УПРАВЛІННЯ В ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS

УДК 62-52 DOI: 10.20998/2079-0023.2022.01.03

О. С. КУЦЕНКО, М. І. БЕЗМЕНОВ

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

Запропоновано метод структурної та параметричної ідентифікації одновимірних лінійних стаціонарних динамічних систем, поданих диференціальними рівняннями зв'язку «вхід–вихід». Метод орієнтований як на активний, так і на пасивний експерименти. В основу методу покладено поліноміальне подання вхідного та вихідного сигналів динамічної системи, що ідентифікується. Запропоновано компактне векторно-матричне подання поліномів, що дозволило знаходити вимушену складову розв'язку лінійних диференціальних рівнянь як результат виконання простих лінійних алгебраїчних операцій. Векторно-матричне подання поліномів дозволило досить просто розв'язати задачу обернення лінійних динамічних систем та задачу компенсації виміряного збурення. Питання подання часових сигналів у поліноміальній формі у цій роботі не розглядаються. Виходячи з отриманого лінійного подання одновимірної динамічної системи, що зв'язує між собою параметри вхідного та вихідного сигналів з параметрами диференціального рівняння математичної моделі динамічної системи, що ідентифікується, отримана лінійна система алгебраїчних рівнянь щодо невідомих коефіцієнтів диференціального рівняння процесу. У загальному випадку отримана система відноситься до класу перевизначених систем, у зв'язку з чим її розв'язок може бути отриманий методом найменших квадратів і зводиться до знаходження псевдооборотної матриці. Запропоновано структурну схему програмного забезпечення для розв'язання задачі структурної та параметричної ідентифікації в середовищі поліноміальних сигналів. Алгоритм включає процедуру порівняння результатів чисельного моделювання ідентифікованої моделі з вихідним експериментальним сигналом та корекцію структури моделі за результатами порівняння.

Ключові слова: параметрична ідентифікація, лінійна динамічна система, поліноміальний сигнал, векторно-матричне подання полінома, лінійна система рівнянь.

O. S. KUTSENKO, M. I. BEZMENOV

IDENTIFICATION OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS IN THE ENVIRONMENT OF POLYNOMYAL SIGNALS

A method for the structural and parametric identification of one-dimensional linear stationary dynamic systems, represented by differential "input-output" constraint equations, is proposed. The method is focused on both active and passive experiments. The method is based on a polynomial representation of the input and output signals of the identified dynamic system. A compact vector-matrix representation of polynomials is proposed, which makes it possible to find the forced component of the solution of linear differential equations as a result of performing simple linear algebraic operations. The vector-matrix representation of polynomials made it possible to quite simply solve the problem of inversion of linear dynamical systems and the problem of compensating the measured perturbation. The issues of representing time signals in polynomial form are not considered in this paper. Based on the obtained linear representation of a one-dimensional dynamic system, which links the parameters of the input and output signals with the parameters of the differential equation of the identified dynamic system mathematical model, a linear system of algebraic equations for unknown coefficients of the differential process equation is obtained. In the general case, the resulting system belongs to the class of overdetermined systems, and therefore its solution can be obtained by the least-square technique and is reduced to finding a pseudoinverse matrix. A block diagram of software for solving the problem of structural and parametric identification in the environment of polynomial signals is proposed. The algorithm includes the procedure of comparing the results of numerical simulation of the identified model with the output experimental signal and correcting the structure of the model based on the results of the comparison.

Keywords: parametric identification, linear dynamical system, polynomial signal, vector-matrix representation of a polynomial, linear system of equations.

Вступ. Сучасний етап розвитку теорії і практики систем автоматичного керування найтісніше зв'язаний з наявністю адекватної математичної моделі об'єкта керування, отриманої на основі реальних даних. Як правило, апріорна інформація про структуру і параметри математичної моделі або обмежена, або відсутня повністю. Значимість ідентифікації в теорії керування привела до інтенсивного розвитку і зростанню кількості досліджень і публікацій у цій галузі. У зв'язку із цим проблема ідентифікації оформилася як самостійний науковий напрямок у рамках загальної теорії управління динамічними системами.

Ефективному розвитку теорії і практики ідентифікації у значній ступені сприяв інтенсивний розвиток обчислювальної техніки, що дозволило залучити широкий клас методів прикладної математики і насамперед методів обчислень. Різноманітність відомих методів ідентифікації призводить до неоднозначності результатів, одержуваних різними методами, а будь-яке ускладнення методів та алгоритмів зумовлює зниження надійності одержуваних результатів через природне збільшення кількості можливих помилок, що виникають у реалізації складних алгоритмів.

