

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, Н. Г. РЕШЕТНЯК

ПРОДОЛЬНАЯ ЛОВУШКА ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ МАГНИТНОГО СОЛЕНОИДАЛЬНОГО ПОЛЯ

Рассмотрено цилиндрическое магнитное поле двухмодового вида, потенциал которого имеет минимум. Объектом данной работы является изучение параметров электронного пучка при его движении в соленоидальном поле с продольной ловушкой, образованной магнитным полем, и построение вычислительной модели движения электронного потока. Поставлена задача об устойчивости движения электронов в таком соленоидальном магнитном поле. Изучена возможность получения колебательных режимов движения частиц. Получено, что для колебаний частиц с энергией в десятки килоэлектронвольт в потенциальной яме необходимо поле амплитудой в десятки тысяч Эрстед. Для соленоидального магнитного поля соленоида изучено формирование пучка электронов с энергией 55 кэВ в продольном и радиальном направлениях при его транспортировке. В качестве физического объекта использована секция магнетронной пушки. Одним из возможных направлений является комбинация двух согласованных магнитных систем пушки для создания потенциальной ямы магнитного поля. Показано, что для выбранных условий движения электронов можно сопоставить модель трехмерных осцилляций. В работе на основе гамильтонова формализма движения электронов в магнитном поле и алгоритма численного нахождения решений дифференциальных уравнений динамики построено программное средство, позволяющее получать массивы значений траекторий частиц в объеме. Использование программного средства дало возможность промоделировать основные зависимости движения электронного пучка в заданном двухмодовом соленоидальном магнитном поле. Представлены результаты численного моделирования траекторий электронов в градиентном магнитном поле с точечным вторичноэмиссионным катодом, расположенным в середине системы. Рассмотрено формирование пучка с энергией 55 кэВ в радиальном и продольном направлениях при его транспортировке в соленоидальном магнитном поле с большим градиентом. Для значительных временных интервалов показана возможность трехмерных колебаний и получены режимы работы магнитной системы, при которых частица испытывает устойчивые трехмерные осцилляции. Изучено влияние начальных условий при эмиссии на возникновение возвратно-колебательного эффекта. Показано, что при заданной энергии электрона и фиксированном магнитном поле параметром, определяющим отражение частицы, является полярный угол влета относительно оси цилиндрического магнитного поля. Исследована зависимость формирования итогового распределения частиц от амплитуды и градиента магнитного поля вдоль оси системы. Приводятся результаты численного моделирования по движению электронного потока. На основе модели движения электронного потока рассмотрены характеристики результирующего электронного пучка. Полученные результаты моделирования показывают на возможность в условиях эксперимента установить явление колебательно-возвратного продольного движения.

Ключевые слова: электронный пучок, магнетронная пушка, трехмерные колебания, динамика электронов, градиентное магнитное поле, математическое моделирование.

