

МАТЕМАТИЧНЕ І КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

DOI: 10.20998/2079-0023.2025.01.05

УДК 519.2

Г. Ю. МАРТИНЕНКО, доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: Gennadii.Martynenko@khp.edu.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5309-3608>

В. Ю. ГАРКУША, аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: Vladyslav.Harkusha@infiz.khpi.edu.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5980-4802>

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ ПРОГНОЗУ ГРАНИЧНОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ БАЛКИ З ГОМОГЕННОГО МАТЕРІАЛУ ЗА КРИТЕРІЄМ ФОН МІЗЕСА НА ОСНОВІ ДАНИХ КОНСТРУКЦІЙНОГО МІЦНІСНОГО АНАЛІЗУ

Предметом дослідження є статичний конструкційний аналіз у механіці. Мета роботи полягає у створенні та навчанні моделі штучного інтелекту у формі нейронних мереж для передбачення граничного навантаження на конструкційний елемент типу балка, що виконана з гомогенного матеріалу. Міцнісний стан цього конструкційного елементу визначається еквівалентними напруженнями за критерієм фон Мізеса. Вихідними та варіативними параметрами є геометричні розміри та силові навантаження, які діють на тіло. Досягнення мети дає можливість виконувати обчислення міцності елементу конструкції швидше з точки зору обчислень та з допустимими значеннями похибки в порівнянні з класичними методами механіки із застосуванням числових методів, зокрема методу скінченних елементів. Для досягнення мети вирішуються наступні задачі: проведення чисельних експериментів з аналізу міцнісного стану при статичному навантаженні балкового конструктивного елементу методом скінченних елементів; визначення ключових параметрів конструкційного елементу; підготовка та агрегування даних для моделі; проектування та навчання моделі. Чисельні експерименти здійснювалися із заздалегідь визначеними типами закріплення та навантаження на балку. Було виконано 3 варіанти підготовки даних і відповідно моделей для забезпечення репрезентативності передбачень нейронними мережами. Усі числові експерименти було проведено у системах автоматизованого проектування. Проектування моделей було виконано за принципом мінімальної, але достатньої кількості прихованих шарів мереж та нейронів у них. Навчання моделі відбувалося за принципом навчання з учителем, де вхідними параметрами обрано певну кількість геометричних властивостей та тиск, якому опирається тіло, а як вихідний параметр – максимальне еквівалентне напруження за критерієм фон Мізеса, що відповідає цим параметрам. Ці значення напружень отримані у результаті аналізів у системі автоматизованого проектування. Передбачення тих самих значень для інших параметрів об'єкта досліджень за допомогою нейронних мереж здійснюються на основі алгоритму лінійної регресії та визначеної кількості вхідних параметрів. Оптимізації моделей здійснювалася за допомогою алгоритму Adaptive Moment Estimation. Розрахунок похибки передбачень моделей здійснювався за допомогою середньоквадратичної похибки. Результатом дослідження є створення і тренування моделі штучного інтелекту та перевірка їх здатності до передбачення максимальних еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса на основі геометричних та силових характеристик конструкційного елемента з відносною точністю порівняно з аналогічними розрахунками у системах автоматизованого проектування. Аналіз отриманих результатів дозволив довести можливість достовірного прогнозу шуканих максимальних значень еквівалентних напружень, що характеризують міцнісний стан розглянутого конструктивного елемента при різних співвідношеннях геометричних та силових параметрів, без виконання міцнісного аналізу традиційними методами. Це розширює можливості для пошуку раціональних конструктивних варіантів.

Ключові слова: нейронні мережі, навчання з учителем, лінійна регресія, статичний конструкційний міцнісний аналіз, метод скінченних елементів, числовий експеримент.

Вступ. Задачі статичного міцнісного конструкційного аналізу у прикладній механіці все ще зберігають свою актуальність у галузі проектування та обчислення різних елементів складних конструкцій, а також виділених деталей механізмів. Такі числові симуляції поведінки конструкцій та їх елементів на етапі проектування дають можливість перевірити міцнісні характеристики при різних значеннях навантажень та граничних умов, що виникають або можуть виникнути при практичному їх застосуванні. Це, у свою чергу, дає можливість визначити граничні значення навантажень, які може витримувати конструкція.

Лінійний статичний міцнісний конструкційний аналіз ґрунтується на положеннях теорії пружності, де на тіло, що знаходиться у стані рівноваги з урахуванням закріплення, діють незалежні від часу зосереджені або розподілені навантаження. Під дією цих навантажень тіло (об'єкт досліджень) деформується. Згідно з теорією пружності шуканими величинами, які описують деформований стан тіла, є переміщення його точок, деформації та напруження. Обчислені значення останніх зведені до еквівалентного за певним критерієм міцності, зокрема критерієм фон Мізеса, у порівнянні з граничними для цього матеріалу значеннями,

© Мартиненко Г. Ю., Гаркуша В. Ю., 2025



Дослідницька стаття: Цю статтю опубліковано видавництвом *НТУ «ХПІ»* у збірнику «Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології». Ця стаття поширюється за міжнародною ліцензією Creative Commons Attribution (CC BY 4.0). **Конфлікт інтересів:** Автор/и заявив/или про відсутність конфлікту.



що отримані з експериментів, дають можливість розуміння щодо міцності конструкції та її здатності витримувати навантаження.

Підходи теорії пружності ґрунтуються на аналітичних співвідношеннях і складаються з диференціальних рівнянь рівноваги відносно компонент напружень, співвідношень між переміщеннями та деформаціями Коші та закону Гука, що пов'язує деформації та напруження. До цих рівнянь додаються граничні умови, в яких основною проблемою є аналітичний опис границі тіла. Тому для симуляції процесів або станів у складних конструкціях або елементах використовуються числові методи.

