

Е. Н. НИКУЛИНА, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;

В. П. СЕВЕРИН, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;

А. В. БОНДАРЕНКО, студентка НТУ «ХПИ»

СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИМИ АЛГОРИТМАМИ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОЦЕНОК

Розглянута задача синтезу систем автоматичного керування за покращеними інтегральними квадратичними оцінками якості. Розроблені генетичні алгоритми з використанням методів локальної оптимізації, якими мінімізовані інтегральні оцінки для тестових систем.

Ключові слова: системи автоматичного керування, синтез, генетичні алгоритми.

Рассмотрена задача синтеза систем автоматического управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества. Разработаны генетические алгоритмы с применением методов локальной оптимизации, которыми минимизированы интегральные оценки для тестовых систем.

Ключевые слова: системы автоматического управления, синтез, генетические алгоритмы.

The problem of synthesis of automatic control systems on the base of improved integral square estimates of quality is considered. Genetic algorithms using local optimization methods are developed. Integral estimates for test systems are minimized.

Keywords: automatic control systems, synthesis, genetic algorithms.

Введение. При синтезе систем автоматического управления (САУ) на основе интегральных квадратичных оценок (ИКО) и векторных целевых функций широко используются методы оптимизации [1, 2]. Повысить надежность методов синтеза систем управления позволяет применение генетических алгоритмов (ГА) [3, 4]. Существуют модификации генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций [5, 6].

Цель статьи заключается в представлении результатов синтеза систем автоматического управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества с помощью генетических алгоритмов. Рассмотрена задача синтеза систем управления. На тестовых примерах проведена минимизация интегральных оценок генетическими алгоритмами. Разработаны комбинированные генетические алгоритмы с применением методов локального поиска.

Задача синтеза системы управления. Выделим из множества параметров системы автоматического управления набор таких параметров, которые можно изменять в задаче параметрического синтеза системы и обозначим их вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in R^p$. По условиям технической реализуемости системы на переменные параметры накладываются двусторонние ограничения:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (1)$$

Нарушению этих ограничений сопоставим штрафную функцию

$$P(x) = \sum_{i=1}^p [(a_i - x_i)_+ + (x_i - b_i)_+], \quad (2)$$

где $v_+ = \max\{v, 0\}$ – операция срезки переменной величины v .

Для того чтобы система степени n была устойчива необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства:

$$\alpha_i(x) > 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad \rho_k(x) > 0, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (3)$$

где $\alpha_i(x)$ – коэффициенты характеристического многочлена САУ; $\rho_k(x)$ – элементы первого столбца таблицы Рауса. Построим области:

$$G_1 = \{x \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i = \overline{1, p}\},$$

$$G_2 = \{x \mid \alpha_i(x) > 0, i = \overline{0, n}\}, \quad G_k = \{x \mid \rho_{k-1}(x) > 0\}, \quad k = \overline{3, n},$$

$$D_1 = G_1, \quad D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{2, n},$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad H_n = D_n.$$

Допустимая область задачи синтеза определяется пересечением области ограничений (1) и области с ограничениями (3) $D = D_n$. Степень нарушения первой группы неравенств (3) отобразим штрафной функцией:

$$S(x) = [-\alpha_0(x)]_+ + [-\alpha_1(x)]_+ + \dots + [-\alpha_n(x)]_+. \quad (4)$$

Для перехода в область D по (2) и (4) предложена векторная функция:

$$F_S(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0, \\ (1; S(x)), & x \in H_1, \\ (k; -\rho_k(x)), & x \in H_k, \quad k = \overline{2, n-1}. \end{cases} \quad (5)$$

Векторная штрафная функция (5) определена только в недопустимой области $R^p \setminus D$, то есть для $x \notin D$. В общем случае решение задачи многокритериального синтеза системы управления может быть достигнуто минимизацией улучшенных интегральных квадратичных оценок [1]:

$$I(x) = \int_0^\infty [z(x, t) + \tau_1 z_1'(x, t) + \dots + \tau_l z_l^{(l)}(x, t)]^2 dt, \quad (6)$$