У даній статті пропонується простий метод розв’язання задачі структурної і параметричної ідентифікації одновимірних лінійних динамічних систем у середовищі поліноміальних сигналів на вході і на виході.

Огляд і аналіз джерел інформації. Ідентифікація є обов’язковим компонентом у процесі розробки і створення систем керування технічними системами. Її фундаментальні методи і алгоритми викладені у працях П. Ейкхоффа [1], Е. Сейджа і Дж. Мелса [2], А. Дейча [3] і Л. Льюнга [4], які на цей час вже стали класичними. У них викладено з різним ступенем деталізації і глибини наукових досліджень переважну більшість існуючих на момент їх написання та перспективних підходів до вирішення проблеми ідентифікації динамічних систем. Сучасний підхід до проблеми ідентифікації [5–7] характеризується створенням наукомістких методологій розв’язання складних практичних задач, що містять моделі процесів, які важко формалізуються. Ключову роль при цьому грає інформаційна підтримка. Особливо це відноситься до структурної ідентифікації [8]. Вважається, що універсальна методологія структурної ідентифікації відсутня, а основні дослідження у цьому напрямі сфокусовані на розробці алгоритмів генерування і перебору різних допустимих структур, параметричної ідентифікації кожної структури і прийнятті рішень стосовно вибору і оцінювання найкращої структури з можливих. Такий підхід вимагає використання високоефективних обчислювальних методів параметричної ідентифікації кожної структури з допустимої їх множини. Вдалий приклад універсального програмного комплексу для ефективного розв’язання задач параметричної ідентифікації у рамках розв’язання задачі структурної ідентифікації наведено в роботі [9].

Ідентифікація об'єкта керування шляхом постановки активного експерименту вимагає втручання в роботу системи автоматичного керування. Існують об’єкти, для яких з тих чи інших причин неможливо згенерувати потрібні випробувальні дії. У роботі [10] наведено результати досліджень з ідентифікації керованого об’єкта на основі апроксимації його поведінки нейромережевою моделлю. Навчена нейромережева модель емулює поведінку системи і дозволяє отримати її відгук, у тому числі на гармонічні випробувальні впливи. По отриманій частотній характеристиці отримуються значення параметрів математичної моделі.

Аналіз джерел інформації дозволяє зробити такий висновок: більшість методів параметричної ідентифікації базується на активному принципі при тестуючому гармонійному або ступінчастому впливах. На підставі отриманих частотних або перехідних характеристик для деякої фіксованої структури знаходяться конкретні параметри моделі системи, що ідентифікується, відповідно до максимальної близькості характеристик моделі і реального процесу. У випадку пасивних експериментів розв’язання задачі параметричної ідентифікації так чи інакше зв’язано з процедурою диференціювання вхідних і вихідних сигналів [3], заданих на скінченній множині точок відліку.

Метою цієї статті є обґрунтування відносно простого методу розв’язання задачі параметричної ідентифікації одновимірних лінійних динамічних систем у класі поліноміальних апроксимацій вхідних і вихідних сигналів.

Векторно-матричне подання поліномів. Для спрощення процесів дослідження проходження поліноміальних сигналів через динамічні системи розглянемо компактне подання поліномів методами матричної алгебри [11].

Нехай векторний поліном $\boldsymbol{p}(t)$ ступіня l має такий вигляд:

$$\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t) = \boldsymbol{p}_0^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}} t + \boldsymbol{p}_2^{\mathrm{T}} \frac{t^2}{2} + \ldots + \boldsymbol{p}_l^{\mathrm{T}} \frac{t^l}{l!}, \tag{1}$$

де $\boldsymbol{p}_0$, $\boldsymbol{p}_1$, …, $\boldsymbol{p}_l$ – N-вимірні вектори, Т – операція транспонування.

Тоді подання (1) можна формально представити як

$$\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t) = \boldsymbol{T}\boldsymbol{P}, \tag{2}$$

де $\boldsymbol{T} = (1, t, \frac{t^2}{2}, \ldots, \frac{t^l}{l!})$ – $(l+1)$-вимірний вектор-рядок, а $\boldsymbol{P}$ – матриця порядку $(l+1)\times N$, що має такий вигляд:

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{p}_0, \boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_l)^T. \tag{3}$$

У випадку скалярного полінома матриці (3) відповідає вектор-стовпець $\boldsymbol{P}$, складений з його коефіцієнтів.