Найрозповсюдженішим числовим підходом у розв'язанні подібного роду задач є метод скінченних елементів (МСЕ) [1]. МСЕ – це чисельний метод, що використовується для наближеного розв'язання диференціальних рівнянь у складних геометричних та інженерних задачах. Головний принцип методу полягає у розбитті тіла на прості геометричні елементи (скінченні елементи), які зв'язані між собою тільки в обмеженій кількості вузлових точок, та застосуванні простих функцій для апроксимації у них шуканих величин (переміщень, деформацій, напружень). Отже, спочатку певним чином на основі принципу мінімізації потенційної енергії деформованого тіла формується розв'язувальна система рівнянь відносно вузлових переміщень з урахуванням навантажень та закріплень, потім з урахуванням цих значень для кожного елемента формуються апроксимуючі переміщення поліноми, далі із застосуванням рівнянь Коші та закону Гука шукаються розподіли деформацій та напружень у межах кожного скінченного елемента сітки. Таким чином, не виконуючи розв'язання для всієї геометрії одразу, а виконуючи його поступово для кожного елемента окремо, отримуються шукані переміщення, деформації та напруження для всіх точок об'єкта досліджень.

Даний метод не позбавлений своєрідних недоліків. До них можна віднести відносну похибку обчислень за МСЕ, яка коливається у межах 5–10 % у порівнянні з розв'язанням задачі аналітичним методом. Однак використання аналітичного методу є недоцільним через досить високу трудомісткість розрахунку, особливо при розгляді великих та складних конструкційних рішень, тому у даній статті не розглядається як альтернатива. У статті пропонується перевірка гіпотези про здатність моделі штучного інтелекту (ШІ) до передбачення максимальних значень напружень за критерієм фон Мізеса у конструктивному елементі простої форми з певним закріпленням, яке опирається певною статичною навантаженням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасні способи проектування та розробки моделей машинного навчання дають широкий спектр інструментів, алгоритмів та підходів, які показують досить точні результати обчислення напружень при певних навантаженнях у різних задачах механіки. У статті [2] автори описали процес передбачення моделлю частотного розсіювання у парових лопатках низького тиску. Задача полягає у знаходженні максимального відхилення тиску в порівнянні з реальними даними, зібраними безпо-

середньо с працюючої установки при певних вхідних параметрах відомих про установку під час її роботи для агрегування яких непотрібне спеціальне обладнання. Для розв'язання подібної задачі окрім проектування та збору даних для тренування, потрібно використати методи оптимізації моделі на кшталт пошуку відповідної loss-функції для знаходження відхилень від реальних даних, методу оптимізації ваг нейронної мережі (НМ) тощо. Хоча дана задача походить з динамічного аналізу, але факт можливості передбачення подібних параметрів механізмів свідчить про загальні можливості моделей ШІ у рамках передбачень у механічних задачах.

У публікації [3] автори розробили підхід до оцінки зсувної міцності односторонніх залізобетонних плит за допомогою ШІ, враховуючи геометричні параметри, характеристики матеріалів та умови навантаження для точного прогнозування зсувної міцності у порівнянні з існуючими емпіричними формулами.

У роботі [4] автори досліджують проектування градієнтних за щільністю ударників з використанням машинного навчання. Автори фокусуються на поведінці матеріалу AlCu (алюміній–мідь) під час ударних навантажень, аналізуючи механізми напруження та деформації за різних умов навантаження та структурних параметрах.

У статті [5] автори прогнозують деформацію приводу з чотириккомпонентного сплаву з ефектом пам'яті методами ШІ. Ідея полягає у побудові моделі, що здатна передбачити активаційну деформацію сплавів, та у порівнянні різних підходів глибокого навчання для прогнозування поведінки сплавів.

У публікації [6] автори пропонують використовувати ШІ для моделювання процесу зміцнення металів під час пластичної деформації. Мета полягає у використанні ODE-моделі з трансформацією контактів. Підхід ефективно моделює криві плинності матеріалів, покращуючи точність прогнозування поведінки металів під час деформації.

Таким чином, з огляду на вище перелічені роботи можна зробити висновок про актуальність, наукову цінність та доцільність даного дослідження в аспекті використання методів ШІ для розв'язання задач статичного конструкційного аналізу до елементів конструкцій типу балкових, які можуть розглядатись як прототип різних необертових і навіть обертових компонентів складних структур

Мета та задачі дослідження. Мета роботи полягає у проведенні багатоваріантних параметричних числових експериментів у системах комп'ютерного автоматизованого скінченноелементного інженерного аналізу ANSYS Mechanical Enterprise Academic Student (далі – ANSYS) для обчислення максимального значення еквівалентного за критерієм фон Мізеса напруження у балковому конструктивному елементі при визначених навантаженнях та закріпленнях, з подальшим виділенням ключових параметрів конструкційного елемента та максимального значення еквівалентних напружень до набору даних для навчання моделі. Основна спрямованість роботи зосереджена на розробці та тренуванні моделей ШІ, які зможуть надавати передба-

чення максимальних значень напружень при зміні геометричних параметрів та навантажень.

Розв'язання цієї задачі орієнтовано на підготовку та розробку НМ для пришвидшення процесу розв'язання, а саме, передбачення максимальних значень напружень при зміні геометричних параметрів та навантажень з допустимими значеннями похибки у порівнянні з розв'язком МСЕ

Для досягнення мети розв'язано наступні задачі:

- визначення ключових параметрів числових експериментів;
- агрегація даних статичного аналізу числових експериментів;
- оптимізація даних та інжиніринг ознак;
- підготовка НМ;
- тренування та оптимізація НМ;
- аналіз результатів.

Математична постановка задачі. В якості математичної постановки було задано такі параметри тіла для обчислення напружено-деформованого стану. Маємо суцільну балку з гомогенного матеріалу із заданими геометричними параметрами ширини довжини та висоти (l,g,f). Балка має жорстке закріплення по одній грані та навантажується статичним розподіленим тиском на ортогональну грань від закріпленої. Обчислюється напружений стан балки, що має наступні параметри, які представлені у табл. 1.

Таблиця 1 – Приклад вихідних даних (значень) числового експерименту

Параметр	Значення
Ширина	3,6 м
Висота	0,9 м
Довжина	0,9 м
Навантаження	9E+11 Па
Модуль пружності	2,05E+11 Н/м ²
Коефіцієнт Пуассона	0,27
Густина	7800 кг/м ³
Границя плинності	400 МПа

Згідно із заданими параметрами було застосовано підхід з використанням МСЕ до розв'язання задачі статичного міцнісного аналізу в ANSYS.

