

О. А. КРИВОДУБСКИЙ, канд.техн.наук, доцент ДонНТУ, Донецк;
С. А. КОСИЛОВ, аспирант, ДонНУ, Донецк

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКАЗОВ НА ЛИСТОПРОКАТНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Предлагаются модели и методы принятия решений при разработке оптимальной производственной программы для технических систем конвейерного типа с многообразием неоднородных технологических операций и запаздыванием в обработке заготовок на агрегатах. Цель работы — обеспечить выполнение наибольшего количества заказов с учётом технологических возможностей производства. Разработка производственной программы формализована как задача оптимального планирования, осуществлён выбор численного метода решения этой задачи и разработан алгоритм её решения.

Ключевые слова: оптимальное планирование, задачи оптимизации, функционал цели, математические модели, принятие решений, конвейер, время запаздывания, алгоритм.

Пропонуються моделі і методи прийняття рішень при розробці оптимальної виробничої програми для технічних систем конвеєрного типу з різноманітним технологічним операціям і запізнюванням у обробці заготовок на агрегатах. Мета роботи — забезпечити виконання найбільшої кількості замовлень з урахуванням технологічних можливостей виробництва. Розробка виробничої програми формалізована як задача оптимального планування, здійснено вибір чисельного методу розв'язання цієї задачі та розроблено алгоритм її вирішення.

Ключові слова: оптимальне планування, задачі оптимізації, функціонал цілі, математичні моделі, прийняття рішень, конвеєр, час запізнювання, алгоритм.

There have been proposed models and methods of decision-making in the planning of the optimal production program for technical systems with a variety of conveyor type heterogeneous manufacturing operations and delay before processing the semi-finished product on the machine. The purpose of planning is to guarantee the fulfillment of the greatest number of orders that meet the technological capabilities of production. Design of the production program is formalized as a problem of optimal planning. There have been implemented the numerical method for solving this problem and designed the algorithm for solving it.

Keywords: optimal planning, optimization problems, objective function, mathematical models, decision making, conveyor, duration of the delay, the algorithm.

Введение. Современной тенденцией в решении задач планирования является использование информационных технологий как способа повышения эффективности производства. Важный класс проблем повышения эффективности производства составляют вопросы определения наибольшего количества заказов, которое предприятие сможет выполнить с учётом технологических возможностей производства. Основной сложностью при решении таких задач является многофакторность производственных процессов и наличие технологических ограничений и особенностей, уникальных для каждого предприятия, в силу чего не существует универсальной методики решения. Целью данного исследования является разработка моделей и методов приня-

тия решений при планировании производственной программы по выполнению заказов, которые могут быть применимы для класса предприятий, представляющих собой техническую систему конвейерного типа с многообразием неоднородных технологических операций.

Анализ основных достижений и литературы. Производство листового проката является многофакторной системой конвейерного типа с детерминированными характеристиками, принципы организации и функционирования которого рассматриваются в [1], [2]. Отдельные методики решения конкретных задач составления расписания для таких систем представлены в [3]–[5]; однако универсального решения таких задач для конвейерных систем с запаздыванием технологических операций не существует. Используемый при решении задач составления расписания математический аппарат и численные методы, излагается в [6], [7]. Математические модели прогноза преобразования заготовок в листовый прокат представлены в [8].

Цель исследования, постановка задачи. На основе методов системного анализа и информационных технологий необходимо выделить этапы решения задачи планирования производственной программы листопрокатного производства, обеспечивающей выполнение наибольшего количества заказов, формализовать её как задачу оптимального планирования, осуществить выбор численного метода решения этой задачи и разработать алгоритм её решения.

Материалы исследований. Для выделения этапов решения задачи планирования предлагается метод многоэтапной декомпозиции, позволяющий структурировать её решение и представить его как последовательность четырёх этапов.

