

*А. Е. ГОЛОСКОКОВ*, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;  
*С. И. БЕЗЕГА*, студент НТУ «ХПИ»

## **ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОРТФЕЛЯ ИНВЕСТИЦИЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

У даній статті розглянута задача формування оптимальної структури інвестиційного портфелю в умовах визначеності на основі традиційного підходу. Даний підхід представлений моделями Марковича і Шарпа. Розв'язок задачі зводиться до вирішення задачі умовної оптимізації, де один критерій, що визначає дохід інвестиційного портфелю максимізується, а другий критерій, що визначає значення ризику втрат при вкладенні коштів, мінімізується.

В данной статье рассмотрена задача формирования оптимальной структуры инвестиционного портфеля в условиях определенности на основе традиционного подхода. Данный подход представлен моделями Марковица и Шарпа. Решение задачи сводится к решению задачи условной оптимизации, где один критерий, определяющий доход инвестиционного портфеля максимизируется, а второй критерий, определяющий значение риска потерь при вложении денежных средств, минимизируется.

In this paper we consider the problem of forming the optimal structure of the investment portfolio in terms of certainty, based on the traditional approach. This approach is considered based on the model of Markowitz and Sharpe. The solution of the problem reduces to solving the problem of constrained optimization, where a criterion for determining the income of the investment portfolio is maximized, while the second criterion for determining the significance of the risk of loss when investing funds is minimized.

**Введение.** В настоящее время в круг обязанностей банка входит предоставление кредитов. Из наиболее жизненно важных услуг такого рода является выдача ссуд, которые используются частным бизнесом для осуществления инвестиций и потребительских целей. Большая часть ссуд неликвидна, т.е. они не могут быть быстро проданы тогда, когда банку срочно требуются наличные денежные средства. Другая проблема состоит в том, что ссуды из-за достаточно высокой вероятности их не возврата со стороны заемщика среди всех форм банковского кредита относятся к самым рискованным банковским активам. По всем перечисленным причинам банки стали направлять значительную часть своего портфеля активов во вложения в другой важный вид доходных активов – в ценные бумаги. Эти составляющие банковских портфелей активов выполняют ряд важнейших функций, обеспечивая банкам доходность, ликвидность и диверсификацию с целью снижения риска, а также выводя часть доходов банка из-под налогообложения. Такие вложения стабилизируют доходы банка, обеспечивая дополнительные поступления в то время, когда остальные их источники почти истощены.

При осуществлении портфельного инвестирования перед субъектами инвестирования предстают проблемы эффективного вложения финансовых ресурсов. Преимуществом портфельного инвестирования является возмож-

ность выбора портфеля для решения специфических инвестиционных заданий. Для этого используются различные виды портфелей ценных бумаг, в каждом из которых будет собственный баланс между риском, принятым для собственника портфеля, и ожидаемой отдачей (доходом) в определенный период времени. Соотношение этих действий и дает возможность определить тип портфеля ценных бумаг. Тип портфеля – это его инвестиционная характеристика, которая базируется на соотношении дохода и риска. Структура инвестиционного портфеля отражает определенное соединение интересов инвесторов, а также объединяет в той или иной форме риски по отдельным ценным бумагам.

**Постановка задачи.** Предметом исследования является определение доходности сформированного инвестиционного портфеля.

Предполагается, что у инвестора имеется в распоряжении некоторая сумма свободных инвестиционных ресурсов, которую он хотел бы разместить на финансовом рынке. При этом инвестор знает минимальный период времени, на который данная сумма инвестиционных ресурсов может быть размещена без возникновения в течение этого периода (инвестиционного горизонта) необходимости ее досрочного изъятия. Инвестору необходимо сформировать инвестиционный портфель, оптимальный по своей структуре.

**Описание составных частей инвестиционного портфеля.** Объектом исследования является портфель инвестиций коммерческого банка. Предполагается размещение средств на  $\tau$  дней (срок инвестирования). Инвестор рассматривает  $n$  независимых инвестиционных проектов. Каждый проект может представлять собой как инвестирование средств в один определенный финансовый инструмент или использование комбинации финансовых средств [3].

