УДК 518.81

В. В. КРЮЧКОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук, декан ф-та международного менеджмента Херсонского нац. техн. ун-та (г. Херсон),
Н. А. БРЫНЗА, аспирантка ХНУРЭ, каф. СТ,
А. Х. БАДДУР, аспирант ХНУРЭ, каф. СТ

АНАЛИЗ АДЕКВАТНОСТИ ВЗАИМНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СКАЛЯРНЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛЕЗНОСТИ АЛЬТЕРНАТИВ

У статті розглянуто можливість приведення різнорідних невизначеностей (статистичних, нечітких, інтервальних) до єдиного базисного виду при обчисленні скалярних багатофакторних оцінок корисності альтернативних рішень в умовах невизначеності. На основі тестового моделювання показано, що вибір базисної форми невизначеності не впливає на відношення порядку альтернатив і незначно змінює силу уподобання, але істотно впливає на величину інтервалу невизначеності.

В статье рассмотрена возможность приведения разнородных неопределенностей (статистических, нечетких, интервальных) к единому базисному виду при вычислении скалярных многофакторных оценок полезности альтернативных решений в условиях неопределенности. На основе тестового моделирования показано, что выбор базисной формы неопределенности не влияет на отношение порядка альтернатив и незначительно изменяет силу их предпочтения, но существенно влияет на величину интервала неопределенности.

The article discusses the possibility of bringing disparate uncertainties (statistical, fuzzy, interval) to a single base type in the calculation of the scalar multivariate evaluations of the usefulness of alternative solutions in the face of uncertainty. Based on the test simulation showed that the choice of basic forms of uncertainty does not affect the order of the alternatives, and slightly modifies the strength of their preferences, but significantly affect the value of the interval of uncertainty.

Введение. Обязательным этапом любой целенаправленной деятельности является принятия решений. При этом не только неверные, но и не эффективные решения приводят к потерям или нерациональному использованию финансовых, материальных, социальных, экологических и т.д. ресурсов. В связи с этим проблема разработки научно – обоснованной методологии принятия эффективных решений является одной из актуальных проблем современности.

По определению В. М. Глушкова [1] необходимыми условиями эффективности любого решения являются: своевременность, полнота (комплексность), оптимальность. При этом под полнотой понимается как можно более полный и глубокий учет всех факторов, определяющих не только текущие, но и отдаленные последствия принимаемых решений. Такой подход по необходимости предопределяет многокритериальность задачи принятия решений.

Другим следствием стремления к полноте является возрастание размерности и сложности задачи. Это связано с необходимостью учета большого количество не только прямо, но и косвенно влияющих на решение факторов и идентификации их взаимосвязи. В совокупности, это приводит к резкому возрастанию неопределенности исходной информации.

Подводя итог, можно сделать вывод, что обязательным условием методологии принятия эффективных решений является необходимость, в общем случае, учета многокритериальности постановки задачи и неопределенности исходной информации.

Обзор состояния проблемы. Процесс принятия решения в общем случае можно структурировать на следующие этапы: формирование цели, определение множества допустимых решений X, задание метрики, в которой оценивается качество (эффективность) допустимых решений, определение экстремального (оптимального) по качеству решения.

Задание метрики оценки качества допустимых решений связано с формированием некоторого критерия, позволяющего ранжировать альтернативы. Как правило, не удается выбрать единственный критерий, который достаточно полно и однозначно характеризовал бы «качество» решений. В общем случае, приходится формировать некоторое множество частных, разнородных по смыслу, размерности, направлению доминирования, то есть противоречивых критериев, каждый из которых характеризует отдельное или комплекс качеств, а в совокупности они достаточно полно и однозначно характеризуют решение в целом.

Обозначим кортеж таких критериев, как

$$K(x) = < k_i(x) >, \ i = \overline{1,n}, \quad (1)$$

где $k_i(x)$ - i-й частный критерий, n – число частных критериев.

Тогда в общем случае задача определения оптимального решения

$$x^o = arg \underset{x \in X}{extr} < k_i(x) >, \ i = \overline{1,n} \quad (2)$$

является некорректной по Адамару [2], так как определяет не единственное решение, а некоторое подмножество недоминируемых решений $X^c \in X$, которые принято называть множеством компромиссных или Парето - оптимальных решений [3].