Розглянемо деякі елементарні операції з поліномами і їх аналогами у векторно-матричній формі:

– додавання: $\boldsymbol{p}_1(t) + \boldsymbol{p}_2(t) = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_2)$;

– множення на число: $\alpha \boldsymbol{p}(t) = \boldsymbol{T}(\alpha \boldsymbol{P})$;

– диференціювання:

$$\frac{d\,\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)}{dt} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{P}, \tag{4}$$

де елементи λ_{ij} квадратної матриці $\boldsymbol{\Lambda}$ порядку $(l+1)$ мають вигляд $\lambda_{ij} = \delta_{i+1,j}$, де δ_{sk} – символ Кронекера.

Згідно з (4) k-та похідна полінома представима в такому вигляді:

$$\frac{d^k \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)}{dt^k} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{\Lambda}^k \boldsymbol{P}, \tag{5}$$

де $\boldsymbol{\Lambda}^k$ можна обчислити за формулою

$$(\boldsymbol{\Lambda}^k)_{ij} = \delta_{i+k,j},\; i, j = \overline{1, l+1}.$$

Подання одновимірних лінійних динамічних систем у середовищі поліноміальних сигналів. Нехай скалярна лінійна стаціонарна динамічна система описується таким диференціальним рівнянням зв’язку «вхід-вихід»:

$$a_0 y^{(p)} + a_1 y^{(p-1)} + \ldots + a_p y = b_0 u^{(q)} + b_1 u^{(q-1)} + \ldots + b_q u\,, \quad (6)$$

де $u(t)$ і $y(t)$ – вхідний і вихідний сигнали відповідно, p і q ($p \geq q$) – максимальні порядки похідних, a_0, a_1, …, a_p, b_0, b_1, …, b_q – постійні коефіцієнти.

Неважко показати, що у випадку вхідного впливу у вигляді полінома степіня l

$$u(t) = u_0 + u_1 t + \ldots + u_l \frac{t^l}{l!}\,. \quad (7)$$

вимушена складова розв'язку диференціального рівняння (6) також може бути подана поліномом степіня l

$$y(t) = y_0 + y_1 t + \ldots + y_l \frac{t^l}{l!}\,. \quad (8)$$

У подальшому будемо розглядати тільки асимптотично стійкі системи (6) на часових інтервалах, що відповідають практично повному затуханню перехідних процесів, обумовлених ненульовими початковими умовами рівняння (6).

Подамо поліноми (7) і (8) у векторній формі:

$$\begin{aligned} (t) &= \boldsymbol{TU}, \\ y(t) &= \boldsymbol{TY}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\boldsymbol{U} = (u_0, u_1, \ldots, \cdots, u_l)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{Y} = (y_0, y_1, \ldots, \cdots, y_l)^{\mathrm{T}}$.

Після підстановки (9) у (6) з урахуванням правил диференціювання поліномів (4), (5) отримуємо:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{T}(a_0 \boldsymbol{\Lambda}^p \boldsymbol{Y} + a_1 \boldsymbol{\Lambda}^{p-1} \boldsymbol{Y} + \ldots + a_p \boldsymbol{Y}) = \\ &= \boldsymbol{T}(b_0 \boldsymbol{\Lambda}^q \boldsymbol{U} + b_1 \boldsymbol{\Lambda}^{q-1} \boldsymbol{U} + \ldots + b_q \boldsymbol{U}). \end{aligned}$$

Виконавши «скорочення» на $\boldsymbol{T}$, що відповідає прирівнюванню коефіцієнтів при однакових степенях t, отримаємо остаточно:

$$\begin{aligned} &(a_0 \boldsymbol{\Lambda}^p + a_1 \boldsymbol{\Lambda}^{p-1} + \ldots + a_p \boldsymbol{E})\boldsymbol{Y} = \\ &= (b_0 \boldsymbol{\Lambda}^p + b_1 \boldsymbol{\Lambda}^{p-1} + \ldots + b_q \boldsymbol{E})\boldsymbol{U}. \end{aligned} \quad (10)$$