О. С. МАЗМАНИШВИЛИ, М. Г. РЕШЕТНЯК

ПОЗДОВЖНЯ ПАСТКА ЕЛЕКТРОНОГО ПУЧКА В ПОТЕНЦІЙНІЙ ЯМІ МАГНІТНОГО СОЛЕНОІДАЛЬНОГО ПОЛЯ

Розглянуто циліндричний магнітне поле двомодового виду, потенціал якого має мінімум. Об'єктом даної роботи є вивчення параметрів електронного пучка при його русі в соленоїдальному полі з поздовжньою пасткою, утвореної магнітним полем, і побудова обчислювальної моделі руху електронного потоку. Поставлено завдання про стійкість руху електронів в такому соленоїдальному магнітному полі. Вивчено можливість одержання коливальних режимів руху частинок. Отримано, що для коливальних частинок з енергією в десятки кілоелектронвольт в потенційній ямі необхідно поле амплітудою в десятки тисяч Ерстед. Для соленоїдального магнітного поля соленоида вивчено формування пучка електронів з енергією 55 кеВ в поздовжньому і радіальному напрямках при його транспортуванні. Як фізичний об'єкт використана секція магнетронної гармати. Одним з можливих напрямків є комбінація двох узгоджених магнітних систем гармати для створення потенційної ями магнітного поля. Показано, що для обраних умов руху електронів можна зіставити модель тривимірних осциляцій. У роботі на основі гамильтонового формалізму руху електронів в магнітному полі та алгоритму чисельного знаходження розв'язків диференціальних рівнянь динаміки побудовано програмний засіб, що дозволяє отримувати масиви значень траєкторій частинок в обсязі. Використання програмного засобу дало можливість промоделиувати основні залежності руху електронного пучка в заданому двомодовому соленоїдальному магнітному полі. Представлені результати чисельного моделювання траєкторій електронів в градієнтному магнітному полі з точковим вторинноемісійним катодом, розташованим в середині системи. Розглянуто формування пучка з енергією 55 кеВ в радіальному і поздовжньому напрямках при його транспортуванні в соленоїдальному магнітному полі з великим градієнтом. Для значних часових інтервалів показана можливість тривимірних коливальних і отримані режими роботи магнітної системи, при яких частка відчуває стійкі тривимірні осциляції. Вивчено вплив початкових умов при емісії на виникнення зворотного-коливального ефекту. Показано, що при заданій енергії електрона і фіксованому магнітному полі параметром, що визначає відображення частки, є полярний кут вльоту щодо осі циліндричного магнітного поля. Досліджено залежність формування підсумкового розподілу часток від амплітуди і градієнта магнітного поля уздовж осі системи. Наводяться результати чисельного моделювання по руху електронного потоку. На основі моделі руху електронного потоку розглянуті характеристики результирующего електронного пучка. Отримані результати моделювання показують на можливість в умовах експерименту встановити явище коливально-поворотного поздовжнього руху.

Ключові слова: електронний пучок, магнетрон гармата, тривимірні коливання, динаміка електронів, градієнтне магнітне поле, математичне моделювання.

O. S. MAZMANISHVILI, M. G. RESHETNYAK

LONGITUDINAL TRAP OF ELECTRON BEAM IN POTENTIAL PIT MAGNETIC SOLENOIDAL FIELD

A two-mode cylindrical magnetic field is considered, the potential of which has a minimum. The object of this work is the study of the parameters of an electron beam when it moves in a solenoid field with the longitudinal trap formed by the magnetic field, and the construction of the computational model of the motion of an electron beam. The problem is posed of the stability of the motion of electrons in such solenoid magnetic field. The possibility of obtaining oscillatory modes of particle motion has been studied. It was found that for oscillations of particles with an energy of tens of kiloelectronvolts in the potential well in a well, the field with the amplitude of tens of thousands of Oersteds is required. For the solenoid magnetic field of the solenoid, the formation of electron beam with an energy of 55 keV in the longitudinal and radial directions during its transportation is studied. A section of a

© А. С. Мазманишвили, Н. Г. Решетняк, 2021

magnetron gun was used as the physical object. One possible direction is to combine the two matched magnetic systems of the gun to create the potential magnetic field well. It is shown that, for the chosen conditions, the motion of electrons can be associated with the model of three-dimensional oscillations. In this work, on the basis of the Hamiltonian formalism of the motion of electrons in a magnetic field and an algorithm for numerically finding solutions to the differential equations of dynamics, a software tool is constructed that allows one to obtain arrays of values of particle trajectories in the volume. The use of the software made it possible to simulate the main dependences of the motion of the electron beam in a given two-mode solenoid magnetic field. The results of numerical simulation of electron trajectories in the gradient magnetic field with the point secondary emission cathode located in the middle of the system are presented. The formation of the beam with energy of 55 keV in the radial and longitudinal directions during its transportation in a solenoid magnetic field with a large gradient is considered. For significant time intervals, the possibility of three-dimensional oscillations is shown and the operating modes of the magnetic system are obtained, in which the particle undergoes stable three-dimensional oscillations. The influence of the initial conditions during emission on the occurrence of the reciprocating oscillatory effect has been studied. It is shown that for a given electron energy and fixed magnetic field, the parameter that determines the reflection of a particle, is the polar angle of entry relative to the axis of the cylindrical magnetic field. The dependence of the formation of the final distribution of particles on the amplitude and gradient of the magnetic field along the axis of the system is investigated. The results of numerical simulation on the motion of the electron flow are presented. The characteristics of the resulting electron beam are considered on the basis of a model of electron flow motion. The obtained simulation results show that it is possible to establish the phenomenon of oscillatory-return longitudinal motion under experimental conditions.