На первом этапе, исходя из типоразмеров заказанных листов (типоразмер задаётся маркой стали, толщиной, шириной и длиной листа) и массы каждого заказа, определяемых заказчиками, определяется масса всех заказов каждого типоразмера. Для этого заказы с одинаковыми типоразмерами объединяются в группы. В результате каждая группа содержит заказы с одинаковой маркой стали, толщиной, шириной и длиной листа. Для получения листа каждого типоразмера требуются заготовки определённого типоразмера. Правила их расчёта определяются технологическими требованиями преобразования листа в заготовку, обеспечивающими минимизацию отходов при обрезке боковой кромки готового листа. Поэтому для каждой группы заказов выполняется расчёт типоразмеров и массы соответствующих групп заготовок (мерных слябов), необходимых для выполнения заказов группы.

Каждая техническая система конвейерного типа обладает своими технологическими особенностями, которые можно рассматривать как технологические ограничения. Технологические ограничения определяют правила задания в производство групп заготовок, необходимых для выполнения заказов, которые были получены на первом этапе. Поэтому на втором этапе, исходя из технологических ограничений производства, на основании определённых типоразмеров и массы каждой из групп заготовок, определяются характерис-

тики партий заготовок, которые будут задаваться в производство. Характеристики включают в себя марку стали, толщину, ширину, длину заготовки (мерного сляба) партии, массу партии, толщину, ширину, длину листа заказа, выполняемого в партии.

Для расчёта времени прокатки партий, определённых на втором этапе, учитывается, что каждый агрегат конвейерной системы обладает особенностями и характеризуется различным временем обработки на нём заготовок. Поэтому необходимо определить время обработки полученных наборов партий на каждом агрегате и на всех агрегатах. Для этого на третьем этапе разрабатываются модели прогноза преобразования сформированных партий заготовок в готовую продукцию на технологическом оборудовании цеха, см. [8].

На четвёртом этапе планирования определяется оптимальная последовательность задания в производство сформированных на втором этапе партий заготовок, которая обеспечивает выполнение наибольшего количества заказов с учётом технологических возможностей производства. На основе определённой оптимальной последовательности составляется производственная программа, вычисляется время поставки и характеристики заготовок для проката, заказываемых другому подразделению предприятия, определяется время выполнения каждого заказа.

Для формализации задачи четвёртого этапа учитывается, что на основании портфеля заказов на втором этапе планирования могут быть сформированы различные варианты партий заготовок, поэтому при оптимальном планировании производства стоит задача определить тот из вариантов, при котором время выполнения всего портфеля заказов будет минимально. Кроме того, учитывается, что после поступления из мартеновского в листопрокатный цех мерные слябы разрезаются на кратные и в производство непрерывно задаются партии кратных слябов. Поэтому определяется оптимальная последовательность задания в производство партий кратных слябов, после чего для каждой партии кратных слябов рассчитываются типоразмеры и масса мерных слябов партии и определяется время поставки партии мартеновским цехом.

Физическая постановка задачи планирования: Определить множество наборов партий заготовок (кратных слябов) и последовательность задания этих партий в производство таким образом, чтобы технологическое время изготовления всех позиций портфеля заказов было минимальным.

Формальная постановка задачи планирования. Технологическое время изготовления всех позиций портфеля заказов зависит от продолжительности их обработки на устройствах, перед которыми возможна технологическая пауза из-за очереди перед обработкой. Такими устройствами являются нагревательные печи и прокатные клетки стана. Поэтому критерий оптимальности, соответствующий физической постановке задачи формализуется в виде функционала J :

$$J = \sum_{l=1}^{\overline{1, Nl}} (TPER + \sum_{c=1}^{\overline{1, Nc_l}} (MKP_{l,c,n} / PPR_n + f1(MKP_{l,c,n}))) , \quad (1)$$

где $l = \overline{1, Nl}$ – порядковый номер кампании валков в течение месяца;

$c = \overline{1, Nc_l}$ – порядковый номер партии $SK_{l,c,n}$ кратных слябов в кампании валков;

$n \in \{1, \dots, Nn\}$ – номер типоразмера заказанного листа партии $SK_{l,c,n}$;

$TPER = 40$ – время перевалки в конце каждой кампании валков;

$MKP_{l,c,n}$ – масса кратных слябов партии $SK_{l,c,n}$;

PPR_n – производительность обработки на прокатных клетях стана n -й позиции портфеля заказов (нормативная величина, зависящая от номера n типоразмера заказов партии);

$f1(MKP_{l,c,n})$ – продолжительность запаздывания перед прокаткой партии $SK_{l,c,n}$, определённая на основании технологических условий прокатки.