Каждый  $i$ -й проект ( $i = \overline{1, n}$ ) обладает следующими характеристиками:

$x_i$  – доля ценной бумаги, которая входит в инвестиционный портфель;

$r_i$  – прогнозируемая доходность  $i$ -й ценной бумаги по истечении  $\tau$  дней;

$z_i$  – риск неблагоприятного изменения рыночных котировок, зависит от длины инвестиционного горизонта, в качестве его оценки используется среднеквадратическое отклонение;

$c_{ij}$  – коэффициент корреляции между доходностью на  $i$ -ю ценную бумагу и доходностью на  $j$ -ю ценную бумагу.

Портфель инвестиций характеризуется следующими показателями:

– доходность:

$$Q = \sum_{i=1}^n r_i x_i \rightarrow \max_{\{x_i\}} \quad (1)$$

– риск неблагоприятного изменения рыночных котировок:

$$W = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j z_i z_j} \rightarrow \min_{\{x_i\}} \quad (2)$$

В сформированном инвестиционном портфеле должно выполняться условие, что сумма долей всех ценных бумаг, входящих в портфель составляет 100%

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (3)$$

Таким образом, сформирована задача многокритериальной оптимизации, решение которой позволяет найти оптимальный инвестиционный портфель по двум показателям: максимальная доходность и минимальный риск.

**Решение задачи формирования инвестиционного портфеля традиционным подходом.** В настоящей работе для эффективного формирования инвестиционного портфеля используются традиционные подходы, основанные на моделях Марковица и Шарпа.

При помощи разработанного Марковицем метода, можно выделить неперспективные и эффективные портфели, которые содержат информацию о его процентом составе из отдельных ценных бумаг, о доходе и риске.

Модель Шарпа позволяет значительно сократить объемы вычислений при определении оптимального портфеля, рассматривает взаимосвязь доходности каждой ценной бумаги с доходностью рынка в целом. В настоящее время это наиболее распространенные модели определения характеристик портфеля. Они успешно работают в условиях относительно стабильных фондовых рынков.

Рассмотрим формирование структуры инвестиционного портфеля на основе модели Марковица. В этом случае портфель ценных бумаг характеризуется двумя величинами.

Ожидаемой доходностью

$$Q_1 = \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad (4)$$

где  $x_i$  – доля общего вложения, приходящаяся на  $i$ -ю ценную бумагу;

$m_i$  – ожидаемая доходность  $i$ -й ценной бумаги, %;

$Q_1$  – ожидаемая доходность портфеля, %.

Мерой риска – среднеквадратическим отклонением доходности от ожидаемого значения

$$Q_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot x_i \cdot x_j}, \quad (5)$$

где  $Q_2$  – мера риска портфеля;

$k_{ij}$  – ковариация между доходностью  $i$ -й и  $j$ -й ценных бумаг;

$x_i, x_j$  – доли общего вложения, приходящиеся на  $i$ -ю и  $j$ -ю ценные бумаги;

$n$  – число ценных бумаг портфеля.

Ковариация доходностей ценных бумаг ( $\sigma_{ij}$ ) равна корреляции между ними, умноженной на произведение их стандартных отклонений:

$$k_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (i, j = \overline{1, n}), \quad (6)$$

где  $\rho_{ij}$  – коэффициент корреляции доходностей между  $i$ -й и  $j$ -й ценными бумагами;

$\sigma_i, \sigma_j$  – стандартные отклонения доходностей  $i$ -й и  $j$ -й ценных бумаг.

Для  $i = j$  ковариация равна дисперсии акции.

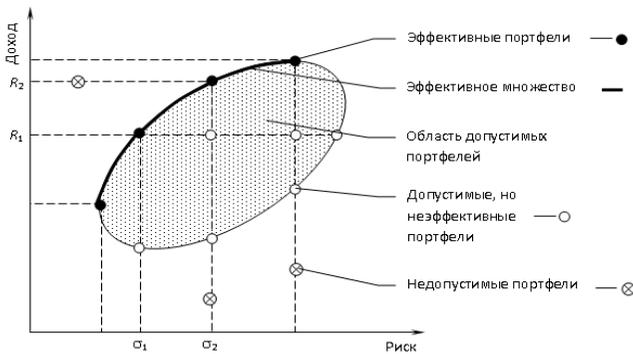
Таким образом, многокритериальная задача оптимизации структуры оптимального инвестиционного портфеля имеет вид:

$$\begin{cases} Q_1 = \sum_{i=1}^n m_i x_i \rightarrow \max_{\{x_i\}} \\ Q_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot x_i \cdot x_j} \rightarrow \min_{\{x_i\}}, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (7)$$

Марковиц ограничивает решение модели тем, что из всего множества «допустимых» портфелей, т.е. удовлетворяющих ограничениям, необходимо выделить те, которые рискованнее, чем другие. При помощи разработанного Марковицем метода критических линий можно выделить неперспективные портфели. Тем самым остаются только эффективные портфели [4].