Keywords: electron beam, magnetron gun, three-dimensional oscillations, electron dynamics, gradient magnetic field, mathematical modeling.

Введение. Электронные магнетронные пушки с холодными вторичноэмиссионными катодами перспективны для использования их при создании мощных СВЧ-приборов, в ускорительной технике в связи со стабильностью эмиссии катодов, высокой плотностью тока и т.д. [1, 2]. На основе магнетронной пушки был создан ускоритель электронов, который использует осевой электронный пучок для облучения металлических мишеней [3]. Как объект для проведения исследований магнетронная пушка имеет то преимущество, что, с одной стороны, она может быть модифицирована для проведения экспериментов различного типа, с другой стороны, несмотря на сложность выполнения аналитического исследования, – для получения количественных зависимостей является возможным использование вычислительных методов и сравнения числовых результатов с данными эксперимента. Одним из возможных направлений является комбинация двух согласованных магнитных систем пушки для создания потенциальной ямы магнитного поля [4, 5]. При выбранной глубине такой ямы движение помещенной в неё частицы будет устойчивым [6].

Объектом данной работы является изучение параметров электронного пучка при его движении в соленоидальном поле с продольной ловушкой, образованной магнитным полем, и построение модели движения электронного потока.

Целью исследования было создание модели движения электронного пучка с энергией в десятки кэВ в градиентном магнитном поле, изучение формирования траекторий электронов, зависимости динамики частиц от начальных условий и распределения магнитного поля вдоль оси системы. Приводятся результаты моделирования по движению электронного потока. Полученные результаты моделирования показывают на возможность в условиях эксперимента установить явление колебательно-возвратного продольного движения.

1. Методика исследований.

Усовершенствование магнетронной пушки, заключающееся в применении интенсивных магнитных полей с повышенным градиентом их напряженности, дает возможность рассмотреть новые явления в пространственной картине эволюции электронных пучков.

Ранее в ходе численных экспериментов [7] был обнаружен эффект обратного движения электронов в градиентном магнитном поле магнетронной пушки.

Распределение продольного магнитного поля $H(z)$ вдоль оси системы и канала транспортировки которое использовалось при проведении численного моделирования, приведено на рис. 1. Источник электронов помещен в центре ($z = 0$), при этом частицам сообщается энергия, равная 55 кэВ.

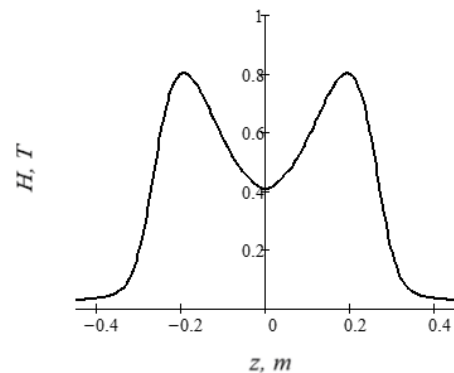


Рис. 1. Магнитное поле H

На основе гамильтонова формализма движения электронов в магнитном поле построено программное средство, позволяющее провести численное моделирование динамики электронных потоков в градиентном магнитном поле. [7, 8].

2. Математическая модель.

Для построения математической модели решения воспользуемся аксиальной симметрией задачи. В полярной системе координат (r, z, θ) используем гамильтониан электрона в магнитном поле в цилиндрической системе координат [9, 10]

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_\theta}{r} - e_0 A \right)^2, \quad (1)$$

где e_0 , m – заряд и масса покоя электрона, p_r , p_z , p_θ – канонические импульсы, A – магнитный потенциал. Его с учетом азимутальной симметрии пока запишем в виде $A(r, z) = Brf(z)$, где $f(z)$ – функция продольной координаты, которой распредимся ниже,

B – напряженность магнитного поля в рассматриваемой точке. Уравнения движения для координат и импульсов имеют общий вид.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = \frac{p_r}{m}, \\ \dot{z} = \frac{p_z}{m}, \\ \dot{\vartheta} = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 B r f(z) \right) \frac{1}{r}, \\ \dot{p}_r = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 B r f(z) \right) \left(\frac{p_\vartheta}{r} + e_0 B r f(z) \right), \\ \dot{p}_z = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 B r f(z) \right) \left(e_0 B r \frac{\partial}{\partial z} f(z) \right), \\ \dot{p}_\vartheta = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