где τ_k – коэффициенты оценки; $z(x, t)$ – отклонение управляемой величины от установившегося значения, $z_t^{(k)}(x, t)$ – производная отклонения по времени порядка k . Разработан пошаговый подход выполнения условий устойчивости с использованием векторной штрафной функции (5) при минимизации улучшенной ИКО (6) с помощью векторной целевой функции:

$$F_I(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; I(x)), & x \in D. \end{cases} \quad (7)$$

Тестовые примеры. Для исследования генетических алгоритмов, разработанных для оптимизации векторных функций вида (7), рассмотрим генератор тестовых моделей САУ [1, 2]. Это позволит исследовать эффективность ГА при различных порядках САУ и различном числе переменных параметров. Зададим вспомогательный многочлен в виде бинома

$$d(s) = (s+1)^n = d_0 s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n, \quad (8)$$

с коэффициентами $d_0 = 1$, $d_{i+1} = d_i(n-i)/(i+1)$, $i = \overline{1, [n/2]}$, $d_k = d_{n-k}$, $k = \overline{[n/2]+1, n}$. Представим характеристический многочлен тестовых моделей систем автоматического управления порядка n с учетом его зависимости от вектора переменных параметров $x \in R^p$

$$\alpha(x, s) = s^n + \alpha_1(x)s^{n-1} + \alpha_2(x)s^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1}(x)s + 1. \quad (9)$$

Неизменяемые коэффициенты многочлена (9) будем полагать равными соответствующим коэффициентам гурвицевого многочлена (8), а изменять будем несколько его внутренних коэффициентов. При этом будем полагать:

$$\alpha_k(x) = d_k x_i, \quad i = \overline{1, p}, \quad k \in \{1, 2, \dots, n-1\}, \quad p < n. \quad (10)$$

Тестовые передаточные функции представим в виде

$$W(x, s) = 1/\alpha(x, s). \quad (11)$$

При формировании улучшенной ИКО (6) зададим ее весовой многочлен в виде (8) и определим числитель изображения ошибки

$$\beta(x, s) = [\alpha(x, s) - d(s)]/s. \quad (12)$$

Улучшенную ИКО (6) представим в виде функции переменных параметров

$$I(x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{\beta(x, s) \cdot \beta(x, -s)}{\alpha(x, s) \cdot \alpha(x, -s)} ds. \quad (13)$$

Эта ИКО принимает минимальное значение $I^* = 0$, когда многочлен (12) обращается в нуль. Это возможно только при равенстве характеристического и весового многочленов, что с учетом выражений (10) соответствует единичным значениям переменных параметров: $x_i^* = 1, i = \overline{1, p}$.

Результаты синтеза. Оптимизируем векторную функцию (7) с ИКО (13) модифицированными ГА до достижения значения ИКО, не превосходящего 10^{-3} . В соответствии с (10) для наглядности отображения процесса оптимизации положим переменными два средних коэффициента многочлена (9): $p = 2, \alpha_k = d_k x_1, \alpha_{k+1} = d_{k+1} x_2$, где $k = [n/2]$. Чтобы охватить все области уровней векторной функции, зададим границы ограничений для переменных:

$$a_i = -0,2, \quad b_i = 2, \quad i = \overline{1, p}. \quad (14)$$

В генетических алгоритмах положим размер популяции $N = 8p$, длину гена $m = 32$, долю родительских пар в популяции $r_p = 0,5$, долю мутации $r_m = 0,1$, предельное количество итераций $N_k = 1000$.