Вводячи відповідні позначення, співвідношення (10) запишемо у вигляді

$$\boldsymbol{AY} = \boldsymbol{BU}\,, \quad (11)$$

де $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{B}$ – квадратні матриці порядку $(l+1)$, коефіцієнти яких формуються відповідно до таких правил:

$$\{\boldsymbol{A}\}_{i\,j} = \begin{cases} 0, \text{ якщо } i + p < j \vee i > j, \\ a_{i-j+p}, \text{ якщо } i + p \geq j \wedge i \leq j, \end{cases}$$

$$\{\boldsymbol{B}\}_{i\,j} = \begin{cases} 0, \text{ якщо } i + q < j \vee i > j, \\ b_{i-j+q}, \text{ якщо } i + q \geq j \wedge i \leq j, \end{cases}$$

де $i, j = \overline{1, l+1}$.

З структури матриць $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{B}$ випливає, що вони є верхніми трикутними з діагональними елементами $a_{ii} = a_p$ і $b_{ii} = b_q$ ($i = \overline{1, l+1}$) відповідно, які відмінні від нуля через припущення про стійкість вихідної динамічної системи. Таким чином, матриці $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{B}$ невироджені, а система (11) завжди має єдиний розв'язок як відносно $\boldsymbol{Y}$ при заданому $\boldsymbol{U}$ (пряма задача), так і відносно $\boldsymbol{U}$ при заданому $\boldsymbol{Y}$ (зворотна задача). Завдяки трикутній структурі матриць $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{B}$ розв'язок системи (11) легко знаходиться послідовним розв'язанням одновимірних лінійних рівнянь, починаючи з останнього.

Ідентифікація коефіцієнтів динамічної системи. Будемо припускати, що вектори коефіцієнтів $\boldsymbol{U} = (u_0, u_1, \ldots, u_l)^{\mathrm{T}}$ поліномів на вході (7) і $\boldsymbol{Y} = (y_0, y_1, \ldots, y_l)^{\mathrm{T}}$ на її виході (8) нам відомі з досить високим ступенем достовірності. Поставимо задачу знаходження векторів коефіцієнтів $\boldsymbol{a} = (a_0, a_1, \ldots, a_p)^{\mathrm{T}}$ і $\boldsymbol{b} = (b_0, b_1, \ldots, b_q)^{\mathrm{T}}$ у припущенні, що порядки p і q вищих похідних у (1) також відомі. Якщо апріорні дані по величинам p і q відсутні, то в такому випадку необхідно багаторазово розв'язати задачу ідентифікації для множини можливих пар p і q та оцінити вірогідність результатів ідентифікації шляхом прямого моделювання експериментальних процесів чисельним інтегруванням диференціального рівняння (1).

Для розв'язання поставленої задачі перепишемо основне рівняння перетворення поліноміальних сигналів динамічної системи (10) у такому вигляді:

$$\begin{aligned} &a_0 \boldsymbol{\Lambda}^p \boldsymbol{Y} + a_1 \boldsymbol{\Lambda}^{p-1} \boldsymbol{Y} + \ldots + a_p \boldsymbol{Y} = \\ &= b_0 \boldsymbol{\Lambda}^q \boldsymbol{U} + b_1 \boldsymbol{\Lambda}^{q-1} \boldsymbol{U} + \ldots + b_q \boldsymbol{U}. \end{aligned} \quad (12)$$

Уведемо позначення:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y}_k &= \boldsymbol{\Lambda}^k \boldsymbol{Y}, \quad k = \overline{0, p}, \\ \boldsymbol{U}_j &= \boldsymbol{\Lambda}^j \boldsymbol{U}, \quad j = \overline{0, q}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тоді рівняння (12) прийме такий вигляд:

$$\overline{\boldsymbol{Y}}\boldsymbol{a} = \overline{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{b}\,, \quad (14)$$

де $\overline{\boldsymbol{Y}} = (\boldsymbol{Y}_p, \boldsymbol{Y}_{p-1}, \ldots, \boldsymbol{Y})$ і $\overline{\boldsymbol{U}} = (\boldsymbol{U}_q, \boldsymbol{U}_{q-1}, \ldots, \boldsymbol{U})$ – матриці розмірності $(l+1) \times (p+1)$ і $(l+1) \times (q+1)$ відповідно.