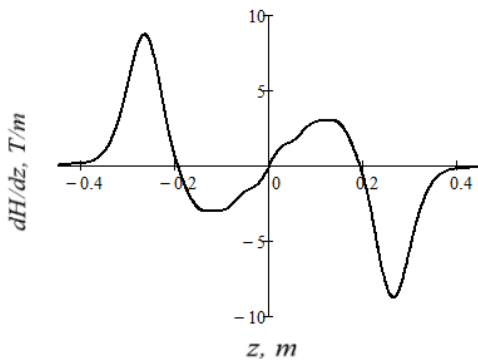


Рис. 2. Производная dH/dz магнитного поля H

Как видно из уравнений (2), на формирование траектории частицы влияет как распределение магнитного поля H вдоль оси z , так и его производная dH/dz (рис. 2).

В системе (2) из 6 уравнений перейдем, используя скорость света c , от текущего времени t к переменной $S = ct$ (длина пути, который прошла частица), производную по ней будем обозначать штрихом. Для канонических импульсов осуществим замену $p_r = e_0 B q_r$, $p_z = e_0 B q_z$, $p_\vartheta = e_0 B q_\vartheta$, тогда приходим к системе уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = \mu q_r, \\ z' = \mu q_z, \\ \vartheta' = \mu \left(\frac{q_\vartheta}{r^2} - f(z) \right), \\ q_r' = \mu r \left(\frac{q_\vartheta}{r^2} - f(z) \right) \left(\frac{q_\vartheta}{r^2} + f(z) \right), \\ q_z' = \mu r^2 \left(\frac{q_\vartheta}{r^2} - f(z) \right) \frac{df(z)}{dz}, \\ q_\vartheta' = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

В уравнениях (3) $\mu = e_0 B / mc$, $Bf(z)$ – функция, описывающая напряженность магнитного поля вдоль оси z . Амплитуду B выбираем так, чтобы можно было пользоваться функцией $Bf(z)$ на всем интервале

возможных значений z . К уравнениям (3) необходимо присоединить начальные условия для r_0, z_0, ϑ_0 , а также для $q_{r0}, q_{z0}, q_{\vartheta0}$. Устойчивость алгоритма решения связана с шагом Δs решения и параметром μ . Тогда условие $\mu \Delta s \ll 1$ будет выполняться, если $\Delta s \ll 0.0001$ м. Итак, с вычислительной точки зрения задача может быть сформулирована как задача нахождения на заданном интервале решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений с фиксированными начальными условиями. Это обеспечило возможность получения решений системы (3) в виде 6-мерных массивов, описывающих траектории.

3. Численное моделирование.

На рис. 3–5 приведены результаты численного моделирования траекторий электрона с энергией $E = 55$ кэВ в градиентном соленоидальном магнитном поле, выполненные при начальных условиях $z_0 = 0$ мм, $r_0 = 21$ мм, $\vartheta_0 = 0$ для полярного угла влета $r_0' = -0.015$ в систему транспортировки. Далее

$$q_z|_0 = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2E}{E_0}}, \quad q_\vartheta|_0 = r_0^2 f(z_0) \quad (4)$$

($E_0 = 511$ кэВ – энергия покоя). Результаты расчетов на этих рисунках приводятся для трех длин траектории электрона $S = 0.0, 0.5, 1.0$ м.

На рис. 3-5: слева – траектория в объеме, посередине – зависимость продольной координаты z от пройденного пути S , справа – фазовая карта (z, r) .

Из рис. 3-5 видно, что с увеличением времени пролета (длины траектории) частица колеблется в объеме и удерживается. Трехмерные устойчивые осцилляции электрона осуществляются в районе минимума магнитного поля $H(z)$. В этом районе распределение поля вдоль оси может приближенно представлено параболической зависимостью по z . Продольные колебания электрона в дальнейшем многократно повторяются, что было проверено выполнением специальных расчетов при $S = 30$ м.

