому побудоване в радіальному базисі бінарного простору ознак оптимальне розбиття класів розпізнавання повинно відповідати умовам

$$\begin{aligned} & (\forall X_m^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) [X_m^0 \neq \emptyset] (\exists X_m^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) \\ & (\exists X_c^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) [X_m^0 \neq X_c^0 \rightarrow X_m^0 \cap X_c^0 \neq \emptyset]; \\ & (\forall X_{m-1}^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) (\forall X_m^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) (\forall X_{m+1}^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}) \\ & [(R_{1,m-1} < R_{1,m} < R_{1,m+1}) \& (R_{2,m-1} < R_{2,m} < \\ & \quad R_{2,m+1})]; \end{aligned}$$

$$\bigcup_{X_m^0 \in \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}} X_m^0 \subseteq \Omega_B; m \neq c, m, c = \overline{1, M}.$$

де X_c^0 – сусідній клас розпізнавання, що межує з класом X_m^0 .

Крім того, виконуються умови

$$R_{1,m} = 0 \quad \text{і} \quad R_{2,m} = 0.$$

Як відомо в рамках ІЕІ-технології оптимізація системи контрольних допусків на ознаки розпізнавання здійснюється послідовно за двома схемами алгоритмів. Спочатку реалізується алгоритм паралельної оптимізації, за яким контрольні допуски на кожному кроці машинного навчання системи змінюються одночасно для всіх ознак розпізнавання. Потім реалізується алгоритм послідовної оптимізації контрольних допусків. При цьому отримані на етапі паралельної оптимізації квазіоптимальні контрольні допуски приймаються як стартові для послідовної оптимізації, що дозволяє суттєво підвищити оперативність машинного навчання.

Інформаційно-екстремальне машинне навчання системи контролю знань почнемо з реалізації алгоритму паралельної оптимізації контрольних допусків

на ознаки розпізнавання для унімодальних вирішальних правил. Вхідними даними є тривимірний масив навчальної матриці $\{y_{m,i}^{(j)} \mid m = \overline{1, M}; i = \overline{1, N}; j = \overline{1, n}\}$ і U_{\max} – максимальне значення оціночної шкали, яке визначає верхній контрольний допуск на ознаки розпізнавання.

Розглянемо основні етапи алгоритму машинного навчання унімодального класифікатора з паралельною оптимізацією контрольних допусків на ознаки розпізнавання:

- 1) обнулюється лічильник зміни параметра поля контрольних допусків на ознаки розпізнавання: $\delta := 0$;
- 2) $\delta := \delta + 1$;
- 3) обнулюється лічильник класів розпізнавання: $m := 0$;
- 4) $m := m + 1$;
- 5) формується тривимірний масив робочої бінарної навчальної матриці $\{x_{m,i}^{(j)}\}$, елементи якої обчислюються за правилом

$$x_{m,i}^{(j)}[k] = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y_{m,i}^{(j)} \geq U_{\max} - \delta \\ 0, & \text{якщо інакше} \end{cases}$$

- 6) обнулюється лічильник кроків зміни зовнішнього радіусу гіперсферичного контейнеру класу розпізнавання: $R_2 := 0$;
- 7) $R_2 := R_2 + 1$;
- 8) обнулюється лічильник кроків зміни зовнішнього радіусу гіперсферичного контейнеру класу розпізнавання: $R_1 := 0$;
- 9) $R_1 := R_1 + 1$;
- 10) обчислюються точнісні характеристики класифікаційних рішень шляхом перевірки основної статистичної гіпотези про належність реалізації класу X_m^0 ;
- 11) обчислюється інформаційний критерій (2) оптимізації параметрів машинного навчання системи контролю знань;
- 12) якщо $R_1 < R_2$, то виконується пункт 9, інакше – пункт 7;
- 13) якщо $R_2 = N$ то виконується пункт 4;
- 14) у робочій області G_E визначається максимальне значення E_m^* інформаційного критерію і відповідні йому оптимальні параметри $R_{1,m}$ і $R_{2,m}$;
- 15) якщо $m \leq M$, то виконується пункт 4, інакше – пункт 2;
- 16) якщо $\delta < U_{\max}$, то виконується пункт 2, інакше – пункт 17;
- 17) обчислюється усереднене за алфавітом класів розпізнавання максимальне значення інформаційного критерію (2), визначається оптимальне значення параметра поля контрольних допусків

$$\delta^* = \arg \bar{E}^*$$

і обчислюється оптимальний нижній контрольний допуск на ознаки розпізнавання:

$$A_{\text{НК}}^* = U_{\max} - \delta^*;$$

- 18) ЗУПИН.