Таким образом, функционал J в общем виде зависит от масс $MKP_{l,c,n}$ партий и минимум функционала J определяется по переменным $MKP_{l,c,n}$:

$$J = F(DD) \rightarrow \min_{DD} DD = \left\| MKP_{l,c,n} \right\|, l = \overline{1, Nl}, c = \overline{1, Nc_l}, n \in \{1, \dots, Nn\}. \quad (2)$$

Для выбора метода численного решения полученной задачи оптимального планирования функционал J должен быть представлен в развёрнутом виде, содержащем форму зависимости функции $f1$ запаздывания от масс $MKP_{l,c,n}$ партий кратных слябов и должна быть сформирована система ограничений задачи. Для получения формы такой зависимости реализуются следующие действия:

– трёхмерная матрица переменных $\left\| MKP_{l,c,n} \right\|$ представляется в виде двумерной матрицы $M = \left\| m_{l,n} \right\|$, $l = \overline{1, Nl}, n = \overline{1, Nn}$, которая задаёт массы партий кратных слябов, необходимых для выполнения n -й позиции портфеля заказов, запланированной для прокатки в l -й кампании валков.

Поскольку n -я позиция портфеля заказов прокатывается не в каждой кампании валков, то, если в l -й кампании валков n -я позиция портфеля заказов не планируется для прокатки, тогда $m_{l,n} = 0$. Для учёта технологической особенности, предусматривающей прокатку в течение кампании валков листов от большей шириной листа к меньшей, выполняется упорядочение номеров позиций портфеля заказов по убыванию ширин B_n заказанного листа: $n, i : B_n \geq B_i \quad \forall n > i$. Переменные $m_{l,n}$ являются выходными переменными данного этапа задачи планирования.

– для преобразования функционала (2) к виду, зависящему от $m_{l,n}$ масс партий, определяется продолжительность запаздывания $f1(m_{l,n})$ перед прокаткой партии n -й позиции портфеля заказов в l -й кампании валков. Поскольку продолжительность запаздывания перед прокаткой партии зависит только от того, какой типоразмер прокатывается в предыдущей партии, а не от массы предыдущей партии, то вводится матрица переходов \mathbf{K} :

$$\begin{aligned} K &= \left\| k_{i,n} \right\|, \quad i, n = \overline{1, Nn} \\ k_{i,n} &= (TMIN_n - TPR_i) \times f(TMIN_n - TPR_i) \quad \forall n > 1, \\ f(t) &= 1 \quad \text{їдї} \quad t > 0, \quad f(t) = 0 \quad \text{їдї} \quad t \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

где $k_{i,n}$ – продолжительность запаздывания при переходе от прокатки i -й к n -й позиции портфеля заказов;

$TMIN_n$ – минимальное время нагрева одной загрузки печи партии, в которой прокатывается n -я позиция портфеля заказов;

TPR_i – время прокатки одной загрузки печи партии, в которой прокатывается n -я позиция портфеля заказов, $n > i$.

При определении величин $k_{i,n}$ для тех пар (i,n) номеров партий кратных слябов, которые в силу технологических ограничений недопустимо прокатывать последовательно друг за другом, задаётся избыточность значений элементов матрицы \mathbf{K} .