Якщо $l \geq p$, то

$$\begin{aligned} &\left\{\overline{\boldsymbol{Y}}\right\}_{i\,j} = \begin{cases} 0, \text{ якщо } i > j + (l - p), \\ y_{i-j+p}, \text{ якщо } i \leq j + (l - p), \end{cases} \\ &\qquad j = \overline{1, p+1},\ i = \overline{1, l+1}; \\ &\left\{\overline{\boldsymbol{U}}\right\}_{i\,j} = \begin{cases} 0, \text{ якщо } i > j + (l - q), \\ u_{i-j+q}, \text{ якщо } i \leq j + (l - q), \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

Таким чином, розв'язання задачі ідентифікації зводиться до розв'язання однорідної лінійної системи (14), яку можна подати в загальноприйнятому вигляді:

$$\left(\overline{\boldsymbol{Y}} \;\vdots\; -\overline{\boldsymbol{U}} \right) \begin{pmatrix} a \\ \hdashline b \end{pmatrix} = \mathbf{0} \; . \qquad (16)$$

Матриця системи (16) має розмірність $(l+1)\times(p+q+2)$.

Розглянемо випадок, коли $l+1 > p+q+2$, тобто коли кількість рівнянь у (16) більша за кількість невідомих. Тоді, фіксуючи один з коефіцієнтів векторів $\boldsymbol{a}$ або $\boldsymbol{b}$ дорівнюючим 1, що відповідає діленню всіх коефіцієнтів рівняння (1) на вибраний коефіцієнт, отримуємо лінійну неоднорідну систему вигляду

$$\boldsymbol{F}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{C} \, , \qquad (17)$$

де матриця $\boldsymbol{F}$ являє собою підматрицю матриці $\left(\overline{\boldsymbol{Y}} \;\vdots\; -\overline{\boldsymbol{U}} \right)$, з якої один зі стовпців перенесений у праву частину лінійної системи (16) зі зворотним знаком і є вектором $\boldsymbol{C}$ правої частини системи (17). Отримана система (17) наближено розв'язується методом псевдообернення [12]:

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F})^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C} \, . \qquad (18)$$

Програмне забезпечення. Структурна схема програмного забезпечення запропонованого методу ідентифікації наведена на рис. 1. Відповідно до структурної схеми за результатами активного або пасивного експерименту деяким відомим методом виконується поліноміальна апроксимація вхідного і вихідного сигналів Потім для деякого початкового наближення структурних параметрів p і q будуємо матриці $\overline{\boldsymbol{Y}}$ і $\overline{\boldsymbol{U}}$ згідно із формулами (15).

На наступному кроці розв'язуємо систему лінійних рівнянь для визначення векторів коефіцієнтів $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ диференціального рівняння математичної моделі об'єкта. Якщо задана точність не задовольняється, то у такому випадку виконуємо коригування степіня апроксимуючих поліномів. У противному випадку інтегруємо диференціальне рівняння системи з отриманими параметрами $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ і експериментальним вхідним впливом $u(t)$. Отриману вихідну функцію $y^*(t)$ порівнюємо з експериментальною функцією $y(t)$. У випадку виконання умови близькості $y^*(t)$ і $y(t)$ вважаємо задачу ідентифікації розв'язаною. Якщо умова близькості не виконана, то змінюємо структуру системи шляхом назначення нової пари параметрів (p,q). Якщо для жодної пари (p,q) з заданої множини умова близькості не виконується, то як результат вибираємо пару (p,q), для якої функції $y^*(t)$ і $y(t)$ є максимально близькими.

Висновки. Запропонований метод ідентифікації лінійних динамічних систем на основі поліноміального подання сигналів дозволяє реалізувати як активний, так і пасивний підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації. У зв'язку із простотою обчислювальних процедур метод придатний як складова при структурній ідентифікації лінійних систем.