Вигляд розв'язувального матричного рівняння статичного міцнісного аналізу із застосуванням МСЕ має наступну форму

$$[K]\{u\}=\{F\}, \quad (1)$$

де: $[K]$ – матриця жорсткості системи;

$\{u\}$ – вектор-стовпець вузлових переміщень;

$\{F\}$ – вектор-стовпець відомих компонентів вузлових сил.

Згаданий вище закон Гука в цьому випадку матрично записується наступним чином:

$$\varepsilon = \Phi \sigma, \quad (2)$$

де: ε – вектор-стовпець деформацій;

Φ – матриця 6×6 згорнутих чотиригрангових тензорів;

σ – вектор-стовпець напружень.

Під час математичних експериментів було проведено 3 ітерації тестів з різними змінами геометричних параметрів конструкційного елемента та навантажень, що діють на нього, а саме:

- змінні геометричні характеристики перерізу конструкційного елемента балка;
- змінні геометричні характеристики перерізу та довжини конструкційного елемента балка;
- змінні геометричні характеристики перерізу та довжини, а також значення тиску, якому опирається конструкційний елемент балка.

Розв'язання числового експерименту полягає у використанні МСЕ, що має у своїй основі підхід розбиття та приведення тіла до структурної сітки з елементів для знаходження розв'язку у кожному окремому елементі простою функцією апроксимації.

Рис. 1 ілюструє приклад сітки, яку було нанесено у CAE ANSYS на конструкційний елемент.

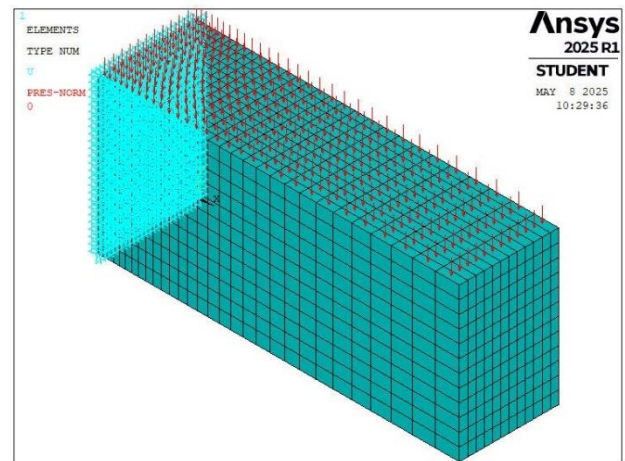


Рис. 1. Приклад емуляції конструкційного елемента балка, яка опирається тиску по верхній грані ox (червоні стрілки) та закріплена по боковій грані oz (сині шеврони).

Розв'язком задачі є створення моделей ШІ, що здатні за вхідними геометричними параметрами балкової конструкції та тиску, який здійснює вплив на конструкцію, надавати передбачення у вигляді максимальних значень еквівалентних напружень. Новизна підходу полягає у способі обчислення максимальних значень еквівалентних напружень за непрямыми параметричними характеристиками конструкції. Практична цінність отриманого результату полягає у прискоренні обчислень максимальних еквівалентних напружень простих конструкційних елементів у порівнянні з класичними підходами, а саме, використанням МСЕ.

Числовий експеримент та аналіз результатів. Розробка та навчання моделей ШІ вимагає наявності масиву даних, який необхідно агрегувати. А, отже, потрібно провести певну кількість ітерацій числових експериментів, тобто розв'язання міцнісної задачі при різних параметрах та статичних навантаженнях, для пошуку відповідних значень максимальних еквівалент-

них напружень, які нададуть базові значення для проведення якісних тренувань та забезпечать точність передбачення моделей на рівні з методом, яким підготовлювали масив даних.

Як ключовий процес збору масиву даних для тренування обрано проведення числових експериментів у системах комп'ютерного автоматизованого скінченно-елементного інженерного аналізу. Поміж наявних оточень для інженерних обчислень, обрано ANSYS через наявність великої кількості вбудованих шаблонів моделей MCE, що у свою чергу гарантує зменшену нестабільність даних, точність розв'язків та API для взаємодії з мовою високого рівня Python, яка слугуватиме ядром моделей ШІ завдяки наявності широкого інструментарію для програмування моделей. Процес агрегації масиву даних розділений на етапи підготовки зразкового прототипу сценарію числового експерименту та підготовки даних за допомогою автоматизації на основі програм PyMAPDL.

Під час проведення числового експерименту було сконфігуровано програмне середовище для структурного аналізу (Structural Analysis) конструкційних елементів типу балка. В якості основного елемента для подрібнення конструкції на сітку елементів за MCE, обрано елемент SOLID186. Даний елемент – це 20-вузловий об'ємний гексадральний квадратичний елемент (з квадратичними функціями апроксимації переміщень), який має 3 трансляційні ступені свободи UX, UY, UZ (тобто повздовжні переміщення у напрямках осей координат) у кожному вузлі елементів сітки, а також підтримує пружно-пластичні та в'язко-пружні нелінійності із орієнтуванням на цеглисту форму сітки елементів.

Визначення властивостей гомогенного матеріалу виконано із заданням параметрів густини, коефіцієнту Пуассона та модулю пружності матеріалу.

Закріплення з нульовою рухливістю за ступенями свободи UX, UY та UZ проводилося суцільно по боковій грані балкової конструкції [7]. Розподілений тиск здійснювався по всій площині верхньої грані балкової конструкції.

Наступним кроком проведено розв'язок задачі за допомогою статичного конструкційного аналізу, отримано та відображено графіки еквівалентних за критерієм фон Мізеса напружень поелементно во всьому тілі. Результати розв'язання показані на рис. 2.

Точність обчислень та, відповідно, якість розбиття тіла на сітку скінченних елементів має перевірятися за допомогою відносної різниці між домінуючими компонентами напруження на елемент і його границею або еквівалентним напруженням і його границею у локальній області високих значень, максимальне відхилення яких не повинне перевищувати и 7 %:

$$\frac{(\text{SMXB}_{\text{SEQV}} - \text{SMX}_{\text{SEQV}})}{\text{SMX}_{\text{SEQV}}} * 100\%, \quad (3)$$

де: $\text{SMXB}_{\text{SEQV}}$ – границя максимального значення еквівалентного напруження за критерієм фон Мізеса, обчислена з урахуванням значень цього напруження від суміжних елементів у конкретному вузлі сітки;

SMX_{SEQV} – найбільше значення еквівалентного напруження за критерієм фон Мізеса у локальній області високих значень напружень [7].