Выбор из подмножества X^c единственного решения связан с необходимостью регуляризации задачи (2), которая заключается в формировании некоторого дополнительного эвристического правила (модели), известного как принцип (схема) выбора компромиссного решения $x^* \in X^c$. Общей чертой этих схем является сведение исходной задачи многокритериальной оптимизации к задаче однокритериальной скалярной оптимизации или последовательности таких задач. Таких методов много, достаточно назвать принцип главного критерия [4], методы последовательной оптимизации, функционально-стоимостного анализа, анализа иерархий и т.д. Несмотря на их разнообразие, все они по сути дела являются частными случаями подхода, основанного на теории полезности [5]. Теория полезности базируется на гипотезе [6], о том, что для любого решения, которое характеризуется кортежем разнородных частных критериев $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$, существует обобщенная скалярная многофакторная оценка эффективности (полезности)

$$P(x) = F[(A, k_i(x_j)], \ i=\overline{1,n}, \tag{3}$$

где F - оператор, определяющий структуру, а кортеж A – параметры модели оценивания.

Процедура многофакторного оценивания является субъективной интеллектуальной процедурой, поэтому носителями исходной информации, необходимой для структурно-параметрической идентификации ее модели является специалисты (эксперты) в различных проблемных областях, а основным методом получения первичной информации – метод экспертного оценивания. Субъективизм метода экспертного оценивания и широта проблемно – ориентированных задач привели к тому, что в настоящее время на практике используются несколько альтернативных моделей многофакторного оценивания (3). Наиболее широко известны аддитивная [7]

$$P(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^{н}(x_j), \tag{4}$$

где $k_i^{н}(x)$ - нормализованные, т.е. приведенные к безразмерному виду, единому интервалу [0, 1] возможных значений и одинаковому направлению доминирования частные критерии; a_i - безразмерные коэффициенты относительной важности нормализованных частных критериев.

По определению, для коэффициентов a_i должны выполняться следующие требования

$$0 \le a_i \le 1, \ \forall i=\overline{1,n}, \ \sum_{i=1}^{n} a_i = 1. \tag{5}$$

Кроме того, используются мультипликативная, аддитивно-мультипликативная модели и модель Кобба – Дугласа. Однако анализ показывает, что все перечисленные модели оценивания являются частными случаями (фрагментами) полинома Колмогорова – Габора [8]:

$$P(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i k_i(x) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} k_i(x) k_j(x) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} a_{ij} k_i(x) k_j(x) k_l(x). \tag{6}$$

В дальнейшем будем полагать, что модель оценивания (3) представляет собой некоторый фрагмент полинома Колмогорова – Габора, который идентифицирован непосредственно методом экспертного оценивания или методом компараторной идентификации [9]. Таким образом, будем полагать, что модель многофакторного оценивания, т.е. вычисления скалярной полезности альтернатив, задана.

Независимо от метода структурно – параметрической идентификации модель скалярного оценивания полезности решений (3) содержит неопределенности. Эти неопределенности порождаются НЕ-факторами [10], т.е. неполнотой знаний, неточностью измерения частных критериев, неточностью идентификации весовых коэффициентов и т.д.

Примем, что любой параметр или переменная модели многофакторного скалярного оценивания (функции полезности) заданы в интервальном виде [11]. Это означает, что исходные данные представляются интервальными числами $[D_l, D_r]$, задаваемые левыми D_1 и правыми границами D_r на числовой оси. Размах интервала количественно характеризует степень неопределенности величины. В частном случае, при $D_l = D_r$ величина задается точечным детерминированным значением.

Важнейшей качественной характеристикой неопределенности является информация о характере распределения возможных значений внутри интервала. По этому признаку можно выделить:

- статистическую (вероятностную) неопределенность;
- нечеткую (представленную в виде нечеткого множества) неопределенность;
- интервальные величины.

В случае статистической неопределенности характер распределения значений на интервале задается функцией плотности распределения вероятности и соответствующими статистическими параметрами: математическим ожиданием, дисперсией и т.д. Это наиболее объективная информация о характере распределения значений, так как основой ее получения являются результаты обработки многократных экспериментальных наблюдений [12].