При других выбранных углах r_0' , близких к $r_0' = -0.015$, их форма видоизменяется, но тип колебаний и их устойчивость остаются неизменными. Приведенным траекториям электронов можно сопоставить модель прохождения световых лучей в среде с градиентным коэффициентом преломления, зависящим от радиуса [5, 6, 11, 12].

Выводы. Из результатов моделирования следует, что при выбранных начальных условиях частиц регуляция начальных условий, в частности угла влета электронов, при заданной конфигурации градиентного магнитного поля с потенциальной ямой влияет на общие свойства движения пучка. Итак, при движении в канале транспортировки электрон испытывает устойчивые трехмерные колебания. Таким образом, показана возможность удержания частицы в яме, образованной магнитным соленоидальном поле с продольной ловушкой.

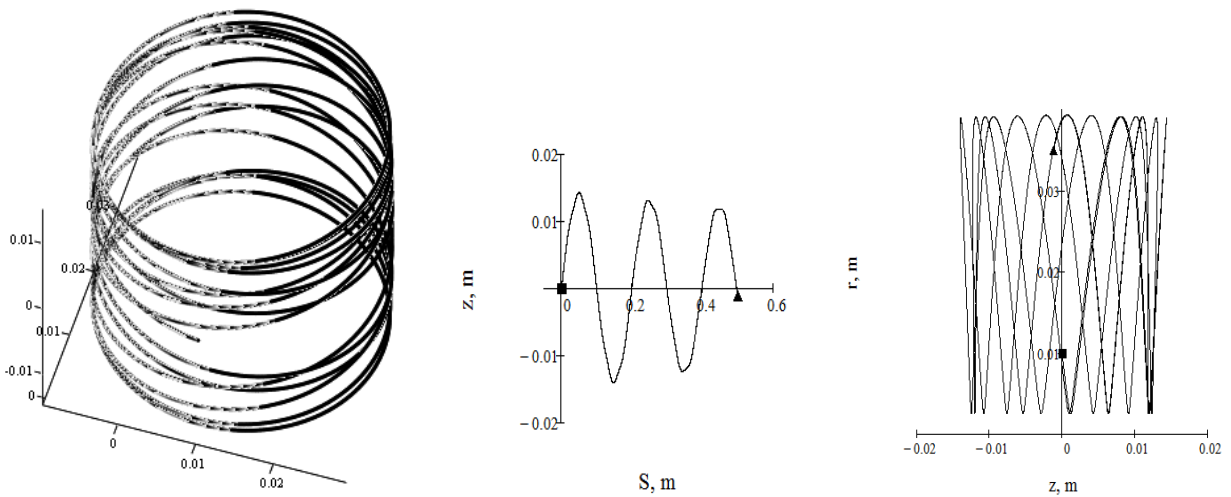


Рис. 3. Траектория электрона в градиентном магнитном поле; длина траектории $S = 0.5$ м