Згідно з обчисленнями, було отримано результат 5 %, що задовольняє умові точності подрібнення тіла сіткою на елементи, тобто її достатньої дискретизації в областях найбільшого напруження балкової конструкції. Результати типового обчислення балкового елемента наведені у табл. 2.

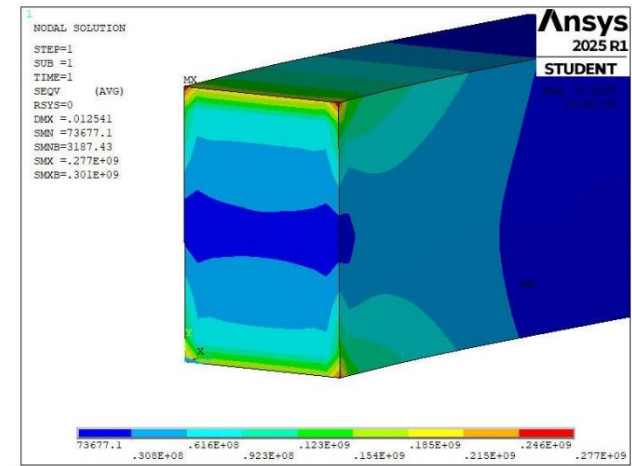


Рис. 2. Результати статичного конструкційного аналізу балкової конструкції у вигляді розподілу еквівалентних напружень

Таблиця 2 – Значення типових параметричних характеристик та результатів числового експерименту

Параметр	Значення
Ширина	3,6 м
Висота	0,9 м
Довжина	0,9 м
Навантаження	9E+11 Па
Модуль пружності	2,05E+11 Н/м ²
Коефіцієнт Пуассона	0,27
Густина	7800 кг/м ³
Усереднене максимальне значення еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса	0,691E+09 Па

Обчислення різнопараметричних експериментів дають змогу визначити ключові аспекти та умови для розробки спеціального програмного забезпечення, що виконуватиме ітерації експериментів для формування масиву даних.

За результатами типового обчислення виділено основні параметричні характеристики, які мають значення для тренування моделі, а отже, можуть змінюватись від ітерації до ітерації експериментів.

У результаті, обрано наступні параметри балкової конструкції:

1. Ширина;
2. Висота;
3. Довжина;
4. Навантаження;
5. Максимальне значення еквівалентних напружень у тілі за критерієм фон Мізеса.

Формування та підготовка масиву даних. Провівши попередні числові експерименти у ANSYS та визначивши основні конструкційні характеристики тіла і особливості обчислень, підготовано спеціальні програми для проведення серії експериментів для формування масиву даних.

Проведення серійних експериментів у ANSYS передбачає використання програмного підходу до виконання сценаріїв обчислень. А саме, використання спеціального API APDL, що підтримує синтаксис мови Fortran. Але через особливості використання логічних структур та самого синтаксису обрано розширення над APDL, а саме, плагін PyMAPDL [8].

PyMAPDL – плагін-транслятор мови високого рівня Python у програмний APDL синтаксис. Через особливості проведення експериментів швидкість виконання не є ключовим параметром, а отже, можемо прийняти порівняно невисоку швидкість обчислення.

Під час підготовки програми для збору даних було розраховано кількість ітерацій експерименту, для агрегації кількості записів за наступною формулою:

$$N \geq P * 10, \quad (4)$$

де: N – кількість записів, необхідних для навчання моделі;

P – кількість ключових параметрів, виділених для тренування моделі.

Виходячи з розрахунку вище, маємо агрегувати >50 записів. Окремо в процесі емпіричного дослідження було виявлено, що необхідна та достатня кількість результатів експериментів для навчання моделей становить 1300 записів. Відповідно до поставлених математичних умов задачі було проведено 3 ітерації агрегування даних.

Наступні перетворення та операції із зібраним масивом «сирих» даних виконувалися за допомогою пакета мови Python Keras [9]. Це спеціальна бібліотека, яка дозволяє проводити масивні опрацювання з агрегованими даними та наступного надання їх програмам для роботи з моделями ІІІ. Даний пакет обрано через наявність великої кількості функцій обробки даних для створення мета-властивостей на основі агрегованих «сирих» даних та можливості до послідовних логічних та математичних операцій з елементами набору даних [10].

У табл. 3 наведено приклад агрегованих даних для першого набору даних (змінні параметри перерізу балки).

Таблиця 3 – Приклад агрегованих даних

Height, м	Width, м	Max_VMIS, Па
0,77	1,43	832555204
2,97	1,66	95818410
1,86	1,58	191698202
1,71	1,94	213128231
2,27	2,38	134357251
2,45	0,71	136063663
2,14	2,12	148887460
0,97	1,99	531411087
2,88	1,72	9504426

Пояснення до табл. 3:

- Height – параметр висоти балки;
- Width – параметр ширини балки;
- Max_VMIS – значення максимальних еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса.

Значення довжин балки (Length) та тиску (Pressure) винесені з таблиці через постійність значень для задачі № 1: 3,6 м та $9E+06$ Па відповідно.

Додатковим етапом підготовки даних є проведення процедури інжинірингу ознак. Під час аналізу існуючих параметрів балки було створено нові мета-параметри тіла, такі як:

- площа верхньої грані ox ;
- площа бічної грані oy ;
- площа торцевої грані oz .

Після формування набору даних з наведеного масиву даних виконано аналіз відношень існуючих параметрів для знаходження залежностей параметричних характеристик у балковому конструкційному елементі. У даних для задачі № 1 було виявлено ключову залежність між параметром Max_VMIS та площею бічної грані. Графік відношень зображено на рис. 3.