Во многих случаях статистическая оценка не может быть получена по причинам отсутствия представительной выборки наблюдений, ее статистической неоднородности, или когда анализируемая величина принципиально не может быть интерпретирована как случайная. Примером могут служить нечеткие числа «около 5», «приблизительно 2», «меньше 3» и многие другие нечеткие лингвистические утверждения. В этом случае характер распределения возможных значений на интервале может быть описан функцией принадлежности нечеткому множеству [13]. Эта информация полностью субъективна, так как отражает знания и опыт одного или группы экспертов.

В третьем случае, у аналитика отсутствует как объективная, так и субъективная информация о характере распределения возможных значений на интервале. Такие неопределенности называются интервальными величинами [14].

Подводя итог, отметим, что с учетом введенных определений, модель скалярного многофакторного оценивания полезности альтернативных решений (3) будет иметь вид

$$\overline{P}(x) = F[(\overline{A}, \overline{k}_i(x_j)] ,\ i = \overline{1,n} , \qquad (7)$$

где знаком «–» отмечены интервальные неопределенные величины различного вида.

Особенность модели (7) заключается в том, что результат оценивания является интервальным числом. Вместе с этим, конечная цель процедуры принятия решений заключается в выборе конкретного точечного решения.

Общепринятой является методология принятия решений в условиях неопределенности, которая предусматривает вычисления интервальных значений полезности решений по модели (7) и последующий выбор точечного решения как компромисса между оптимистическим и пессимистическим решениями, например, на основе VaR технологий [15].

Обязательным этапом реализации методологии принятия решений в условиях неопределенности является вычисление интервальных значений многофакторной скалярной оценки полезности альтернативных решений $x \in X$. Эта задача не вызывает принципиальных затруднений в том случае, если все неопределенности относятся к одному виду по информации о характере распределения значений на интервале. Для каждого вида неопределенности (статистической, нечеткой, интервальных величин) определены специализированные правила выполнения арифметических операций сложения и умножения, которые необходимы для вычисления полезности $P(x)$. В том случае, если в модель входят разнородные неопределенности (это наиболее часто встречающиеся ситуации), возникает задача их взаимной трансформации с целью приведения к одному базисному виду.

Цель и методика исследования. Целью является определение методом тестового моделирования принципиальной возможности и степени корректности взаимной трансформации различных видов интервальных неопределенностей к однородному виду – статистическому, нечеткому или к виду интервальных величин. При этом, под корректностью понимается сохранение отношения порядка по полезности на множестве альтернативных решений, соотношение величины интервальных оценок полезности альтернатив, полученных при различных исходных формах задания неопределенностей, силы предпочтения (расстояния между альтернативными решения по полезности).

Методика тестирования заключается в следующем. Для того, чтобы получить некоторый независимый базис (внешнее дополнение)[8], относительно которого производится сравнение, формируется некоторая эталонная ситуация. В качестве такого эталона принята детерминированная ситуация, когда все параметры и переменные модели вычисления скалярной многофакторной оценки полезности альтернатив (7) представлены детерминированными точечными значениями. По модели (7) для этих исходных данных вычисляются значения полезности $P(x)$, по ним устанавливается отношение порядка

$$x_1 \succ x_2 \succ \ldots \succ x_n , \qquad (8)$$

и сила предпочтительности, т.е. расстояние между смежными альтернативами по величине оценок их полезности

$$\Delta P_{12} = P(x_2) - P(x_1) \qquad (9)$$

Затем исходные точечные детерминированные значения параметров и переменных модели трансформируются в интервальные неопределенности. При этом, исходные точечные значения принимаются, соответственно, в качестве математического ожидания для статистической неопределенности, модального значения для нечетких множеств и центра интервальной величины. Величина интервала во всех случаях принимается одинаковой.

При вероятностной неопределенности вычисления производятся на основании статистических параметров – математического ожидания и дисперсии. Для перехода от интервальных значений к статистическим параметрам использовались следующие соотношения.