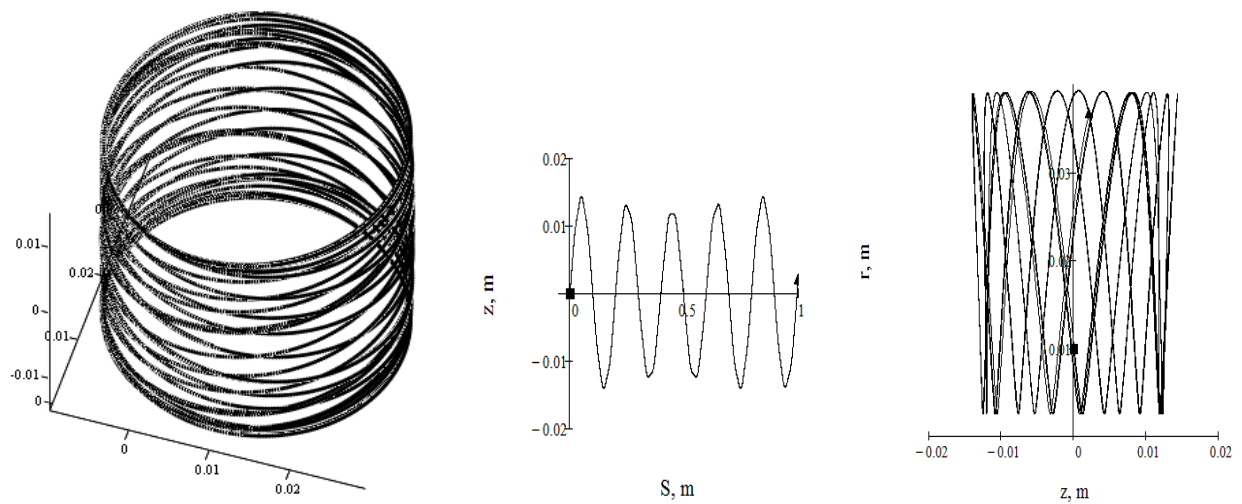


Рис. 4. Траектория электрона в градиентном магнитном поле; длина траектории $S = 1.0$ м

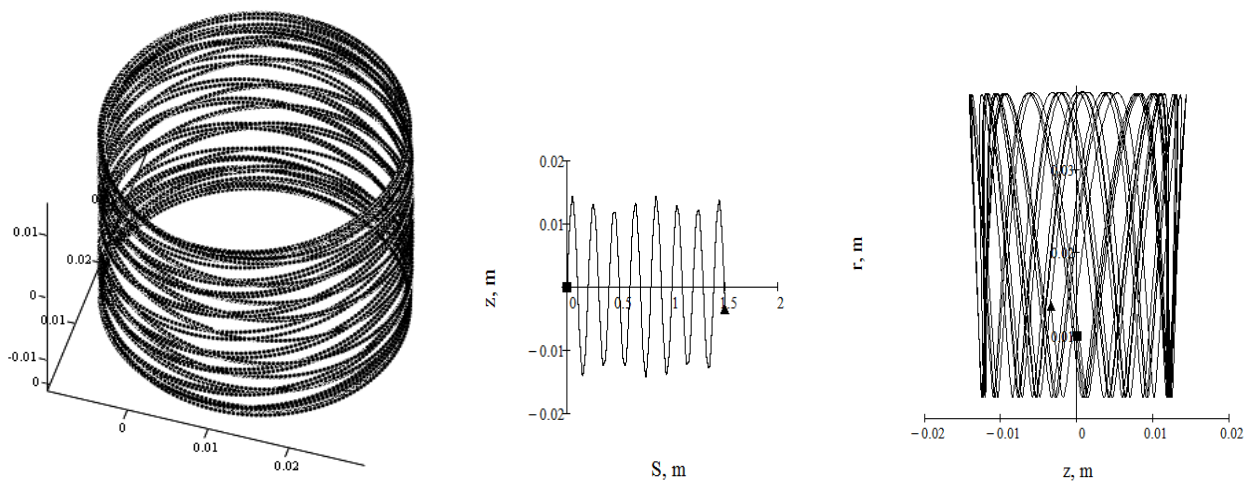


Рис. 5. Траектория электрона в градиентном магнитном поле; длина траектории $S = 1.5$ м