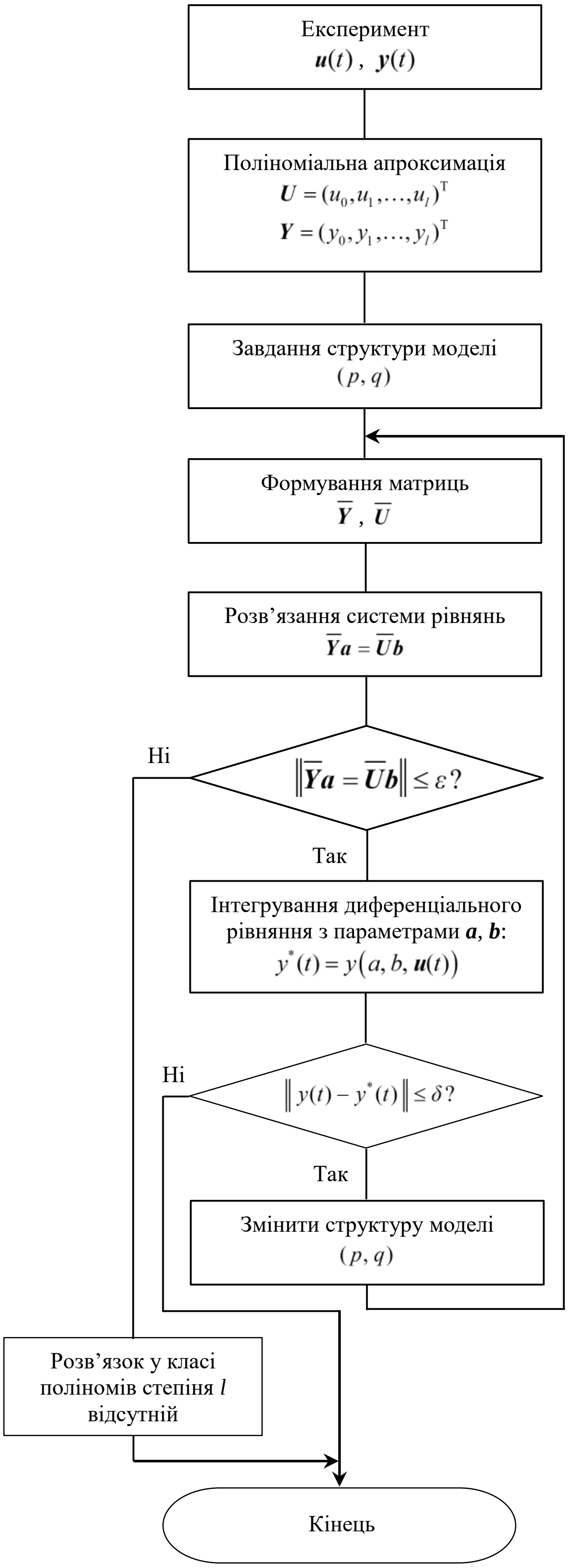

Рис. 1. Структурна схема програмного забезпечення

Список літератури

1. Эйкхофф П. *Основы идентификации систем управления*. Москва: Мир, 1975. 686 с.
2. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Л. *Идентификация систем управления*. Москва: Наука, 1974. 248 с.
3. Дейч А. М. *Методы идентификации динамических объектов*. Москва: Энергия, 1979. 240 с.
4. Льюнг Л. *Идентификация систем: Теория для пользователя*. Москва: Наука, 1991. 431 с.
5. *Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2*. / ред. Н. Д. Егупов, К. А. Пупков. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 640 с.
6. Васильев С. Н. Теория и применение логико-управляемых систем. *Труды 2-й Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'03). 29–31 января 2003 г.* Москва: ИПУ РАН 2003. С. 23–52.
7. Авдеенко Т. В., Каргин С. А. О глобальной идентифицируемости динамических моделей. *Труды 2-й Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'03). 29–31января 2003 г.* Москва: ИПУ РАН 2003. С. 155–214.
8. Затуливетер Ю. С. Компьютерная информация в модели исчисления древовидных структур. *Труды 2-й Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'03). 29–31января 2003 г.* Москва: ИПУ РАН 2003. С. 1935–1949.
9. Петрович В. Н. Идентификация параметров математических моделей динамических систем управления. *Искусственный интеллект*. 2011. № 4. С. 343–349.
10. Шумихин А. Г., Бояршинова А. С. Алгоритм выбора структурных параметров искусственной нейронной сети и объема обучающей выборки при аппроксимации поведения динамического объекта. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2015. Т. 7, № 2. С. 243–251.
11. Kutsenko A., Kovalenko S., Tovazhnyanskyy V. Inversion of dynamic systems for certain classes of signals. *CEUR Workshop Proceedings*. 2019. Vol. 2353. P. 391–401.
12. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц*. Москва: Физматлит, 2010. 558 с.