Таблица 1 – Результаты при двух переменных параметрах

| n | Бинарный ГА GAB | | Непрерывный ГА GAC | |
|----|-----------------|-------|--------------------|-------|
| | N_I | N_F | N_I | N_F |
| 3 | 11 | 173 | 23 | 379 |
| 4 | 6 | 105 | 7 | 120 |
| 5 | 10 | 165 | 24 | 395 |
| 6 | 12 | 191 | 4 | 78 |
| 7 | 22 | 339 | 31 | 505 |
| 8 | 15 | 240 | 16 | 266 |
| 9 | 19 | 297 | 48 | 783 |
| 10 | 32 | 489 | 37 | 604 |
| 11 | 8 | 130 | 56 | 903 |
| 12 | 11 | 178 | 58 | 941 |
| 13 | 24 | 363 | 203 | 3257 |
| 14 | 103 | 1557 | 386 | 6188 |
| 15 | 204 | 3068 | 270 | 4332 |
| 16 | 397 | 5964 | 133 | 2136 |
| 17 | 79 | 1198 | 476 | 7624 |
| 18 | 174 | 2623 | 318 | 5100 |
| 19 | 131 | 1968 | 460 | 7365 |
| 20 | 129 | 1951 | — | — |

В табл. 1 и 2 приведены количество итераций метода N_I и число вычислений функции (7) N_F бинарным ГА GAB и непрерывным ГА GAC. Табл. 1 соответствует $p = 2$ и различным порядкам САУ n . Результаты экспериментов с изменением всех $p = n - 1$ внутренних коэффициентов $\alpha_i(x) = d_i x_i, i = \overline{1, n-1}$ многочлена (9) при границах (14) ограничений (1) представлены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты при изменении числа переменных параметров

| p | Бинарный ГА GAB | | Непрерывный ГА GAC | |
|---|-----------------|-------|--------------------|-------|
| | N_I | N_F | N_I | N_F |
| 2 | 11 | 173 | 23 | 379 |
| 3 | 37 | 873 | 62 | 1493 |
| 4 | 40 | 1261 | 64 | 2066 |
| 5 | 290 | 11331 | 80 | 3239 |

Одними из наиболее эффективных локальных методов минимизации являются методы Хука-Дживса HJ и Нелдера-Мида NM [1, 2]. С применением этих методов в бинарном GAB и непрерывном GAC генетических алгоритмах получены 4 комбинированных ГА: BHJ , CHJ , BNM , CNM . Зададим предельное количество вычислений векторной целевой функции $N_{Fm} = 16000$ и пусть ГА расходует 75% от этого количества, после чего начнет работать локальный метод оптимизации.

В табл. 3 и 4 приведены значения числа вычислений N_F векторной функции (7) для минимизации ИКО векторными комбинированными ГА. Результаты синтеза САУ в табл. 3 соответствуют двум переменным параметрам и различным порядкам САУ n . Для получения результатов табл. 4 изменялись все $p = n - 1$ внутренних коэффициентов многочлена (9) при ограничениях (1) и (14). Анализ этих результатов показывает большую надежность бинарного ГА с методом Нелдера-Мида.

Минимизация ИКО для тестовой передаточной функции (11) при $n = 10$ и $p = 2$ с лучшими точками поиска бинарным ГА представлена на рис. 1, 2. Начальная точка обозначена кругом, конечная – ромбом. На рис. 1 представлен график функции $F_1(x)$. В результате применения селекции и генетических операторов процесс оптимизации переходит в область устойчивости. На рис. 2 показан вид функции $F_2(x)$ и соответствующая ей

Таблица 3 – Количество вычислений функции при двух переменных параметрах

| n | Бинарные ГА | | Непрерывные ГА | |
|-----|-------------|-------|----------------|-------|
| | BHJ | BNM | CHJ | CNM |
| 21 | 1649 | 912 | 12066 | 12062 |
| 25 | 12056 | 12060 | 12084 | 12071 |
| 30 | 12066 | 12073 | 12103 | 12095 |
| 35 | 12084 | 12083 | 12104 | 12102 |
| 40 | 12091 | 12098 | 12145 | 12126 |
| 45 | 12114 | 12131 | 12165 | 12143 |
| 50 | 12100 | 12151 | 12168 | 12153 |
| 55 | 12152 | 12140 | 12187 | 12171 |
| 60 | 12489 | 12204 | 12205 | 12196 |
| 65 | 12183 | 12192 | — | 12212 |
| 70 | 12200 | 12222 | 12357 | 12229 |
| 75 | 12244 | 12242 | 12413 | 12331 |
| 80 | 12257 | 12256 | 12451 | 12309 |
| 85 | — | 12280 | — | 12338 |
| 90 | — | 12274 | — | — |
| 95 | — | 12391 | — | 12338 |
| 100 | — | 12365 | 12725 | 12427 |
| 105 | — | 12348 | 13387 | 12558 |