Список литературы

- Ayzatsky M. I., Dovbnaya A. N., Mazmanishvili A. S., Reshetnyak N. G., Romas'ko V. P., Chertishchev I. A. Studies on formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2016, issue 66, no. 3(103), pp. 11–16.
- Dovbnaya A.N., Dovbnaya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2017, issue 69, no. 6 (112), pp. 96–100.
- Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Electron beam transversion management on exit of magnetic gun by gradient magnetic field. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2019, issue 72, no. 6 (124), pp. 106–113.
- Арцимович Л.А. *Управляемые термоядерные реакции*. Москва: Физматгиз, 1963. 496 с.
- Трубников Б.А. *Теория плазмы*. М.: Энергоатомиздат, 1996. 462 с.
- Миямото К. *Основы физики плазмы и управляемого синтеза*. Москва: Физматлит, 2007. 424 с.
- Мазманішвілі А.С., Решетняк Н.Г., Шовкопляс О.А. Пучковый и секторный режимы электронных потоков в цилиндрической магнитном поле магнетронной пушки. *Журнал Нано- и Электронной Физики*. 2020. Т. 12, № 3. С. 03001(5с).
- Мазманішвілі А.С., Решетняк Н.Г. Преобразование массива данных цилиндрического магнитного поля магнетронной пушки и задача радиального движения электронов. *Прикладные Проблемы Математического Моделирования*. 2020. Т. 3, № 1. С. 108–116.
- Пирс Дж. Р. *Теория и расчет электронных потоков*. Москва: Сов. Радио, 1956. 254 с.
- Алямовский И. В. *Электронные пучки и электронные пушки*. Москва: Сов. Радио, 1966. 454 с.
- Vorogushin M. F., Glukhikh V. A., Manukyan G. Sh., Karpov D. A., Svin'in M. P., Ehngel'ko V. I., Yatsenko B. P. Beam and ion-plasma technologies. *Problems of atomic science and technology. Series "Physics of radiation effects and radiation materials science"*. 2002, no. 3, pp. 101–109.
- Хемминг Р.В. *Численные методы*. Москва: Наука, 1972. 303 с.
- magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2016, issue 66, no. 3(103), pp. 11–16.
- Dovbnaya A.N., Dovbnaya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2017, issue 69, no. 6 (112), pp. 96–100.
- Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Electron beam transversion management on exit of magnetic gun by gradient magnetic field. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2019, issue 72, no. 6 (124), pp. 106–113.
- Artsimovich L.A. *Upravlyayemye termoyadernye reakcyi* [Controlled thermonuclear reactions]. Moscow, Fizmatgiz, 1963. 496 p.
- Trubnikov B.A. *Teoriya plazmy* [Plasma theory]. Moscow, Energoatomizdat, 1996. 462 p.
- Miyamoto K. *Osnovy fiziki plazmy i upravlyayemogo signala* [Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion]. Moscow, Fizmatlit, 2007. 424 p.
- Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Shovkoplyas O.A. Puchkovyy i sektornyy rezhymy elektronnykh potokov v zylindricheskom magnitnom pole magnetronnoy pushki [Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun]. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2020, vol. 12, no. 3, 03001 (5с).
- Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Preobrazovanie massiva dannykh zylindricheskogo magnitnogo polya magnetronnoy pushki i zadacha radial'nogo dvizheniya elektronov [Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of the radial motion of electrons]. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020, vol. 3, no. 1, pp. 108–116.
- Pirs Jh. P. *Teoriya i raschet elektronnykh potokov* [Theory and calculation of electron currents]. Moscow, Sov. Radio, 1956. 254 p.
- Alyamovskiy S. V. *Elektronnye puchki i elektronnye pushki* [Electron beams and electron guns]. Moscow, Sov. Radio, 1966. 454 p.
- Vorogushin M. F., Glukhikh V. A., Manukyan G. Sh., Karpov D. A., Svin'in M. P., Ehngel'ko V. I., Yatsenko B. P. Beam and ion-plasma technologies. *Problems of atomic science and technology. Series "Physics of radiation effects and radiation materials science"*. 2002, no. 3, pp. 101–109.
- Hemming R. V. *Chyslennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1972. 303 p.

References (transliterated)

- Ayzatsky M. I., Dovbnaya A. N., Mazmanishvili A. S., Reshetnyak N. G., Romas'ko V. P., Chertishchev I. A. Studies on formation of the radially-directed electron beam generated by the

Postynula (received) 05.05.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мазманішвілі Олександр Сергійович – доктор фізико-математичних наук, професор, старший науковий співробітник Національного наукового центру Харківського фізико-технічного інституту, м. Харків; Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0373-0626>; e-mail: mazmanishvili@gmail.com

Решетняк Микола Григорійович – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Національного наукового центру Харківського фізико-технічного інституту, м. Харків; Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2345-6789>; e-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua

Мазманішвілі Олександр Сергеевич – доктор фізико-математических наук, професор, старший науковий співробітник Національного наукового центру Харківського фізико-технічного інституту, г. Харків; Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0373-0626>; e-mail: mazmanishvili@gmail.com

Решетняк Николай Григорьевич – кандидат фізико-математических наук, старший науковий співробітник Національного наукового центру Харківського фізико-технічного інституту, г. Харків; Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2345-6789>; e-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua

Mazmanishvili Oлександр Serhiyovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, senior staff scientist, National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology", Kharkov; Ukraine; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0373-0626>; e-mail: mazmanishvili@gmail.com

Reshetnyak Nikolay Grigorievych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior staff scientist, National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology", Kharkov; Ukraine; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2345-6789>; e-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua