

**В. П. СЕВЕРИН**, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;  
**Е. Н. НИКУЛИНА**, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;  
**М. В. РЕУЦКАЯ**, студентка НТУ «ХПИ»

## **МОДЕЛЬ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ЭЛЕКТРОННОЙ ЧАСТИ СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА**

На основі моделей елементів електрогидравлічного слідкуючого приводу парових турбін розроблена математична модель приводу в просторі станів. Визначені змінні параметри та одержана модель для параметричного синтезу електронної частини приводу.

**Ключові слова:** слідкуючий привід, електронна частина, математична модель.

На основании моделей элементов электрогидравлического следящего привода паровых турбин разработана математическая модель привода в пространстве состояний. Определены переменные параметры и получена модель для параметрического синтеза электронной части привода.

**Ключевые слова:** следящий привод, электронная часть, математическая модель.

The mathematical model is developed in the state space for the electrohydraulic watching drive of steam turbines on base of drive components models. Variables are defined and model is obtained for parametric synthesis of the electronic part of drive.

**Keywords:** watching drive, electronic part, mathematical model.

**Введение.** Основным исполнительным звеном систем управления частотой вращения паровых турбин Харьковского ОАО «Турбоатом» является электрогидравлический следящий привод (СП) [1–3]. Показатели качества следящего привода и системы стабилизации частоты вращения во многом определяют качество электрической энергии, вырабатываемой энергоблоками АЭС и ТЭС. Для надёжности систем управления турбин следящий привод должен иметь значительный запас устойчивости, быть чувствительным по отношению к управляющим сигналам и быстродействующим [4–6]. При построении математических моделей элементов привода необходимо учитывать электрические, механические и гидравлические процессы [3–7]. Показатели качества привода существенно зависят от структуры и параметров электронной части СП.

Цель статьи заключается в построении математической модели для параметрического синтеза электронной части следящего привода. Для достижения поставленной цели по моделям элементов следящего привода составляется модель для параметрического синтеза его электронной части.

**Модели элементов следящего привода.** Принципиальная схема следящего привода на рис. 1 включает электронную часть (ЭЧ), электрогидравлический преобразователь (ЭГП), отсечной золотник (ОЗ),

сервомотор (СМ), датчики положения (ДП), отрицательные обратные связи (ООС),  $p_n$  и  $p_c$  – давление насоса и слива жидкости.

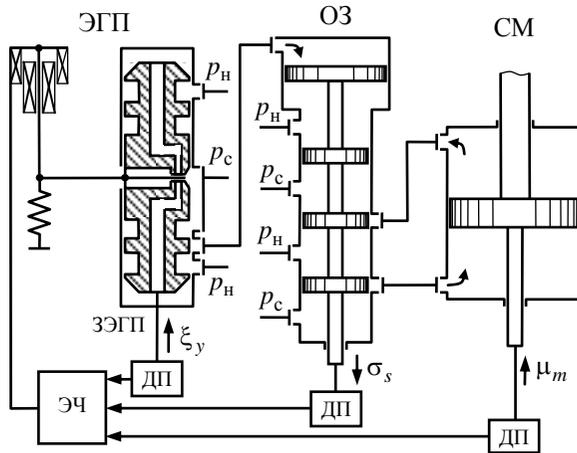


Рис. 1 – Принципиальная схема следящего привода

ЭГП включает катушку управления, катушку подмагничивания, пружину, рычаг-заслонку, мембрану, золотник, корпус [7]. На рис. 2 в схеме электрической части ЭГП указаны входное напряжение  $u$ , активное сопротивление  $r$ , индуктивность обмотки катушки управления  $L$ , возникающие в обмотке катушки ток  $i$  и противоЭДС  $e = K_{ev}v$ , где  $K_{ev}$  – коэффициент противоЭДС,  $v$  – скорость движения катушки. Уравнения ЭГП имеют вид [4–7]:

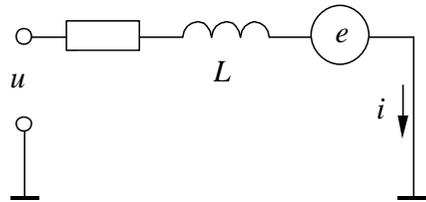


Рис. 2 – Схема электрической части ЭГП

$$\begin{cases} L di/dt = u - ri + K_{ev}v, \\ m_x dv/dt = K_{Fi}i - B_x v - C_x x - K_{vd}(x - y) + K_{vw}w, & dx/dt = v, \\ m_y dw/dt = K_{wd}(x - y) - K_{ww}w, & dy/dt = w, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m_x$  и  $m_y$  – приведенные массы катушки и золотника;  $x$  и  $y$  – координаты катушки и золотника;  $v$  и  $w$  – скорости перемещения катушки и золотника;  $K_{Fi}$  – коэффициент тяговой характеристики катушки;  $B_x$  – сила вязкого трения катушки;  $C_x$  – жесткость пружины;  $K_{vd}$  и  $K_{vw}$  –

коэффициенты силы реакции жидкости на заслонку;  $K_{wd}$  и  $K_{ww}$  – коэффициенты равнодействующей сил давления жидкости на золотник.

Перейдем к относительным переменным состояния

$$\xi_u = u/u_b, \quad \xi_i = i/i_b, \quad \eta_v = v/v_b, \quad \xi_x = x/x_b, \quad \eta_w = w/w_b, \quad \xi_y = y/y_b,$$

где базовые значения переменных состояния

$$i_b = u_b/r, \quad v_b = u_b/K_{ev}, \quad x_b = (K_{Fi}i_b)/C_x, \quad w_b = (K_{wd}x_b)/K_{ww}, \quad y_b = x_b$$

выбраны так, что в установившемся состоянии

$$\xi_y(\infty) = \xi_x(\infty) = \xi_i(\infty) = \xi_u(\infty), \quad \eta_y(\infty) = \eta_x(\infty) = 0.$$

После алгебраических преобразований системы дифференциальных уравнений (СДУ) (1) модель ЭГП примет вид:

$$d\mathbf{X}_e/dt = \mathbf{A}_e\mathbf{X}_e + \mathbf{B}_e\xi_u, \quad \xi_y = \mathbf{C}_e\mathbf{X}_e, \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_e = \begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta_v \\ \xi_x \\ \eta_w \\ \xi_y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_e = \begin{pmatrix} a_{ii} & a_{iv} & 0 & 0 & 0 \\ a_{vi} & a_{vv} & a_{vx} & a_{vw} & a_{vy} \\ 0 & a_{xv} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{wx} & a_{ww} & a_{wy} \\ 0 & 0 & 0 & a_{yw} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_e = \begin{pmatrix} b_{iu} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T,$$

$$b_{iu} = r/L, \quad a_{ii} = a_{iv} = -b_{iu}, \quad a_{vi} = (K_{Fi}i_b)/(m_x v_b), \quad a_{vv} = -B_x/m_x,$$

$$a_{vw} = (K_{vw}w_b)/(m_x v_b), \quad a_{vy} = (K_{vd}y_b)/(m_x v_b), \quad a_{vx} = -a_{vi} - a_{vy},$$

$$a_{xv} = v_b/x_b, \quad a_{wx} = K_{ww}/m_y, \quad a_{ww} = a_{wy} = -a_{wx}, \quad a_{yw} = w_b/y_b.$$

Пренебрегая силами тяжести и трения вследствие больших сил давления жидкости, дифференциальные уравнения отсечного золотника представим в виде:

$$m_s dv_s/dt = K_{ry}y - K_{rr}v_s, \quad ds/dt = v_s, \quad (3)$$

где  $m_s$  – приведенная масса отсечного золотника;  $s$  и  $v_s$  – координата и скорость перемещения золотника;  $K_{ry}$  и  $K_{rr}$  – коэффициенты равнодействующей сил давления жидкости на золотник. Перейдем к относительным переменным состояния  $\sigma_s = s/s_b$ ,  $\eta_s = v_s/v_{sb}$ , где базовое значение скорости золотника  $v_{sb} = K_{ry}y_b/K_{rr}$ .

После преобразований СДУ (3) модель отсечного золотника примет вид:

$$d\mathbf{X}_v/dt = \mathbf{A}_v \mathbf{X}_v + \mathbf{B}_v \xi_y, \quad \sigma_s = \mathbf{C}_v \mathbf{X}_v, \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_v = \begin{pmatrix} \eta_s \\ \sigma_s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_v = \begin{pmatrix} a_{rr} & 0 \\ a_{sr} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_v = \begin{pmatrix} b_{ry} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T,$$

$$b_{ry} = K_{rr}/m_s, \quad a_{rr} = -b_{ry}, \quad a_{sr} = v_{sb}/s_b.$$

Пренебрегая силами тяжести и трения вследствие больших сил давления жидкости, а также приведенной массой сервомотора, дифференциальное уравнение сервомотора представим в виде

$$dm/dt = K_{ms} s, \quad (5)$$

где  $m$  – координата сервомотора;  $K_{ms}$  – коэффициент равнодействующей сил давления жидкости на сервомотор. Перейдем к относительной переменной состояния сервомотора  $\mu_m = m/m_b$ , где  $m_b = m_{\max}/\Delta\mu_m$ ,  $\Delta\mu_m = \mu_{\max} - \mu_{\min}$ ,  $m_{\max}$  – максимальное значение перемещения сервомотора,  $\mu_{\max}$  и  $\mu_{\min}$  – максимальное и минимальное значения относительной координаты сервомотора. После преобразований уравнения модель (5) примет вид

$$d\mu_m/dt = b_{ms} \sigma_s, \quad (6)$$

где  $b_{ms} = K_{ms} s_b/m_b$ .