– вводится вспомогательная переменная состояния $x_{l,n}$, которая определяется как номер предыдущей партии, прокатываемой перед прокаткой n -й позиции в l -й кампании валков:

$$\begin{aligned} x_{l,1} &= 0, \quad x_{l,n} = x_{l,n-1} + kf(m_{l,n-1}), \quad n = \overline{1, Nn} \\ kf(m_{l,n}) &= m_{l,n} / (m_{l,n} + 1) \end{aligned} \quad (4)$$

– продолжительность запаздывания перед прокаткой n -й позиции портфеля заказов выражается с помощью полиномов $TP_n(x)$, где x – номер предыдущей прокатанной позиции:

$$\begin{aligned} TP_1(x) &= 0, \quad TP_2(x) = k_{1,2} \times x \\ TP_n(x) &= a_{n,1} \times x^{n-1} + \dots + a_{n,n-1} \times x, \quad n = \overline{3, Nn} \end{aligned} \quad (5)$$

где параметры $a_{n,1}, \dots, a_{n,n-1}$ вычисляются как решение системы:

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{n,i} \times x^{n-i} = k_{x,n} \times x, \quad n = \overline{3, Nn}, \quad x = \overline{1, n-1}. \quad (6)$$

– выполненная формализация позволяет представить функционал J в развёрнутом виде, преобразовав его в функционал $J1$:

$$\begin{aligned} J1 &= \sum_{l=1}^{Nl} (TPER + \sum_{c=1}^{Nc_l} (m_{l,n} / PPR_n + TP_n(x_{l,n}) \times f(m_{l,n}))) = \\ &= \sum_{l=1}^{Nl} (40 \times Nl + \sum_{c=1}^{Nc_l} (m_{l,n} / PPR_n + TP_n(x_{l,n}) \times f(m_{l,n}))) \quad . \quad (7) \\ M &= \left\| m_{l,n} \right\|, \quad l = \overline{1, Nl}, \quad n = \overline{1, Nn}, \quad J1 = F1(M) \rightarrow \min_M \end{aligned}$$

Исходя из технологических условий прокатки партий кратных слябов формируется система ограничений задачи:

$$\begin{aligned} m_{l,n} \times (m_{l,n} - MIN_n) &\geq 0 \\ m_{l,n} \times (m_{l,n} - MAX_n) &\leq 0, \quad l = \overline{1, Nl}, \quad n = \overline{1, Nn} \\ m_{l,n} &\geq 0 \end{aligned} \quad , \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^{Nn} m_{l,n} \leq 180000, \quad l = \overline{1, Nl}, \quad \sum_{l=1}^{Nl} m_{l,n} = MKG_n, \quad n = \overline{1, Nn}$$

где минимальная MIN_n и максимальная MAX_n допустимые массы партий определены в планово-производственных службах для каждого n , MKG_n – масса всех заказов n -й позиции портфеля заказов.

Решение задачи оптимального планирования сведено к нахождению минимального значения функционала $J1$ на множестве $M = m_{l,n}, l = \overline{1, Nl}, n = \overline{1, Nn}$ при наличии ограничений (8) на массы партий, где $m_{l,n}$ может принимать значения, кратные массе MSK_n одного сляба:

$$m_{l,n} = h \times MSK_n, \quad h = 1, 2, \dots - \text{ шаг кратности.} \quad (9)$$