Оценка математического ожидания на основе данных о границах интервала для нормального закона распределения определяется следующим образом[12]:

$$M = \frac{(a+b)}{2} ; \qquad (10)$$

среднеквадратическое отклонение

$$\sigma = \frac{b-a}{6} ; \qquad (11)$$

дисперсия вычисляется как

$$D = \sigma^2 . \qquad (12)$$

Соответственно для равновероятного закона распределения:

$$M = \frac{(a+b)}{2}; \tag{13}$$

$$D = \frac{(b-a)^2}{12}. \tag{14}$$

Арифметические операции со статистическими параметрами выполняются по правилам [13]:

$$M(X_1 + X_2) = M(X_1) + M(X_2); \tag{15}$$

$$D(X_1 + X_2) = D(X_1) + D(X_2); \tag{16}$$

$$M[XY] = M[X]M[Y]; \tag{17}$$

$$D[XY] = D[X]D[Y]; \tag{18}$$

$$cM[X] = M[cX]; \tag{19}$$

$$cD[X] = D[c^2 X]; \tag{20}$$

Для случая, когда частные критерии и весовые коэффициенты представлены в виде нечетких множеств (нечетких чисел в R,L – форме [16]), вычисление функции полезности производилась по следующим формулам сложения и умножения [16, 17]

$$(a_1,\beta_1,b_1)_{LR} + (a_2,\beta_2,b_2)_{LR} \sim (a_1+a_2,\beta_1+\beta_2,b_1+b_2)_{LR} \tag{21}$$

$\forall A$, таких, что, μ_A, $\mu_B \in F(R^+)$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$,

$$(a_1,\beta_1,b_1)_{LR} * (a_2,\beta_2,b_2)_{LR} \sim (a_1a_2, a_1\beta_2 + a_2\beta_1, a_1b_2 + a_2b_1)_{LR}, \tag{22}$$

где a_1, a_2 – левые границы нечетких множеств, b_1, b_2 – правые границы нечетких множеств, β_1, β_2 – модальные значения, при которых функция принадлежности функции равна 1.

Аналитические правила выполнения арифметических операций с интервальными величинами имеют вид [14]:

$$\begin{cases} A + B = [a_1 + a_2,\, b_1 + b_2], \\ A \cdot B = [\min\{a_1a_2\},\{a_1b_2\},\{a_2b_1\},\{b_1b_2\}, \\ \max\{a_1a_2\},\{a_1b_2\},\{a_2b_1\},\{b_1b_2\}]. \end{cases} \tag{23}$$

Для того, чтобы получить представительные результаты, позволяющие сделать корректные выводы, тестирование производилось для задач оценивания различной размерности по числу частных критериев (n=2, 4, 7) и для различных моделей (линейных и нелинейных) функции полезности. При этом для каждого случая рассматривались следующие виды неопределенности

- статистическая (нормальный и равновероятностный закон распределения);
- нечеткая (треугольная форма функции принадлежности);
- интервальные величины.

Множество альтернативных решений во всех случаях равно7.

Для каждого тестового примера вычислялись интервальные значения функции полезности альтернативных решений, отношение порядка на множестве альтернатив и соответствующая сила предпочтения. При этом отношение порядка определялось по значениям полезности соответствующей математическому ожиданию, моде и центральному значению соответственно.

Заключение. По методике, описанной выше, были протестированы линейные и нелинейные функции полезности вида:

$$P(x) = a_1k_1(x) + a_2k_2(x) + a_3k_1(x)k_2(x),$$

$$P(x) = a_1k_1(x) + a_2k_2(x) + a_3k_3^2(x) + a_4k_2(x)k_4(x).$$

В силу громоздкости, результаты численного моделирования в статье не приведены, но необходимо отметить, что отношения порядка альтернатив во всех случаях соответствуют эталонным значениям. Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы.

При приведении к единому базису разнородных видов неопределенности в принципе, в качестве базисной может быть использована любая форма. Это обусловлено тем, что выбор формы представления не влияет на отношения порядка альтернатив: лучшая альтернатива во всех случаях остается экстремальной, а сила предпочтения изменяется не значительно (в среднем на 10%).