Объяснение того факта, что инвестор должен рассмотреть только подмножество возможных портфелей, содержится в следующей теореме об эффективном множестве: «Инвестор выберет свой оптимальный портфель из

множества портфелей, каждый из которых обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска и минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности». Набор портфелей, удовлетворяющих этим двум условиям, называется эффективным множеством. Ниже на рисунке представлены недопустимые, допустимые и эффективные портфели, а также линия эффективного множества.



Допустимое и эффективное множества

Из-за недопустимости коротких позиций в модели Марковица на доли ценных бумаг в портфели накладывается условие неотрицательности. Поэтому особенностью этой модели является ограниченность доходности допустимых портфелей, т.к. доходность любого стандартного портфеля не превышает наибольшей доходности активов, из которых он построен.

Рассмотрим формирование структуры инвестиционного портфеля на основе модели Шарпа.

В модели представлена зависимость между ожидаемой доходностью актива и ожидаемой доходностью рынка. Она предполагается линейной. Уравнение модели имеет следующий вид:

$$S = \alpha_{ii} + \beta_{ii} \cdot r_I + \varepsilon_{ii}, \quad (8)$$

где  $S$  — доходность  $i$ -й ценной бумаги за данный период;

$r_I$  — доходность на рыночный индекс  $I$  за этот же период;

$\alpha_{ii}$  — коэффициент смещения;

$\beta_{ii}$  — коэффициент наклона;

$\varepsilon_{ii}$  — случайная погрешность.

Уравнение, записанное без случайной погрешности, является уравнением линейной регрессии. Коэффициент наклона может быть определен по формуле:

$$\beta = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i l_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n l_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (9)$$

где  $x_i$  – доходность рынка в  $i$ -й период времени;

$l_i$  – доходность ценной бумаги в  $i$ -й период времени;

$n$  – количество периодов.

По Шарпу коэффициент смещения или сдвига определяет составляющую доходности бумаги, которая не зависит от движения рынка и может быть определена:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} - \beta \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (10)$$

где  $x_i$  – доходность рынка в  $i$ -й период времени;

$l_i$  – доходность ценной бумаги в  $i$ -й период времени;

$n$  – количество периодов.

В соответствие с одной из точек зрения, коэффициент смещения является своего рода мерой недооценки или переоценки рынком данной бумаги. Положительное значение свидетельствует о переоценке рынком данной бумаги, отрицательное – свидетельствует о недооценке рынком данной бумаги.

Случайная погрешность показывает, что индексная модель Шарпа не очень точно объясняет доходности ценной бумаги. Разность между действительным и ожидаемым значениями при известной доходности рыночного индекса приписывается случайной погрешности.

**Численное исследование задачи формирования структуры инвестиционного портфеля.** На предыдущих этапах была сформирована и описана многокритериальная задача оптимизации. Рассмотрим численное исследование задачи оптимизации позволяющей решить вопрос о формировании структуры оптимального портфеля инвестиций.

В качестве исходной информации в систему вносятся данные о доходности ценных бумаг за 2 года по каждому кварталу. Всего рассматривается 8 видов ценных бумаг. В таблице 1 представлена информация о стоимости ценных бумаг различных эмитентов за один инвестиционный сертификат.

Доходность ценной бумаги – это отношение годового дохода по ценной бумаге к ее рыночной цене; норма прибыли, получаемая владельцем ценной бумаги. В таблице 2 представлена доходность бумаг по каждому виду эмитента.