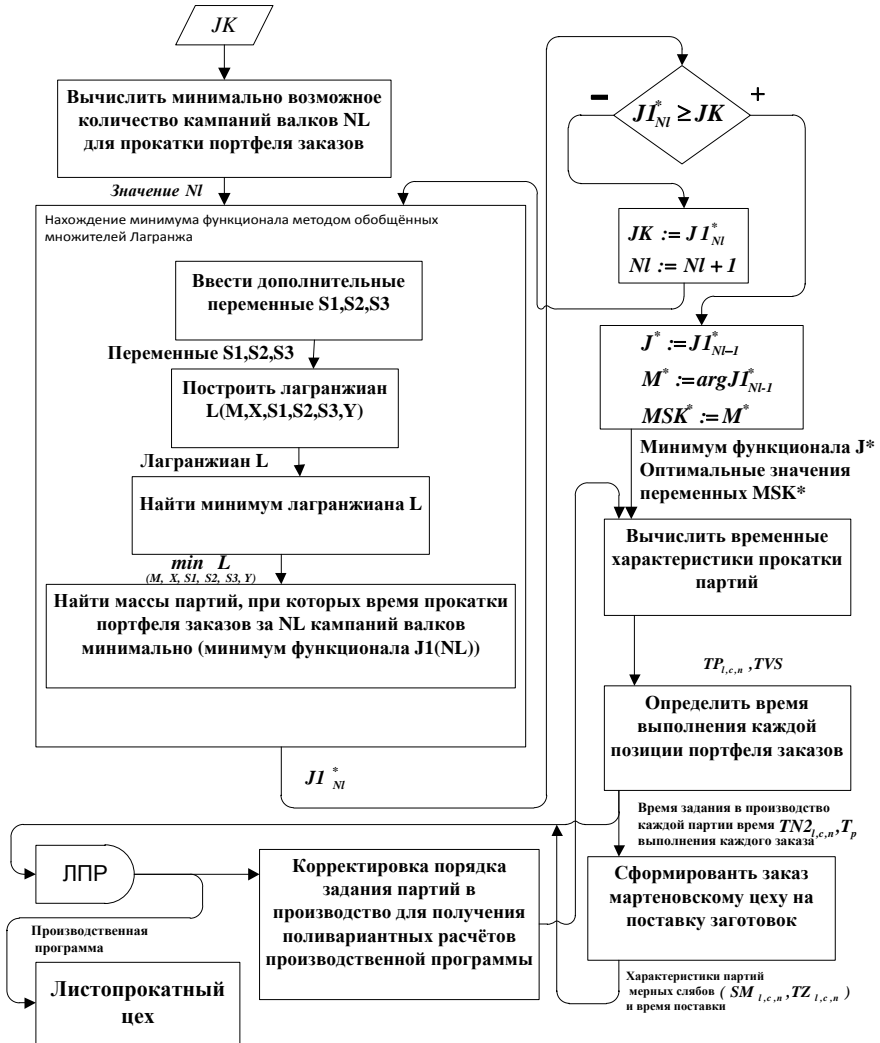
Получена задача целочисленного программирования – поиск глобального экстремума на множестве переменных, принимающих дискретные значения. Алгоритм решения задачи представлен ниже на рисунке.

Алгоритм включает в себя следующие этапы:

– исходя из ограничения на прокатку в одной кампании не более 180 тонн металла вычисляется минимально возможное количество Nl кампа-

ний валков, необходимых для прокатки массы MKG всех партий кратных слябов в течение планового периода:

$$NL = \min l, l \in \{1, 2, \dots\}, l: \sum_{n=1}^{Nn} MKG_n \leq 180000 \times l. \quad (10)$$



Алгоритм решения задачи оптимального планирования выполнения заказов на листопрокатном производстве

– фиксируется значение Nl и определяется минимум функционала $J1_{Nl}$ (функционал (7) при фиксированном количестве Nl кампаний валков). Для решения задачи минимизации функционала $J1_{Nl}$ методом множителей Лагранжа ограничения (8) типа «неравенства» преобразовываются в ограничения типа «равенства» с помощью введения дополнительных переменных

$$S1 = \|s1_{l,n}\|_{Nl \times Nn}, S2 = \|s2_{l,n}\|_{Nl \times Nn}, S3 = \|s3_l\|_{Nl} :$$

$$\begin{aligned} m_{l,n} \times (m_{l,n} - \overline{MIN}_n) + s1_{l,n} &= 0 \\ m_{l,n} \times (m_{l,n} - \overline{MAX}_n) + s2_{l,n} &= 0, \quad l = \overline{1, Nl}, n = \overline{1, Nn} \\ m_{l,n} &\geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\sum_{n=1}^{Nn} m_{l,n} + s3_l = \overline{180000}, \quad l = \overline{1, Nl}$$

Формируется лагранжиан $L_{Nl}(S1, S2, S3, M, Y)$ и его минимум находится градиентным методом поиска, после чего вычисляется и минимум функционала $J1_{Nl}$.