Як інформаційний критерій оптимізації параметрів машинного навчання в методах ІЕІ-технології може використовуватися будь-яка інформаційна міра. Найбільшого поширення набули ентропійний критерій Шеннона та міра Кульбака. У праці [12] використано модифіковану інформаційну міру Кульбака, в якій розглядається добуток різниці повної ймовірності правильного прийняття рішень P_t і повної ймовірності помилкового прийняття рішень P_f на їх відношення:

$$E_m^{(k)} = [P_{t,m}^{(k)} - P_{f,m}^{(k)}] \log_2 \frac{P_{t,m}^{(k)}}{P_{f,m}^{(k)}} \quad (4)$$

де $P_{t,m}^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання повна ймовірність правильної класифікації реалізацій класу розпізнавання X_m^0 ;

$P_{f,m}^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання повна ймовірність неправильної класифікації реалізацій класу розпізнавання X_m^0 .

Згідно з теоремою про повну ймовірність при рівноймовірних гіпотезах двохальтернативних рішень має місце

$$P_{t,m}^{(k)} = 0,5D_{1,m}^{(k)} + 0,5D_{2,m}^{(k)} \quad (5)$$

де $D_{1,m}^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання перша достовірність;

$D_{2,m}^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання друга достовірність;

$$P_{f,m}^{(k)} = 0,5\alpha_m^{(k)} + 0,5\beta_m^{(k)} \quad (6)$$

де $\alpha_m^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання помилка першого роду;

$\beta_m^{(k)}$ – обчислена на k -му кроці машинного навчання помилка другого роду.

Після підстановки виразів (5) і (6) у формулу (4) отримаємо

$$E_m^{(k)} = 0,5[(D_{1,m}^{(k)} + D_{2,m}^{(k)}) - (\alpha_m^{(k)} + \beta_m^{(k)})] \times \log_2 \frac{D_{1,m}^{(k)} + D_{2,m}^{(k)}}{\alpha_m^{(k)} + \beta_m^{(k)}} \quad (7)$$

Скориставшись підстановками

$$\alpha_m^{(k)} = 1 - D_{1,m}^{(k)} \text{ і } D_{2,m}^{(k)} = 1 - \beta_m^{(k)},$$

формулу (7) перетворимо до вигляду

$$E_m^{(k)} = [(D_{1,m}^{(k)} - \beta_m^{(k)})] \log_2 \frac{1 + (D_{1,m}^{(k)} - \beta_m^{(k)})}{1 - (D_{1,m}^{(k)} - \beta_m^{(k)})} \quad (8)$$

Оскільки навчальна вибірка є скінченою, то на практиці замість точнісних характеристик оперують їх емпіричними частотами

$$D_{1,m}^{(k)} = \frac{K_{1,m}^{(k)}}{n_{\min}}; \beta_m^{(k)} = \frac{K_{2,m}^{(k)}}{n_{\min}} \quad (9)$$

де $K_{1,m}^{(k)}$ – кількість подій, при яких реалізації класу розпізнавання X_m^0 правильно класифікуються;

$K_{2,m}^{(k)}$ – кількість подій, при яких “чужі” реалізації помилково відносяться до класу розпізнавання X_m^0 ;

n_{\min} – мінімальний обсяг репрезентативної навчальної вибірки, який визначається, наприклад, за методом, наведеним у праці [11].