Таблица 4 – Количество вычислений функции при изменении числа переменных параметров

| p | Бинарные ГА | | Непрерывные ГА | |
|-----|-------------|-------|----------------|-------|
| | BHJ | BNM | CHJ | CNM |
| 6 | 12122 | 12104 | 12200 | 12114 |
| 7 | 12296 | 12159 | 12247 | 12135 |
| 8 | 12492 | 12177 | 12376 | 12265 |
| 9 | 12663 | 12145 | 12501 | 12487 |
| 10 | 13130 | 12078 | 12929 | 13057 |

траектория поиска. Этот график наглядно представляет механизм минимизации ИКО генетическими алгоритмами за счет минимизации функции $F_2(x)$ при большем приоритете максимизации функции $F_1(x)$.

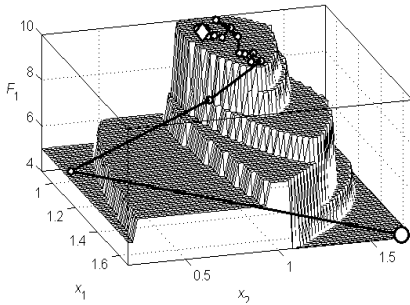


Рис. 1 – Минимизация ИКО на F_1

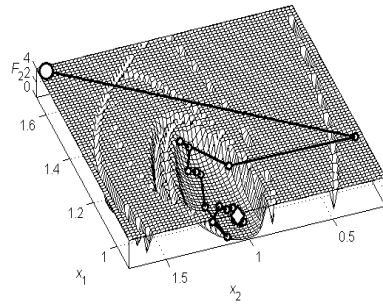


Рис. 2 – Минимизация ИКО на F_2

Приведенные результаты численных экспериментов демонстрируют эффективность предложенных векторных комбинированных ГА при минимизации ИКО систем автоматического управления различного порядка.

Выводы. Рассмотрен синтез систем управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества. На тестовых примерах систем различного порядка проведена минимизация интегральных квадратичных оценок генетическими алгоритмами. Для повышения точности генетических алгоритмов разработаны комбинированные алгоритмы с применением методов Хука-Дживса и Нелдера-Мида на завершающем этапе поиска. Анализ результатов вычислительных экспериментов показал большую надежность комбинированного бинарного генетического алгоритма с методом Нелдера-Мида.

Список литературы: 1. *Северин В. П.* Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / *В. П. Северин* // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса : Астропринт. – 2010. – С. 137–152. 2. *Северин В. П.* Синтез систем автоматического управления энергоблока АЭС с нечеткими регуляторами генетическими алгоритмами / *В. П. Северин, С. М. Х. Джафари, В. Ф. Чернай* // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 1. – 2010. – С. 147–152. 3. *Панченко Т. В.* Генетические алгоритмы. Учебное пособие / *Т. В. Панченко*. – Астрахань : Изд. дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с. 4. *Alireza M.* Genetic algorithms / *M. Alireza*. – Tehran : Naghoos, 2008. – 144 p. 5. *Severin V. P.* Application of Genetic Algorithms to Vector Optimization of the Automatic Control Systems / *V. P. Severin* // Intelligent Information and Engineering Systems. Information Science and Computing. Information Technologies and Knowledge. – Vol. 3. – 2009. – N. 13. – P. 90–97. 6. *Джафари С. М. Х.* Многокритериальный синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами / *С. М. Х. Джафари, В. П. Северин, Е. Н. Никулина* // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 2. – 2010. – С. 149–154.

Надійшла до редколегії 05.12.2012