– согласно разработанной процедуре решения, представленной на рисунке в виде цикла, на каждом шаге итерации фиксируется значение Nl и для фиксированного значения Nl вычисляется минимум функционала $J1_{Nl}$. Найденный минимум сравнивается с минимумом функционала на предыдущем шаге итерации. Оптимальное значение функционала вычислено и цикл завершается, если минимум функционала больше минимума функционала на предыдущем шаге итерации. В этом случае также определено и множество оптимальных масс M партий кратных слябов, задаваемых в производство, которое соответствует минимуму функционала $J1$.

– на основании вычисленных оптимальных значений масс партий кратных слябов и с использованием разработанных математических моделей прогноза временных характеристик прокатки наборов партий кратных слябов, которые представлены в работе [8], вычисляются значения временных характеристик, необходимых для составления производственной программы, то есть продолжительность $TP_{l,c,n}$ прохождения партии $SK_{l,c,n}$ по всем устройствам стана, продолжительность TVS прохождения всех партий кратных слябов по всем устройствам листопрокатного цеха, время $TN2_{l,c}$ задания партии $SK_{l,c,n}$ кратных слябов в производство, время T_p , к которому планируется выполнить каждый из заказов на плановый период. Заказы на поставку мерных слябов определяются в виде наборов:

$$ZM = \sum_{l=1}^{NI} \sum_{c=1}^{Nc_l} (SM_{l,c,n}, TZ_{l,c,n}), \quad (12)$$

где $TZ_{l,c,n}$ - время, к которому мартеновский цех должен обеспечить поставку мерных слябов партии $SM_{l,c,n}$.

Предлагаемый алгоритм решения задачи оптимального планирования позволяет перейти к разработке программного обеспечения для АРМ планово-производственных служб листопрокатного производства.

Выводы. Научная новизна заключается в усовершенствовании методов решения задачи оптимального планирования, которые отличаются от существующих применением метода множителей Лагранжа, что позволяет определить последовательность выполнения технологических операций, отвечающих оптимальному планированию. Методы информационных технологий, определяющие структуру базы знаний, и выполненное на их основе решение задачи оптимального планирования позволяет формировать программу прокатного производства с минимальной продолжительностью технологических процессов. Практическое значение исследования проявляется в том, что разработан инструментарий принятия решений персоналом планово-производственных служб (ЛПП) при поливариантном задании исполнения заказов, представленный в виде АРМ планово-производственных служб. Инструментарий даст руководству предприятия возможность выбрать оптимальную стратегию выполнения заказов, что позволит повысить эффективность производства. Разработанный алгоритм решения задачи планирования является основой программного обеспечения для АРМ плановых служб.

Список литературы: 1. *Клименко В. М.* Технология прокатного производства / В. М. Клименко. – К. : Высшая школа, 1989. – 311 с. 2. *Шаталов Р. Л., Койнов Т. А., Литвинова Н. Н.* Автоматизация технологических процессов прокатки и термообработки металлов и сплавов / Р. Л. Шаталов, Т. А. Койнов, Н. Н. Литвинова. – М. : ЗАО «Металлургиздат», 2010. – 368 с. 3. *Таха, Хэмди А.* Введение в исследование операций / Таха, А. Хэмди. – М. : Вильямс, 2007. – 912 с. 4. *Конвей Р. В., Максвелл В. Л., Миллер Л. В.* Теория расписаний / Р. В. Конвей, В. Л. Максвелл, Л. В. Миллер. – М. : Наука, 1975. – 360 с. 5. *Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э.* Проектирование систем управления / Г. К. Гудвин, С. Ф. Гребе, М. Э. Сальгадо. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с. 6. *Беллман Р.* Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Издательство иностранной литературы, 1960. – 398 с. 7. *А. Брайсон, Хо Ю-Ши* Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-Ши. – М. : Мир, 1972. – 544 с. 8. *Кривоудубский О. А., Косилов С. А., Ильчишин А. В.* Определение временных характеристик листопрокатного процесса / О. А. Кривоудубский, С. А. Косилов, А. В. Ильчишин // Наукові праці донецького національного технічного університету. – 2010. – № 11(164). – С. 172-180.

Надійшла до редколегії 14.12.2012