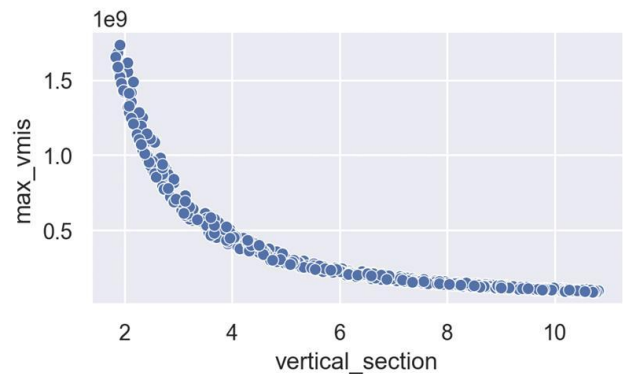


Рис. 3. Приклад залежностей параметрів площі бічної грані (абсциса) від максимальних еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса (ордината) для балки в задачі № 1 (змінний переріз)

Подібні перевірки залежностей властивостей було проведено для наборів даних задач № 2 та № 3 відповідно. Однак, під час дослідження відношень властивостей цих балкових елементів (змінні характеристики перерізу, довжини та тиску відповідно) не було виявлено очевидних залежностей, які б мали чітку функціональну апроксимацію для визначення.

Проведено додаткову операцію оптимізації даних у рамках процесу інжинірингу ознак, а саме, створення мета-параметрів об'єкта для наборів даних задач № 2 та № 3. Створено такі параметри:

- aspect_ratio – відношення довжини балкового елемента до її висоти;
- section_ratio – відношення довжини балкового елемента до її ширини;
- volume – об'єм балки;
- inertia – момент інерції площі перерізу;
- theta – кут повороту балки;
- moment_max – максимальний згинальний момент у основи балки (поряд із закріпленням);
- sigma – напруження згину балки.

На основі виділених мета-параметрів було виявлено нові залежності для напружень за критерієм фон Мізеса, які представлені на рис. 4 та рис. 5.

Відповідно до поставленої задачі було створено програму мовою високого рівня Python для проведення серії числових експериментів в оточенні ANSYS для формування наборів даних і подальшого навчання моделей ШІ. Всі директиви та інструкції програми описані згідно з API PyMAPDL [8]. На основі виконаної агрегації даних підготовано 3 масиви даних за ключовими параметрами для тренування моделей. Після збору даних проведено аналіз залежностей між характеристиками балкових конструкцій до максимального еквівалентного напруження за критерієм фон Мізеса, і виявлено головні відношення параметричних характеристик у наведених даних.

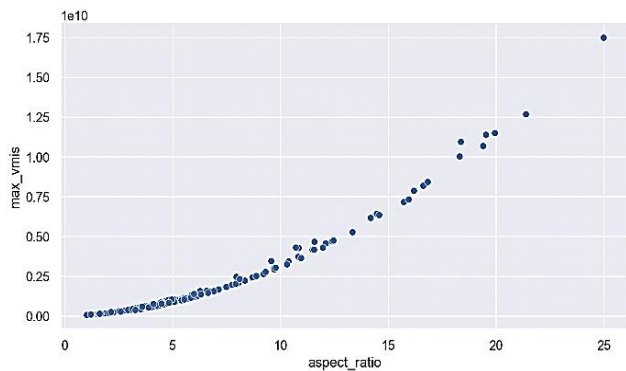


Рис. 4. Приклад залежностей параметрів aspect_ratio (абсциса) від максимального значення еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса (ордината) для балкових елементів у задачі № 2

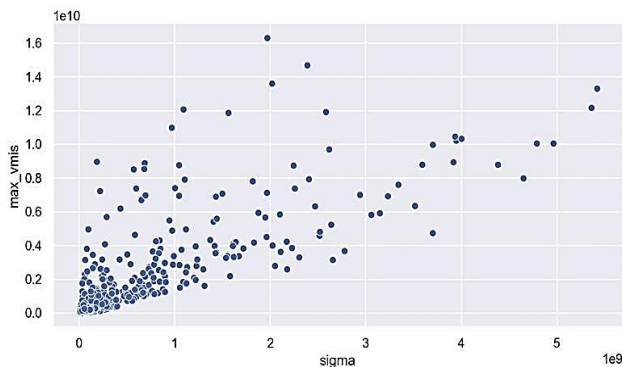


Рис. 5. Приклад залежностей параметрів sigma (абсциса) від максимального значення еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса (ордината) для балкових елементів у задачі № 3

Проектування та тренування моделі. Відповідно до поставленої математичної задачі, необхідно створити три моделі ШІ із наступними умовами сформованих даних:

- набір даних із змінними параметричними характеристиками перерізу балкового елемента;
- набір даних із змінними параметричними характеристиками перерізу та довжини балкового елемента;

• набір даних із змінними параметричними характеристиками перерізу та довжини балкового елемента і тиску, якому опирається балковий елемент.

Відповідно до характеру виявлених залежностей властивостей балки обрано застосовувати алгоритми лінійної регресії, як такі, що будуть наближувати зв'язок між незалежними ознаками та цільовою ознакою за допомогою лінійної функції.

У стандартному випадку моделювання систем базується на припущенні про структуру представлену певним рівнянням з рядом параметрів моделі. Відповідно до твердження, що аналітично неможливо визначити фізичні функції, такі моделі представлені у вигляді добутків властивостей та ваг відповідно до порядкового елемента у векторі із додаванням зсуву (bias) [11]:

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{j=0}^d \beta_j x_j = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \beta_0, \quad (5)$$

де: $\hat{y}$ – прогнозована відповідь або передбачення моделі;

$\mathbf{x}$ – вектор ознак (властивостей);

$\boldsymbol{\beta}$ – вектор вагових коефіцієнтів;

β_0 – зсув значень (bias).

Під час вибору основних технологічних рішень створення моделі ШІ враховувалась можливість навчання моделі на декількох параметричних характеристиках балкового конструкційного елемента. Отже, для виконання обчислень у межах задачі було порівняно класичні математичні моделі та НМ. Однак, вимога мати декілька вхідних параметрів диктує використання НМ як основного концепту ШІ у даному дослідженні.

Використання НМ передбачає створення перцептрона, який прийматиме деякі вхідні параметричні характеристики балкової конструкції, робити обчислення та робити передбачення відповідно. Приклад перцептрона зображено на рис. 6.

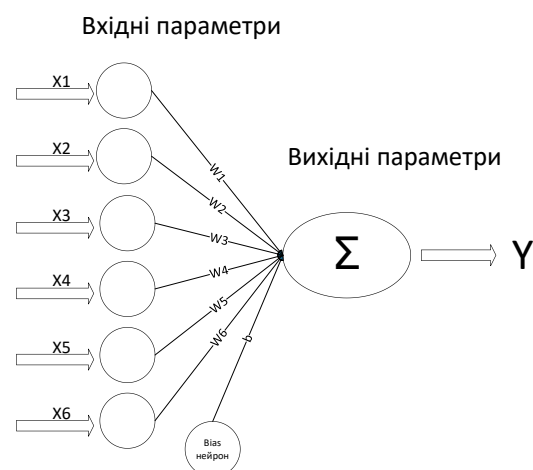


Рис. 6. Структурна схема перцептрона.

Обчислення ваг та передбачення здійснюються відповідно до принципу багатошарової мережі. Як основні елементи підходу задаються вхідний, приховані та вихідний шари мережі. Кількість шарів та ней-

ронів задається під час проєктування НМ. Визначення кількості нейронів у шарах відбувається емпіричним шляхом. Приховані шари називаються прихованими через неможливість інженера прямо впливати на рішення того чи іншого шару НМ.

Додатково у кожному шарі закріплюється спеціальна функція активації, яка виконує тригерну дію відповідно до входних параметрів входного шару або у проміжних прихованих шарах з урахуванням ваг у нейронах заданих для певного параметра.

Відповідно до поставлених задач було створено та натреновано 3 моделі ІІІ у вигляді НМ. В якості мови програмування для створення моделей обрано мову високого рівня Python через наявність пакетів для операції с даними Keras та бібліотеки створення НМ TensorFlow [12].

Відповідно до поставлених задач було створено наступні нейромережі:

- для задачі № 1 мережа із двома прихованими шарами, що містять 100 і 28 нейронів відповідно;
- для задачі № 2 та № 3 мережі з двома прихованими шарами, що містять по 64 нейрони у кожному шарі відповідно.

В якості функції активації для прихованих шарів було обрано функцію ReLU (Rectified linear unit):

$$\begin{aligned} \text{ReLU}(z) &= \max(0, z), \\ z < 0 &\rightarrow \text{ReLU}(z) = 0, \\ z \geq 0 &\rightarrow \text{ReLU}(z) = z \end{aligned} \quad (6)$$

де: z – входний сигнал, який подається на шар;

ReLU – вихідний сигнал активаційної функції;

В якості функції активації вихідного шару було обрано функцію Linear.

Обрано метод оптимізації знаходження коефіцієнтів ваг для шарів мереж використано алгоритм ADAM, який поєднує у собі два методи оптимізації, а саме:

- Momentum – врахування моменту інерції експоненційно згладженого градієнту;
- RMSProp – адаптивне масштабування градієнта на основі його квадрата.

Для перевірки похибки функції від фактичних даних обрано метод кореневого середньоквадратичного відхилення (RMSE).

Зважаючи на значення параметрів балки, у наборі для покращення процесу навчання моделей було проведено масштабування параметрів за допомогою функції $\log_{10}(x)$. Тобто натурального логарифма від $1+x$.

Перед навчанням тренувальні дані було розділено на дві частини:

- Training set – дані, які використовували безпосередньо для навчання моделей (80 % від загальної кількості даних);
- Test set – дані для перевірки коректності передбачень моделі (20 % від загальної кількості даних).

Підхід з розділенням даних гарантує краще подолання такого побічного ефекту тренування моделі як перенавчання що характеризується як завчання моделлю вихідних параметрів тренування та дає розуміння з

якою точністю модель здатна надавати передбачення на основі входних даних, які ніколи до того не були використані під час тренування НМ.

Для формування залежностей було обрано наступні параметри для навчання моделей за типом задачі:

- модель задачі № 1 використовувала як входні дані параметр `vertical_section`, що відповідає площі бічної грані балки;
- модель задачі № 2 використовували як входні дані параметри: `aspect_ratio` – відношення висоти до довжини, `vertical_section` – представлена значенням площі бічної грані балки, `horizontal_section` – представлена значенням площі верхньої грані балки.
- модель задачі № 3 використовували як входні дані параметри: `aspect_ratio` – відношення висоти до довжини, `sigma` – значення напруження згину, `pressure` – значення розподіленого тиску, `theta` – кут повороту `total_force` – сила дії на горизонтальний переріз балки.

Вибір найкращого результату тренування моделей ІІІ проводилось за принципом найкращої ітерації. Кількість ітерацій (епох) було задано значенням 50.

Навчені моделі ІІІ зберігаються у файлах формату Keras для подальшого їх використання. Відповідно до процесу навчання моделей отримані значення відхилень наведені у табл. 4, де RRMSE – це відносна квадратична середня похибка.

Таблиця 4 – Результати тренувань моделей

Модель	Значення RRMSE (Training set), %	Значення RRMSE (Test set), %
Модель № 1	2,06	1,86
Модель № 2	0,63	0,82
Модель № 3	0,87	1,04

Результатом даного етапу дослідження є проєктування та тренування трьох моделей ІІІ у формі НМ, які передбачають максимальне еквівалентне напруження за критерієм фон Мізеса на основі входних параметричних характеристик балкових конструкцій, відповідно до вимог задач зазначених вище. Виконавши аналіз наявних методів, алгоритмів та інструментів, очікується отримання передбачень у межах допустимих значень точності відповідно до даних, отриманих за допомогою розв'язку статичних задач конструкційної міцності за МСЕ.

Перевірка результатів передбачень моделей. Виконавши підготовку даних, проєктування та навчання моделей згідно з вимогами задач, необхідно провести перевірку точності передбачень моделей ІІІ. Для цього необхідно агрегувати новий масив даних, які не використовувалися для навчання у рамках процесу створення та тренування моделі. Це гарантуватиме, що модель здатна опрацьовувати будь-які дані, що подаються на вхід НМ. Для виконання умови перевірки було застосовано додаткові ітерації розв'язку задач за допомогою ANSYS для збору нових тестових масивів даних. Виконано додатково 10 ітерацій розв'язання задач статичного конструкційного аналізу елемента типу балка та знаходження максимальних еквівалентних

напружень за критерієм фон Мізеса у тілі для кожної із задач відповідно до їх вимог. Структура даних є однаковою зі схемою даних, які використовувалися для навчання.

Згідно з метою розділу виконано перевірку передбачень моделей задач, а результати наведені у табл. 5, 6 та 7 відповідно.

Таблиця 5 – Перевірка передбачень моделі III задачі № 1

Дійсне значення обчислень, Па	Передбачення моделі III, Па	Відносна похибка, %
4,0827358E+08	3,9436957E+08	-3,46
4,3472464E+08	4,4645667E+08	2,66
2,2460497E+08	2,0982675E+08	-6,80
9,8097728E+07	1,0368630E+08	5,54
9,9642446E+07	1,0530446E+08	5,52
4,8664224E+08	4,3915792E+08	-10,25
3,7887298E+08	3,8851984E+08	2,51
8,1543458E+08	7,6620966E+08	-6,22
1,3050350E+08	1,2264113E+08	-6,21

Таблиця 6 – Перевірка передбачень моделі III задачі № 2

Дійсне значення обчислень, Па	Передбачення моделі III, Па	Відносна похибка, %
1,112040E+08	1,087890E+08	-2,20
9,750681E+07	9,778736E+07	0,28
7,121733E+07	7,343630E+07	3,06
3,207114E+08	3,057186E+08	-4,78
2,125921E+08	2,032536E+08	-4,49
3,101702E+08	2,960482E+08	-4,66
4,494653E+08	4,446720E+08	-1,07
1,262044E+08	1,237280E+08	-1,98
1,413428E+08	1,339857E+08	-5,34

Таблиця 7 – Перевірка передбачень моделі III задачі № 3

Дійсне значення обчислень, Па	Передбачення моделі III, Па	Відносна похибка, %
2,189517E+09	2,078904E+09	-5,05
4,602292E+08	4,599773E+08	-0,05
5,218362E+09	5,046356E+09	-3,30
4,716693E+09	4,667971E+09	-1,03
6,181841E+08	5,923983E+08	-4,17
2,561845E+08	2,272124E+08	-11,31
2,007541E+09	1,949154E+09	-2,91
1,115601E+09	1,146972E+09	2,81
9,833117E+07	8,395091E+07	-14,62
1,085119E+09	1,059757E+09	-2,34

Аналіз результатів та висновки. Відповідно до результатів перевірки значень моделей III можна стверджувати, що моделі мають достатню точність для проведення досліджень академічного та інженерного призначення. Середня похибка передбачень моделей III для задачі № 1 становить 4,917 %, для задачі № 2 – 2,786 %, для задачі № 3 – 4,156 %. З огляду на представлені результати можна стверджувати, що моделі здатні передбачати у рамках задач визначення максимального еквівалентного напруження за критерієм фон Мізеса, будуючи передбачення на основі пара-

метричних характеристик конструкційного елемента типу балка. Тобто моделі III, а саме, НМ здатні до виконання такого роду передбачень і прогнозів.

Додатково можна відзначити, що такий підхід з використанням моделей III дозволяє опосередковано проводити оцінку якості сітки скінченних елементів для подібних задач статичної міцності на додачу до стандартних методів.

Висновки. Відповідно до теми у даній роботі ставилась задача визначення здатності моделей III, а саме НМ, отримувати максимальні значення еквівалентних напружень за критерієм фон Мізеса у задачі статичного конструкційного аналізу на прикладі простого балкового конструктивного елемента при варіюванні його геометричних розмірів у визначених межах. У результаті досліджень створено та натреновано на основі агрегованих тестових масивів даних згенерованих в ANSYS три моделі III під спеціальні вимоги задач відповідно. Моделі мали спеціальні методи оптимізації та знаходження похибок. Кожна з наступних НМ отримала більш просунутий та поглиблений інжиніринг ознак і різну кількість шарів та нейронів у цих мережах. Результатом дослідження є підтвердження здатності III прогнозувати максимальне еквівалентне напруження за критерієм фон Мізеса у балковій конструкції з жорстким закріпленням по одній грані та розподіленим тиском на ортогональній грані від грані закріплення.

Перспективним аспектом подальших досліджень у даному напрямку є вивчення точності передбачень класичних математичних моделей у порівнянні з НМ та застосування даного підходу для визначення шуканих величин при інших видах конструкційного аналізу, наприклад, аналізу різних динамічних характеристик обертових елементів механізмів або машин при не статичних, а змінних у часі діях.

Список використаної літератури

1. Zienkiewicz O., Taylor R., Zhu J. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Waltham: Butterworth-Heinemann, 2013. 714 p. DOI: 10.1016/C2009-0-24909-9.
2. Grönsfelder T, Hofbauer A, Richter CH. A method for theoretical prediction of frequency scatter ranges for freestanding forged steam turbine blades. *Turbo Expo: Енергія для суші, моря та повітря*. 2011, Vol. 6. structures and dynamics, частини A і B. P. 1085–1094. DOI: 10.1115/GT2011-46172.
3. Khatibinia, M., Ghasemi M. Neural network-based formula for shear capacity prediction of one-way reinforced concrete slabs. *Інженерні споруди*. 2020, Vol. 206. Article ID 110140. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.110140
4. Wang W., Xie M., Yu B., He M., Ji Y., Chen X., Huang X., Liu H. Graded density impactor design via machine learning and numerical simulation. *Results in Engineering*. 2025. Vol. 25. Article ID 101150. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.101150.
5. Abedi H., Abdollahzadeh M.J., Algamal A., Vanaei S., Benafan O., Elahinia M., Qattawi A. Predicting actuation strain in quaternary shape memory alloy NiTiHfX using machine learning. *Computational Materials Science*. 2025. Vol. 246. Article ID 113345. DOI: 10.1016/j.commatsci.2024.113345.
6. Szyndler J., Härtel S., Bambach M. Machine learning of the dynamics of strain hardening based on contact transformations. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2025. P. 1–22. DOI: 10.1007/s10845-025-02577-6.
7. Мартиненко Г. Ю., Розова Л. В. Комп'ютерне моделювання елементів конструкцій та визначення їх міцності при статичних навантаженнях: навчальний посібник. Харків: НТУ «ХПІ», 2021. С. 242.
8. Ansys Inc. *PyMAPDL Tutorials: Python + Ansys = PyAnsys*. URL: <https://tutorials.mapdl.docs.pyansys.com/tutorials/01-pymapdl.html> (дата звернення 03.05.2025).
9. Moolayil J. *Learn keras for deep neural networks: A fast-track approach to modern deep learning with python*. 2nd ed. New York: Springer, 2019. 192 p.