References (transliterated)

1. Eykhoff P. *System Identification: Parameter and State Estimation*. New York, John Wiley & Sons, 1974. 555 p. (Rus. ed.: Eykhoff P. *Osnovi identifikatsii sistem upravleniya*. Moscow, Mir Publ., 1975. 686 p.).
2. Sage A. P., Melsa J. L. *System Identification*. New York, Academic Press, 1971. 221 p. (Rus. ed.: Seidzh E. P., Melsa Dzh. L. *Identifikatsiya sistem upravleniya*. Moscow, Nauka Publ., 1974. 248 p.).
3. Deich A. M. *Metodi identifikatsii dinamicheskikh obektov* [Methods for identifying dynamic objects]. Moscow, Energiya Publ., 1979. 240 p.
4. Ljung L. *System Identification: Theory For the User. 2nd ed.* PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999. 609 p. (Rus. ed.: Ljung L. *Identifikatsiya sistem: Teoriya dlya polzovatelya*. Moscow, Nauka Publ., 1991. 431 p.).
5. Yegupov N. D., Pupkov K. A., ed. *Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya. Metodi klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 2* [Statistical dynamics and identification of automatic control systems. Methods of classical and modern theory of automatic control. Vol. 2]. Moscow, MGTU im. N. E. Baumana Publ., 2004. 640 p.
6. Vasilev S. N. Teoriya i primenenie logiko-upravlyaemikh sistem [Theory and application of logic-controlled systems]. *Trudi 2-j Mezhdunar. konf. "Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya" (SICPRO'03). 29–31 yanvarya 2003 g.* [Proceedings of the 2nd Intern. conf. "Identification of systems and control tasks" (SICPRO'03). January 29–31, 2003]. Moscow, IPU RAN Publ., 2003, pp. 23–52.
7. Avdeenko T. V., Kargin S. A. O globalnoi identifitsiruemosti dinamicheskikh modelei [On the global identifiability of dynamical models]. *Trudi 2-j Mezhdunar. konf. "Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya" (SICPRO'03). 29–31 yanvarya 2003 g.* [Proceedings of the 2nd Intern. conf. "Identification of systems and control tasks" (SICPRO'03). January 29–31, 2003]. Moscow, IPU RAN Publ., 2003, pp. 155–214.
8. Zatuliveter Yu. S. Kompyuternaya informatsiya v modeli ischisleniya drevovidnikh struktur [Computer information in the model of calculus of tree structures]. *Trudi 2-j Mezhdunar. konf. "Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya" (SICPRO'03). 29–31 yanvarya 2003 g.* [Proceedings of the 2nd Intern. conf. "Identification of systems and control tasks" (SICPRO'03). January 29–31, 2003]. Moscow, IPU RAN Publ., 2003, pp. 1935–1949.
9. Petrovich V. N. *Identifikatsiya parametrov matematicheskikh modelei dinamicheskikh sistem upravleniy*a [Identification of parameters of mathematical models of dynamic control systems]. Iskusstvennii intellect [Artificial intelligence]. 2011, no. 4, pp. 343–349.
10. Shumikhin A. G., Boyarshinova A. S. Algoritm vibora strukturnikh parametrov iskusstvennoi neironnoi seti i obema obuchayushchei viborki pri approksimatsii povedeniya dinamicheskogo obekta [Algorithm for choosing the structural parameters of an artificial neural network and the size of the training sample when approximating the behavior of a dynamic object]. *Kompyuternie issledovaniya i modelirovanie* [Computer research and modeling]. 2015, vol. 7, no. 2, pp. 243–251.
11. Kutsenko A., Kovalenko S., Tovazhnyanskyy V. Inversion of dynamic systems for certain classes of signals. *CEUR Workshop Proceedings*. 2019, vol. 2353, pp. 391–401.
12. Gantmakher F. R. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010. 558 p.

Надійшла (received) 24.04.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Куценко Олександр Сергійович – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій; м. Харків, Україна; ORCID: 0000-0002-7964-1286; e-mail: Oleksandr.Kutsenko@khpi.edu.ua

Безменов Микола Іванович – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2995-2350; e-mail: Mykola.Bezmenov@khpi.edu.ua

Kutsenko Oleksandr Serhiyovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", professor of the Department of System Analysis and Information-Analytical Technologies; Kharkiv, Ukraine; ORCID: 0000-0001-6059-3694; e-mail: Oleksandr.Kutsenko@khpi.edu.ua

Bezmenov Mykola Ivanovych – Candidate of Technical Sciences (PhD), Docent, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Associate Professor at the Department of System Analysis and Information-Analytical Technologies; Kharkiv, Ukraine; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2995-2350; e-mail: Mykola.Bezmenov@khpi.edu.ua