Із урахуванням оцінок (9) робоча формула для обчислення критерію (10) набуває вигляду

$$E_m^{(k)} = n_{\min} [(K_{1,m}^{(k)} - K_{2,m}^{(k)})] \times \log_2 \frac{n_{\min} + (K_{1,m}^{(k)} - K_{2,m}^{(k)}) + 10^{-r}}{n_{\min} - (K_{1,m}^{(k)} - K_{2,m}^{(k)}) + 10^{-r}} \quad (10)$$

де 10^{-r} – достатньо мала величина, яка вводиться для уникнення поділу на нуль.

У виразі (10) рекомендується значення r вибирати рівним кількості знаків у мантисі інформаційного критерію. На практиці це значення вибирається із інтервалу

$$1 < r \leq 3.$$

Алгоритм послідовної оптимізації подамо у вигляді процедури [11]

$$\delta_i^* = \arg \bigotimes_{l=1}^L \max_{G_S} \left\{ \max_{G_E \cap \{k\}} \bar{E}^{(k)} \right\}, i = \overline{1, N}, \quad (11)$$

де \bigotimes – символ операції повторення алгоритму послідовної оптимізації контрольних допусків на ознаки розпізнавання;

L – кількість прогонів алгоритму оптимізації.

Вхідними даними для алгоритму послідовної оптимізації параметрів машинного навчання системи контролю знань є:

- масив навчальної матриці $\{y_{m,i}^{(j)}\}$;
- отриманий при реалізації алгоритму паралельної оптимізації нижній контрольний допуск $A_{\text{НК}}^*$, який приймається за стартовий;
- верхній контрольний допуск $A_{\text{ВК}}^* = y_{\max}$.

При реалізації алгоритму (11) послідовно змінюється нижній контрольний допуск для кожної ознаки розпізнавання при заданому його стартовому значенні $A_{\text{НК}}^*$ для інших ознак розпізнавання, які не оптимізуються. Далі машинне навчання системи контролю знань здійснюється за етапами схеми алгоритму паралельної оптимізації. Оскільки отриманий при паралельній оптимізації нижній допуск є по суті квазіоптимальним, то послідовна оптимізація потребує декількох прогонів реалізації алгоритму (11) до тих пір, поки значення критерію оптимізації перестане змінюватися.

Вирішальні правила для визначення в режимі екзамену належності реалізації $x^{(j)}$, що розпізнається, наприклад, класу X_m^0 мають вигляд

$$\left\{ \begin{aligned} & (\forall x^{(j)} \in \mathfrak{R}^{|M|}) (\forall X_m^0 \in \mathfrak{R}^{|M|}) \\ & \text{if } R_m^{\hat{a}i} < d[x_m \oplus x^{(j)} < R_m^{\text{ct}a}] \end{aligned} \right\}$$

then $x^{(j)} \in X_m^0$ else $x^{(j)} \notin X_m^0$,

де $d[x_m \oplus x^{(j)}]$ – кодова відстань між реалізацією $x^{(j)}$ і усередненим вектором x_m , вершина якого визначає центр розсіювання реалізацій;

\oplus – символ операції складання за модулем два.

Таким чином, ідея вищенаведеного алгоритму інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань полягає в цілеспрямованому наближенні інформаційного критерію (2) до його максимального граничного значення.

Результати чисельного моделювання. Інформаційний синтез системи контролю знань проводився за навчальною матрицею, сформованою за результатами машинного контролю знань з навчальної дисципліни «Теорія і методи прийняття рішень», яка викладається студентам Сумського державного університету спеціальності «Комп’ютерні науки». При цьому кількість ознак розпізнавання в реалізаціях класів розпізнавання дорівнювала $N = 27$, що відповідає кількості тестових завдань. Алфавіт класів розпізнавання складався з чотирьох класів: клас X_5^0 , який характеризувався оцінкою «відмінно»; клас X_4^0 – «добре»; клас X_3^0 – «задовільно» і клас X_2^0 – «незадовільно».

На рис. 2 показано одержаний в процесі паралельної оптимізації графік залежності усередненого за алфавітом класів розпізнавання критерію (10) від параметра δ поля контрольних допусків. Тут і далі заштрихованими ділянками позначено робочі області визначення функції критерію, в яких здійснюється пошук його максимального значення. При цьому обчислення критерію оптимізації здійснювалося при заданих параметрах: $n_{\min} = 40$ і $r = 2$.

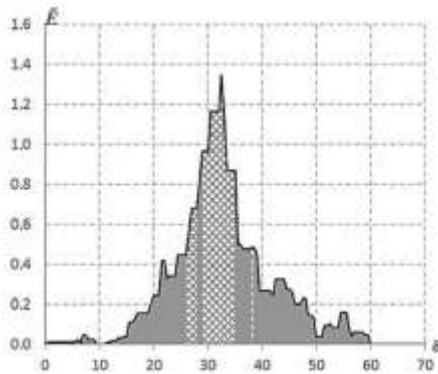


Рис. 2. Графік залежності усередненого інформаційного критерію від параметра δ поля контрольних допусків на ознаки розпізнавання

Аналіз рис. 2 показує, що при максимальному усередненому критерію $\bar{E}_{\max} = 1,35$ оптимальне значення параметра δ дорівнює $\delta^* = 33$ градаціям стоїальної оціночної шкали, якому відповідає оптимальний нижній контрольний допуск $A_{НК}^* = 0,67$ на ознаки розпізнавання.

На рис. 3 показано результати оптимізації геометричних параметрів контейнерів класів розпізнавання при оптимальному значенні параметра δ^* .

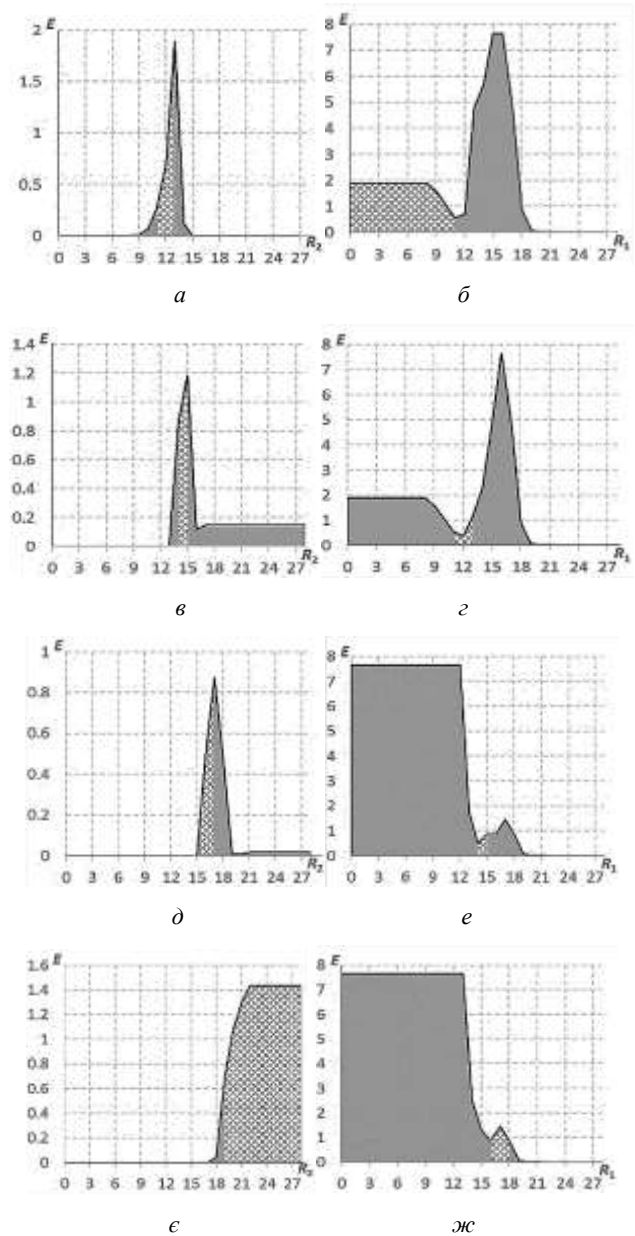


Рис. 3. Графіки залежності інформаційного критерію (10) від радіусів контейнерів класів розпізнавання:

- $a - R_2^{(5)}$ класу X_5^0 ; $б - R_1^{(5)}$ класу X_5^0 ; $в - R_2^{(4)}$ класу X_4^0 ;
- $г - R_1^{(4)}$ класу X_4^0 ; $д - R_2^{(3)}$ класу X_3^0 ; $е - R_1^{(3)}$ класу X_3^0 ;
- $є - R_2^{(2)}$ класу X_2^0 ; $ж - R_1^{(2)}$ класу X_2^0 .

Аналіз результатів оптимізації показує, що оптимальними параметрами контейнера класу X_5^0 є зовнішній радіус $R_2^{(5)} = 13$ і внутрішній радіус $R_1^{(5)} = 0$; контейнера класу X_4^0 – зовнішній радіус $R_2^{(4)} = 15$ і внутрішній радіус $R_1^{(4)} = 13$; контейнера класу X_3^0 – зовнішній радіус $R_2^{(3)} = 17$ і внутрішній радіус $R_1^{(3)} = 15$; контейнера класу X_2^0 – зовнішній радіус $R_2^{(2)} = 22$ і внутрішній радіус $R_1^{(2)} = 17$.

Цим параметрам контейнерів відповідають такі значення інформаційного критерію оптимізації (10) і відповідні їм точнісні характеристики класифікаційних рішень, які приймаються за

навчальною матрицею: для класу X_5^0
 $E_{\max}^{(5)} = 1,89$ ($D_1 = 0,95$; $\beta = 0,23$); для класу X_4^0
 $E_{\max}^{(4)} = 1,18$ ($D_1 = 0,73$; $\beta = 0,13$); для класу X_3^0
 $E_{\max}^{(3)} = 0,87$ ($D_1 = 0,78$; $\beta = 0,25$); для класу X_2^0
 $E_{\max}^{(2)} = 1,43$ ($D_1 = 0,80$; $\beta = 0,15$).

Таким чином, аналіз показує, що синтезована система контролю знань не є безпомилковою, а її усереднена повна ймовірність правильного прийняття рішень за навчальною матрицею дорівнює $\bar{P}_t = 0,81$.

Для підвищення функціональної ефективності машинного навчання було реалізовано алгоритм (11) послідовної оптимізації контрольних допусків на ознаки розпізнавання.

На рис. 4 показано результати оптимізації параметрів навчання за послідовним алгоритмом.

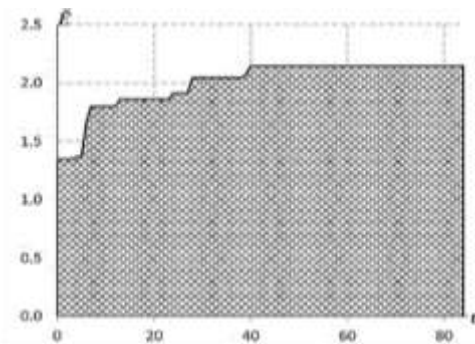


Рис. 4. Графік зміни усередненого інформаційного критерію при послідовній оптимізації

Аналіз рис. 4 показує, що вже на другому прогоні алгоритму (11) значення усереднений критерій досягає свого максимального значення $\bar{E}_{\max} = 2,15$.

На рис. 5 показано результати оптимізації геометричних параметрів контейнерів класів розпізнавання.

Аналіз результатів оптимізації (рис. 5) показує, що оптимальними параметрами контейнера класу X_5^0 є зовнішній радіус $R_2^{(5)} = 13$ і внутрішній радіус $R_1^{(5)} = 0$; контейнера класу X_4^0 – зовнішній радіус $R_2^{(4)} = 15$ і внутрішній радіус $R_1^{(4)} = 13$; контейнера класу X_3^0 – зовнішній радіус $R_2^{(3)} = 17$ і внутрішній радіус $R_1^{(3)} = 15$; контейнера класу X_2^0 – зовнішній радіус $R_2^{(2)} = 22$ і внутрішній радіус $R_1^{(2)} = 17$.

Цим параметрам контейнерів відповідають такі значення інформаційного критерію оптимізації (10) і відповідні їм точнісні характеристики класифікаційних рішень, які приймаються за навчальною матрицею: для класу X_5^0
 $E_{\max}^{(5)} = 2,06924$ ($D_1 = 0,93$; $\beta = 0,17$), для класу X_4^0
 $E_{\max}^{(4)} = 1,43332$ ($D_1 = 0,80$; $\beta = 0,15$), для класу X_3^0
 $E_{\max}^{(3)} = 2,06924$ ($D_1 = 0,90$; $\beta = 0,15$), для класу X_2^0
 $E_{\max}^{(2)} = 3,00828$ ($D_1 = 0,88$; $\beta = 0,03$).

Таким чином, у процесі оптимізації параметрів машинного навчання синтезовано систему контролю знань, усереднена повна ймовірність прийняття правильних рішень якої складає $\bar{P}_t = 0,88$.

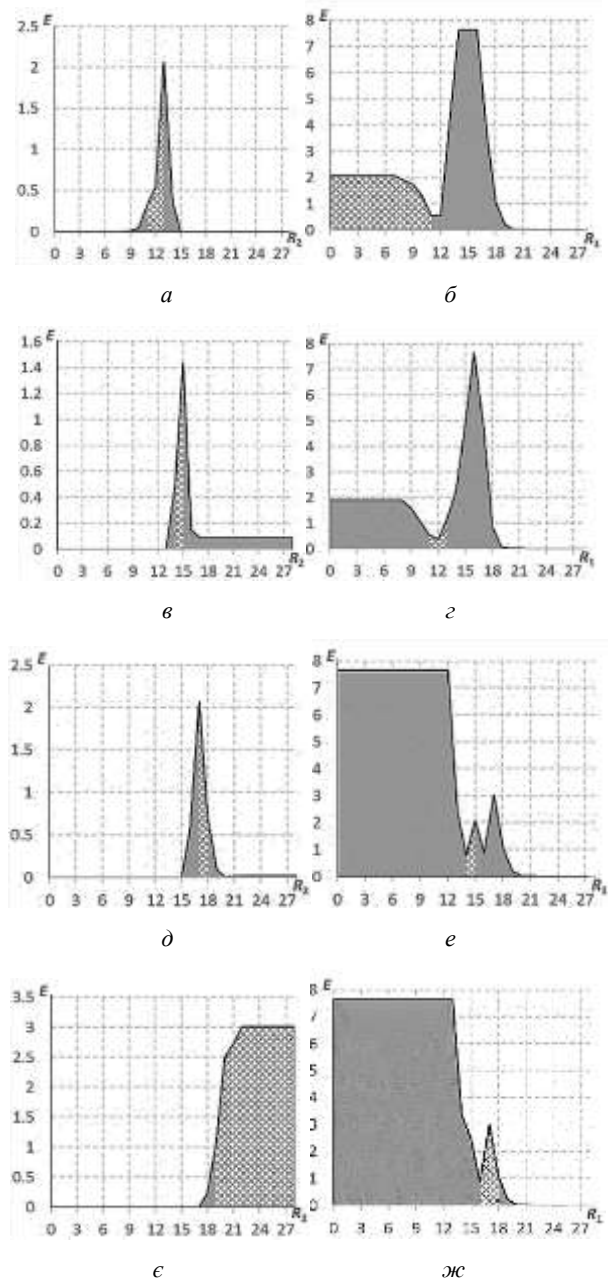


Рис. 5. Графіки залежності інформаційного критерію (10) від геометричних параметрів вкладених контейнерів класів розпізнавання: а – $R_2^{(5)}$ класу X_5^0 ; б – $R_1^{(5)}$ класу X_5^0 ; в – $R_2^{(4)}$ класу X_4^0 ; г – $R_1^{(4)}$ класу X_4^0 ; д – $R_2^{(3)}$ класу X_3^0 ; е – $R_1^{(3)}$ класу X_3^0 ; є – $R_2^{(2)}$ класу X_2^0 ; ж – $R_1^{(2)}$ класу X_2^0 .

Висновки. Запропоновано алгоритм інформаційно-екстремального машинного навчання системи контролю знань з вкладеними контейнерами класів розпізнавання, Побудовані в процесі машинного навчання вирішальні правила забезпечують у режимі екзамену, повну ймовірність правильного прийняття рішень, наближену до достовірності висококваліфікованого викладача. Оскільки побудовані вирішальні правила є не безпомилковими за навчальною матрицею, то в перспективі необхідно збільшити глибину машинного навчання шляхом оптимізації інших параметрів, які впливають на функціональну ефективність системи.

Список літератури

1. Гриценко В. И., Кудрявцева С. П., Колос В. В., Веренич Е. В. *Дистанционное обучение: теория и практика*. Київ: Наукова думка, 2004. 375 с.
2. Lubchak V. A., Petrov S. A. Estimation of functional efficiency of multiagent intellectual system of classification management of distance learning. *Informational Technologies and Management: Theses of 3rd International Conference, 14–15 April 2005*. Riga, Latvia: Information Systems Management Institute, 2005. P. 73.
3. Melo-Pinto P., Kim T., Atanassov K., Sotirova E., Shannon A., Krawczak M. Generalized net model of e-learning evaluation with intuitionistic fuzzy estimations. *Representation and Processing of Uncertain and Imprecise Information*. Warszawa, 2005. pp. 241–249.
4. Huang M. J., Huang H. S., Chen M. Y. Constructing a personalized e-Learning system based on genetic algorithm and case-based reasoning approach. *Expert Systems with Applications*. 2007. Vol. 33. P. 551–564.
5. Angelova G., Kalaydjiev O., Strupchanska A. Domain Ontology as a Resource Providing Adaptivity in eLearning. *In Proc. On the Move to Meaningful Internet Systems 2004: OTM 2004 Workshops, LNCS 3292*. Cyprus, 2004. P. 700–712.
6. Rudolf Kruse, Christian Borgelt, Christian Moewes, Klawonn F., Matthias Steinbrecher, Pascal Held. *Computational intelligence: a methodological introduction*. London; New York, Springer Publ., 2013. 490 p.
7. Shai Shalev-Shwartz, Shai Ben-David. *Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms*. Cambridge University Press, 2014. 449 p.
8. Baylari Ahmad, Montazer Gh. A. Design a personalized e-learning system based on item response theory and artificial neural network approach. *Expert Systems with Applications*. 2009, vol. 36, pp. 8013–8021.
9. Francis T. S. Yu, Edward H. Yu, Ann G. Yu. *The Art of Learning: Neural Networks and Education*. CRC PressINC, 2018. 96 p.
10. James D. Miller. *Statistics for Data Science: Leverage the power of statistics for Data Analysis, Classification, Regression, Machine Learning and Neural Networks*. Packt Publishing Ltd, 2017. 286 p.
11. Довбиш А. С. *Основи проектування інтелектуальних систем: навч. посіб.* Суми: СумДУ, 2009. 171 с.
12. Довбиш А. С. *Інтелектуальні інформаційні технології в електронному навчанні*. Суми: СумДУ, 2013. 172 с.
13. Dovbysh A. S., Moskalenko V. V., Rizhova A. S. Information-Extreme Method for Classification of Observations with Categorical Attributes. *Cibernetica and Systems Analysis*. 2016, vol. 52, no. 2. P. 45–52.
14. Довбиш А. С., Любчак В. О., Петров С. О. Машинна оцінка знань студентів у системах керування дистанційним навчанням. *Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки»*. 2007. № 1. С. 167–178.
15. Lubchak V. A., Petrov S. A. Estimation of functional efficiency of multiagent intellectual system of classification management of distance learning. *Informational Technologies and Management: Theses of 3rd International Conference, 14–15 April 2005*. Riga, Latvia: Information Systems Management Institute Publ., 2005, p. 73.
16. Melo-Pinto P., Kim T., Atanassov K., Sotirova E., Shannon A., Krawczak M. Generalized net model of e-learning evaluation with intuitionistic fuzzy estimations. *Representation and Processing of Uncertain and Imprecise Information*, Warszawa, 2005, pp. 241–249.
17. Huang M. J., Huang H. S., Chen M. Y. Constructing a personalized eLearning system based on genetic algorithm and case-based reasoning approach. *Expert Systems with Applications*. 2007, vol. 33, pp. 551–564.
18. Angelova G., Kalaydjiev O., Strupchanska A. Domain Ontology as a Resource Providing Adaptivity in eLearning. *In Proc. On the Move to Meaningful Internet Systems 2004: OTM 2004 Workshops, LNCS 3292*. Cyprus, 2004, pp. 700–712.
19. Rudolf Kruse, Christian Borgelt, Christian Moewes, Klawonn F., Matthias Steinbrecher, Pascal Held. *Computational intelligence: a methodological introduction*. London; New York, Springer Publ., 2013. 490 p.
20. Shai Shalev-Shwartz, Shai Ben-David. *Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms*. Cambridge University Press, 2014. 449 p.
21. Baylari Ahmad, Montazer Gh. A. Design a personalized e-learning system based on item response theory and artificial neural network approach. *Expert Systems with Applications*. 2009, vol. 36, pp. 8013–8021.
22. Francis T. S. Yu, Edward H. Yu, Ann G. Yu. *The Art of Learning: Neural Networks and Education*. CRC PressINC, 2018. 96 p.
23. James D. Miller. *Statistics for Data Science: Leverage the power of statistics for Data Analysis, Classification, Regression, Machine Learning and Neural Networks*. Packt Publ. Ltd, 2017. 286 p.
24. Dovbysh A. S. *Osnovy proektuvannya intelektualnykh system: Navchalnyy posibnyk [Fundamentals of Designing Intelligent Systems: Textbook]*. Sumy, SumDU Publ., 2009. 171 p.
25. Dovbysh A. S. *Intelektualni informatsiyni tekhnologii v elektronnomu navchanni [Intelligent Information Technologies in Electronic Learning]*. Sumy, SumDU Publ., 2013. 172 p.
26. Dovbysh A. S., Moskalenko V. V., Rizhova A. S. Information-Extreme Method for Classification of Observations with Categorical Attributes. *Cibernetica and Systems Analysis*. 2016, vol. 52, no. 2, pp. 45–52.
27. Dovbysh A. S., Lyubchak V. O., Petrov S. O. Mashynna otsinka znan studentiv u systemakh keruvannya dystantsiynym navchannya [Machine assessment of knowledge of students in distance learning management systems]. *Visnyk Sum'koho derzhavnoho universytetu. Seriya «Tekhnichni nauky» [Herald of Sumy State University. Series «Technical sciences»]*. 2007, no. 1, pp. 167–178.