**Модель следящего привода.** По дифференциальным уравнениям (2), (4), (6) представим систему дифференциальных уравнений последовательного соединения ЭГП, отсечного золотника и сервомотора:

$$d\mathbf{X}_s/dt = \mathbf{A}_s \mathbf{X}_s + \mathbf{B}_s \xi_u, \quad \mu_m = \mathbf{C}_{sm} \mathbf{X}_s, \quad \sigma_s = \mathbf{C}_{ss} \mathbf{X}_s, \quad \xi_y = \mathbf{C}_{sy} \mathbf{X}_s, \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_e \\ \mathbf{X}_v \\ \mu_m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_e & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_v \mathbf{C}_e & \mathbf{A}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & b_{ms} \mathbf{C}_v & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_e \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{sm} = (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ 1), \quad \mathbf{C}_{ss} = (\mathbf{0} \ \mathbf{C}_v \ 0), \quad \mathbf{C}_{sy} = (\mathbf{C}_e \ \mathbf{0} \ 0).$$

Уравнение датчика положения сервомотора примем в виде

$$\alpha_{d0} d^2 \mu_p / dt^2 + \alpha_{d1} d\mu_p / dt + \mu_p = \mu_m, \quad (8)$$

где  $\mu_p$  – координата датчика;  $\alpha_{d0}$  и  $\alpha_{d1}$  – коэффициенты, вычисленные идентификацией по экспериментальным характеристикам датчика. Обозначая скорость перемещения датчика через  $\eta_p$ , получим модель датчика (8):

$$d\mathbf{X}_p/dt = \mathbf{A}_p \mathbf{X}_p + \mathbf{B}_p \mu_m, \quad \mu_p = \mathbf{C}_p \mathbf{X}_p, \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_p = \begin{pmatrix} \eta_p \\ \mu_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_p = \begin{pmatrix} a_{cc} & a_{cd} \\ a_{dc} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_p = \begin{pmatrix} b_{cm} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_p = (0 \ 1),$$

$$b_{cm} = \alpha_{d1}/\alpha_{d0}, \quad a_{cc} = a_{cd} = -b_{cm}, \quad a_{dc} = 1/\alpha_{d1}.$$

Аналогично получим модель датчика отсечного золотника:

$$d\mathbf{X}_q/dt = \mathbf{A}_p \mathbf{X}_q + \mathbf{B}_p \sigma_s, \quad \sigma_p = \mathbf{C}_p \mathbf{X}_q, \quad \mathbf{X}_q = (\eta_q \ \sigma_p)^T, \quad (10)$$

На основании СДУ (7) и (9) представим модель последовательного соединения ЭГП, отсечного золотника, сервомотора и его датчика:

$$d\mathbf{X}_o/dt = \mathbf{A}_o \mathbf{X}_o + \mathbf{B}_o \xi_u, \quad \mu_m = \mathbf{C}_{om} \mathbf{X}_o, \quad \mu_p = \mathbf{C}_{op} \mathbf{X}_o, \quad \sigma_s = \mathbf{C}_{os} \mathbf{X}_o, \quad \xi_y = \mathbf{C}_{oy} \mathbf{X}_o, \quad (11)$$

$$\mathbf{X}_o = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_s \\ \mathbf{X}_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_o = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_p \mathbf{C}_{sm} & \mathbf{A}_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_o = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{om} = (\mathbf{C}_{sm} \ \mathbf{0}), \quad \mathbf{C}_{op} = (\mathbf{0} \ \mathbf{C}_p), \quad \mathbf{C}_{os} = (\mathbf{C}_{ss} \ \mathbf{0}), \quad \mathbf{C}_{oy} = (\mathbf{C}_{sy} \ \mathbf{0}).$$

По уравнениям (10) и (11) получим СДУ последовательного соединения ЭГП, отсечного золотника и сервомотора с двумя датчиками:

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_i \xi_u, \quad \mu_m = \mathbf{C}_{im} \mathbf{X}, \quad \mu_p = \mathbf{C}_{ip} \mathbf{X}, \quad \sigma_p = \mathbf{C}_{is} \mathbf{X}, \quad \xi_y = \mathbf{C}_{iy} \mathbf{X}, \quad (12)$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_o \\ \mathbf{X}_q \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_o & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_p \mathbf{C}_{os} & \mathbf{A}_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_o \\ \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{im} = (\mathbf{C}_{om} \ \mathbf{0}), \quad \mathbf{C}_{ip} = (\mathbf{C}_{op} \ \mathbf{0}), \quad \mathbf{C}_{is} = (\mathbf{0} \ \mathbf{C}_p), \quad \mathbf{C}_{iy} = (\mathbf{C}_{oy} \ \mathbf{0}).$$