Очень важной характеристикой является величина интервала неопределенности полезности альтернатив. Во всех случаях минимальный интервал соответствует статистической форме представления исходной информации. При нормальном законе распределения возможных значений интервал на 70% меньше, чем при равновероятностном законе и еще меньше для других видов неопределенности. Это легко объяснить, так как исходная информация в этом случае получена на реальной экспериментальной выборке, в то время как все другие формы отражают субъективные представления.

На третьем месте по точности находится оценки полезности, полученные при задании частных критериев в виде интервальных величин.

Неожиданным является тот факт, что самая большая интервальная неопределенность $P(x)$ соответствует нечеткой форме представления исходной информации. Это можно объяснить тем, что нечеткие множества не предназначены для формализации нечетких чисел, а ориентированы на формализацию качественной информации представленной в виде нечетких лингвистических высказываний.

Такие результаты справедливы для всех полиномиальных форм (как линейных, так и нелинейных) модели функции полезности.

На основе сказанного можно сделать вывод, что наиболее предпочтительной базовой формой является статистическая неопределенность с равномерным законом распределения. Это обусловлено тем, что приведение к наиболее эффективному нормальному закону распределения требует информации, которая реально отсутствует. Кроме того, нечеткие величины принципиально не могут быть интерпретированы как случайные. В то же время, равновероятностный закон распределения можно интерпретировать не как случайную величину, как ситуацию, в которой отсутствует информация о предпочтениях конкретных значений, т.е. они все равновозможны (равновероятны).

Список литературы: ***1.*** *Глушков В.М.* Введение в АСУ/ В. М. Глушков. – Киев: Техника, 1972. – 312 с. ***2.*** *Математический* энциклопедический словарь/ под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Сов. энциклопедия, 1988. – 250с. ***3.*** *Подиновский В.В.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач/ В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982. – 254с. ***4.*** *Петров Е.Г.* Методи і засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах/ Е.Г. Петров, М.В. Новожилова, І.В. Гребенник. – Київ: Техніка, 2004. – 256с ***5.*** *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений/ П. Фишберн. – М.: Наука, 1978. – 352с. ***6.*** *Нейман Дж.* Теория игр и экономическое поведение/Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 124с. ***7.*** *Штойер Р.* Многокритериальная оптимизация. Теория, расчет и приложения/Р. Штойер. – М.: Радио и связь, 1992. 504с. ***8.*** *Ивахненко А.Г.* Самоорганизация прогнозирующих моделей/А.Г. Ивахненко, И.А. Мюллер. – К.: Техника, 1985. – 233с. ***9.*** *Петров К.Э.* Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания/ К.Э. Петров, В.В. Крючковский. – Херсон: Олди-плюс, 2009. – 294с. ***10.*** *Нариньяни А.С.* НЕ-факторы: неоднозначность (доформальное исследование)/ А.С. Нариньяни // Новости искусственного интеллекта.– 2003.–№5. с.58-69. ***11.*** *Стернин М.Ю.* Метод представления знаний в интеллектуальных системах поддержки экспертных решений/ М.Ю. Стернин, Г.И. Шепелев// Новости искусственного интеллекта. 2003. – №4(58), с.58-69. ***12.*** *Вентцель Е.С.* Теория вероятности и ее инженерное приложение/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров – М.: Высшая школа, 2000.–480с. ***13.*** *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений/ Л. Заде – М.: «Мир», 1976. ***14.*** *Алефельд Г.* Введение в интервальные вычисления: Пер. с англ./ Алефельд Г., Херцбергер Ю –М. Мир, 1987. – 360 с. ***15.*** *Бідюк П.І.* Методи прогнозування/ П.І. Бідюк, О.С.Меняйленко, О.В. Половцев. – Луганськ: «Алма-матер». 2008. – Том1. – 302с. ***16.*** *Раскин Л.Г.* Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / Раскин Л.Г., Серая О.В. - Харьков: Парус, 2008. - 352 с. ***17.*** *Борисов А.Н.* Обработка нечеткой информации в системах принятия решений/А.Н. Борисов, А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьев и др. – М., Радио и связь, 1989.

Поступила в редколлегию 18.12.09