Таблица 1 – Стоимость инвестиционных сертификатов

НОМЕР КВАРТАЛА	ПРЕДПРИЯТИЯ, КОТОРЫЕ ПРЕДЛАГАЮТ ЦЕННЫЕ БУМАГИ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1 квартал	2.88	0.289	33.8	0.710	58.350	0.289	23.850	0.710
2 квартал	2.89	0.3	36.2	0.74	60.6	0.2	36.22	0.74
3 квартал	5.23	0.38	57.7	1.08	79.35	0.38	57.75	1.08
4 квартал	6.80	0.42	59.8	1.08	88.6	0.42	59.85	1.18
1 квартал	9.8	0.63	82.7	1.46	92.7	0.63	82.7	1.46
2 квартал	10.7	0.67	76.2	1.32	116.7	0.4	76.25	1.32
3 квартал	11.5	0.68	77	1.3	117.3	0.68	77	1.3
4 квартал	10.4	0.78	86.2	1.5	152	0.78	86.2	1.5
Продажа	10.4	0.99	77.5	1.26	184	0.99	77.5	1.26

Таблица 2 – Стоимость инвестиционных сертификатов

НОМЕР КВАРТАЛА	ПРЕДПРИЯТИЯ, КОТОРЫЕ ПРЕДЛАГАЮТ ЦЕННЫЕ БУМАГИ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1 квартал	0%	4%	7%	4%	4%	-31%	2%	4%
2 квартал	81%	27%	59%	46%	31%	90%	59%	46%
3 квартал	30%	11%	4%	0%	12%	1%	4%	9%
4 квартал	44%	50	8%	35%	5%	0%	38	4%
1 квартал	10%	6%	-8%	-10%	26%	37%	-8%	10%
2 квартал	7%	1%	1%	-2%	1%	0%	1%	-2%
3 квартал	-9 %	15%	12%	15%	30%	5%	12%	15%
4 квартал	0%	27%	-10	-16%	21%	7%	-10%	16%
среднее	20%	18%	13%	9%	16%	24%	19%	9%

Рассматриваемый банк имеет в обороте 10000 тыс. грн, на основе проанализированных моделей определим структуру различных портфелей инвестиций и проанализируем какой доход может получить банк, при вложении свободных средств в ценные бумаги. Также определим долю ценных бумаг, которые будут составлять оптимальный портфель инвестиций.

Проанализировав полученный результат можно сделать вывод, что метод Марковица дает большие значения дохода по сформированному портфелю, но и большее значение риска. В таком случае необходимо еще учитывать значение параметра ликвидности, что бы инвестор понимал, какую сумму денег он сможет получить, в случае если доходность акций уменьшится. В методе Шарпа получили меньшее значение риска, но и меньше значения дохода. Также на значение результата в портфеле, сформированном по модели Шарпа, влияет параметр – доходность рынка.

**Выводы.** Эффективное множество портфеля, сформированного традиционным подходом, содержит те портфели, которые одновременно обеспечивают и максимальную ожидаемую доходность при фиксированном уровне риска, и минимальный риск при заданном уровне ожидаемой доходности; предполагается, что инвестор выбирает оптимальный портфель из портфелей, составляющих эффективное множество.

На основе проведенного анализа методик формирования портфеля и численных результатов задачи были получены следующие результаты: индексная модель Шарпа применима в случае прогнозирования цен акций и анализа рынка и неприемлема для оптимизации структуры портфеля, так как ценные бумаги рассматриваются отдельно; лучшей методикой для формирования оптимальной структуры портфеля ценных бумаг является параметрическая модель Марковица.

Практическая значимость выполненной работы состоит в том, что проведен анализ подходов к формированию инвестиционного портфеля на основе модели Марковица и Шарпа. Установлено наиболее эффективный подход к формированию, позволяющий реализовать принцип непрерывности планирования, определить оптимальный план реализации инвестиционных проектов, расширить возможности финансирования проектов за счет собственных источников.

**Список литературы:** 1. Дубров А. М. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе : учебное пособие / А. М. Дубров, Б. А. Лагоша, Е. Ю. Хрусталева, Т. П. Баринская. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 224 с. 2. Полищук Л. И. Анализ многокритериальных экономико-математических моделей / Л. И. Полищук. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1989. – 352 с. 3. Колесников В. И. Ценные бумаги / И. В. Колесников. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 352 с. 4. Рубцов Б. Б. Мировые фондовые рынки: современное состояние и закономерности развития / Б. Б. Рубцов. – М. : Финансовая академия при правительстве РФ, 2000. – 312 с. 5. Селеванова Т. С. Ценные бумаги: Теория, задачи с решениями, учебные ситуации, тесты / Т. С. Селеванова. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2007. – 352 с. 6. Ковалев В. В. Введение в финансовый менеджмент / В. В. Ковалев. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 768 с.

*Надійшла до редколегії 28.10.2011*