Электронная часть СП, соответствующая рис. 1, включает сумматоры, пропорциональное звено с коэффициентом  $K$ , модель последовательного соединения ЭГП, ОЗ, СМ, ДП ОЗ, ДП СМ, две ООС по положению ОЗ и СМ с коэффициентами  $k_s$  и  $k_m$  [1]. На вход ЭГП поступает сигнал

$$\xi_u = K(\mu_s - k_s \sigma_p - k_m \mu_p). \quad (13)$$

По модели (12) с учетом (13) определим модель СП при входном воздействии  $\mu_s$  и выходной масштабированной координате сервомотора  $y$ :

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}_s \mathbf{X} + \mathbf{B}_s \mu_s, \quad y = \mathbf{C}_s \mathbf{X}, \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i K(k_s \mathbf{C}_{is} + k_m \mathbf{C}_{ip}), \quad \mathbf{B}_s = \mathbf{B}_i K, \quad \mathbf{C}_s = \mathbf{C}_{im} k_m.$$

Порядок этой модели  $n=12$ . Номинальному режиму работы турбины соответствуют нулевые значения всех относительных переменных состояния привода. Приравнивая нулю вектор производных в (14), для установившегося состояния следящего привода получим  $\mu_m(\infty) = \mu_s(\infty)/k_m$  и определим относительную статическую ошибку привода:

$$\varepsilon_o(\infty) = \left| \frac{[\mu_s(\infty) - \mu_m(\infty)]}{\mu_s(\infty)} \right| = \left| (k_m - 1)/k_m \right|.$$

Для равенства этой ошибки нулю  $k_m = 1$ . Таким образом, электронная часть следящего привода включает два переменных параметра  $x_1 = K$  и  $x_2 = k_s$ , из которых составим вектор  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ . Модель следящего привода (14) для параметрического синтеза электронной части принимает вид:

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}_s(\mathbf{x})\mathbf{X} + \mathbf{B}_s(\mathbf{x})\mu_s, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}_s\mathbf{X},$$

$$\mathbf{A}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_t - \mathbf{B}_t x_1 (x_2 \mathbf{C}_{ts} + \mathbf{C}_{tp}), \quad \mathbf{B}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_t x_1, \quad \mathbf{C}_s = \mathbf{C}_{tm}.$$

Использование этой модели и критериев качества следящего привода позволит улучшить качество переходных процессов.

**Выводы.** На основании моделей электрогидравлического преобразователя, отсечного золотника, сервомотора и датчиков положения разработана математическая модель в пространстве состояний следящего привода паровой турбины. Определены переменные параметры электронной части следящего привода. Получена модель для параметрического синтеза электронной части привода для повышения качества переходных процессов.

**Список литературы:** 1. *Рохленко В. Ю.* Системы регулирования турбин ХТЗ / *В. Ю. Рохлаенко, А. И. Клурфельд.* – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 104 с. 2. *Рохленко В. Ю.* Развитие электрогидравлического следящего привода систем регулирования паровых турбин ОАО «ТУРБОАТОМ» / *В. Ю. Рохлаенко, И. Н. Бабаев* // Теплоэнергетика. – 1999. – № 10. – С. 43–47. 3. *Пикур Э. А.* Исследование электрогидравлических преобразователей для системы регулирования паровых турбин ХТЗ им. С. М. Кирова / *Э. А. Пикур, В. Е. Рожанский, В. Ю. Рохлаенко [и др.]* // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Сер.: Прикл. механика и процессы управления. – 1979. – № 148, вып. 1. – С. 32–34. 4. *Пикур Э. А.* Параметрические модели электромеханического преобразователя / *Э. А. Пикур, В. П. Северин, Р. Е. Ласенко* // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Сер.: Техн. кибернетика и ее приложения. – 1985. – № 220, вып. 5. – С. 50–52. 5. *Пикур Э. А.* Математическая модель механической части электрогидравлического преобразователя / *Э. А. Пикур, В. П. Северин, Р. Е. Ласенко* // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Сер.: Техн. кибернетика и ее приложения. – 1987. – № 240, вып. 7. – С. 38–40. 6. *Пикур Э. А.* Математические модели гидравлического мостика сопло-заслонка / *Э. А. Пикур, В. Ю. Рохлаенко, В. П. Северин* // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Сер.: Техн. кибернетика и ее приложения. – 1988. – № 252, вып. 8. – С. 19–21. 7. *Северин В. П.* Математическое моделирование однозолотникового электрогидравлического преобразователя / *В. П. Северин* // Вестник НТУ «ХПИ». – 2002. – № 9, Т. 6. – С. 101–106.

Надійшла до редколегії 03.12.2012