References (transliterated)

1. Gritsenko V. I., Kudryavtseva S. P., Kolos V. V., Verenich E. V. *Distantionnoye obucheniye: teoriya i praktika [Distance learning: theory and practice]*. Kyiv: Naukova dumka Publ., 2004. 375 p.

Надійшла (received) 05.09.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Шелехов Ігор Володимирович (Шелехов Игорь Владимирович, Shelehov Ihor Volodymyrovych) – кандидат технічних наук, доцент, Сумський державний університет, доцент кафедри комп'ютерних наук; м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4304-7768>; e-mail: i.shelehov@cs.sumdu.edu.ua

Пилипенко Світлана Олександрівна (Пилипенко Светлана Александровна, Pylypenko Svitlana Oleksandrivna) – Сумський державний університет, аспірант кафедри комп'ютерних наук; м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0978-9602>; e-mail: s.pylypenko@media.sumdu.edu.ua

Столярчук Олексій Олександрович (Столярчук Алексей Александрович, Stolyarchuk Oleksiy Oleksandrovych) – Сумський державний університет, аспірант кафедри комп'ютерних наук; м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8705-5458>; e-mail: green.red.tiger@gmail.com

Романенко Тимофій Андрійович (Романенко Тимофей Андреевич, Romanenko Tymofiy Andriyovych) – Сумський державний університет, студент; м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6288-4831>; e-mail: tima5420237@gmail.com