10. Kuhn M., Johnson K. *Feature Engineering and Selection: A Practical Approach for Predictive Models*. Chapman & Hall/CRC Press, 2019. 310 p.
 11. Keesman KJ. *System identification: An introduction*. 1st ed. New York: Springer, 2011. 352 p.
 12. Geron A. *Hands-on machine learning with Scikit-learn, keras, and tensorflow: Concepts, tools, and techniques to build intelligent systems*. 2nd ed. Farnham: O'Reilly UK Ltd, 2019. 1150 p.
 13. Безменов М. І. Рекомендації щодо оформлення списків літератури у Віснику Національного технічного університету «ХПІ». URL : http://vestnik.kpi.kharkov.ua/wp-content/uploads/2018/08/Reference_s.pdf (дата звернення: 18.05.2025).
- References (transliterated)**
1. Zienkiewicz O., Taylor R., Zhu J. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Waltham: Butterworth-Heinemann, 2013. 714 p. DOI: 10.1016/C2009-0-24909-9.
 2. Grönsfelder, T.; Hofbauer, A.; Richter, C. A method for theoretical prediction of frequency scattering ranges for separately located forged steam turbine blades. *Turbo Expo: Energy for land, sea and air*. 2011, vol. 6, structure and dynamics, parts A and B, pp. 1085–1094. DOI: 10.1115/GT2011-46172.
 3. Khatibinia, M., Ghasemi, M. A neural network-based formula for predicting the shear capacity of unilaterally reinforced concrete slabs. *Engineering Structures*. 2020, vol. 206, article ID 110140. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.110140
 4. Wang W., Xie M., Yu B., He M., Ji Y., Chen X., Huang X., Liu H. Design of a graduated density impactor using machine learning and numerical modeling. *Results in Engineering*. 2025, vol. 25, article ID 101150. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.101150.
 5. Abedi H., Abdollahzadeh M.J., Algama A., Vanaei S., Benafan O., Elahinia M., Qattawi A. Prediction of the actuation strain in quaternary shape memory alloy NiTiHfX using machine learning. *Computational Materials Science*. 2025, vol. 246, Article ID 113345. DOI: 10.1016/j.commatsci.2024.113345.
 6. Szyndler J., Härtel S., Bambach M. Machine learning of strain hardening dynamics based on contact transformations. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2025, pp. 1–22. DOI: 10.1007/s10845-025-02577-6.
 7. Martynenko G.Y., Rozova L.V. *Kompiuterne modeliuvannia elementiv konstruksii ta vyznachennia yikh mitsnosti pry statychnykh navantazhenniakh: navchalnyi posibnyk* [Computer modeling of structural elements and determination of their strength under static loads: a textbook]. Kharkiv: NTU “KHP” Publ., 2021. pp. 242. (in Ukr.).
 8. Ansys Inc. *PyMAPDL Tutorials: Python + Ansys = PyAnsys*. Available at: <https://tutorials.mapdl.docs.pyansys.com/tutorials/01-pymapdl.html> (accessed 03.05.2025).
 9. Moolayil J. *Learn keras for deep neural networks: A fast-track approach to modern deep learning with python*. 2nd ed. New York: Springer. 2019. 192 p.
 10. Kuhn M., Johnson K. *Feature Engineering and Selection: A Practical Approach for Predictive Models*. Chapman & Hall/CRC Press, 2019. 310 p.
 11. Keesman KJ. *System identification: An introduction*. 1st ed. New York, Springer, 2011. 352 p.
 12. Geron A. *Hands on machine learning with Scikit-learn, keras, and tensorflow: Concepts, tools, and techniques to build intelligent systems*. 2nd ed. Farnham, O'Reilly UK Ltd, 2019. 1150 p.
 13. Bezmenov M. I. *Rekomendatsii shchodo оформлення spyskiv literatury u Visnyku Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»* [Recommendations on the design of reference lists of literature in the Bulletin of the National Technical University «KhPI»]. Available at: http://vestnik.kpi.kharkov.ua/wp-content/uploads/2018/08/Reference_s.pdf (accessed 18.05.2025). (In Ukr.).

Надійшло (received) 05.02.2025

DOI:
UDC 519.2

G. Y. MARTYENKO, Doctor of Engineering Sciences, Professor, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine; e-mail: Gennadii.Martynenko@kpi.edu.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5309-3608>

V. Y. HARKUSHA, PhD student, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine; e-mail: Vladyslav.Harkusha@infz.kpi.edu.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5980-4802>

APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS TO PREDICT THE ULTIMATE STATIC LOAD OF A BEAM MADE OF HOMOGENEOUS MATERIAL ACCORDING TO THE VON MISES CRITERION BASED ON THE DATA OF STRUCTURAL STRENGTH ANALYSIS

The subject of the study is static structural analysis in mechanics. The aim of the work is to create and train an artificial intelligence model in the form of neural networks to predict the ultimate load on a structural element such as a beam made of a homogeneous material. The strength state of this structural element is determined by equivalent stresses according to the von Mises criterion. The initial and variable parameters are the geometric dimensions and power loads acting on the body. Achieving the goal makes it possible to calculate the strength of a structural element faster in terms of computation and with acceptable error values compared to classical methods of mechanics using numerical methods, in particular the finite element method. To achieve this goal, the following tasks are solved: conducting numerical experiments to analyze the strength state under static loading of a beam structural element using the finite element method; determining the key parameters of the body; preparing and aggregating data for the model; designing and training the model. Numerical experiments were carried out with predefined types of fixings and loads on the beam. There were 3 variations of data preparation and, accordingly, models to ensure the representativeness of predictions by neural networks. All numerical experiments were conducted in computer-aided design systems. The design of the models was based on the principle of a minimal but sufficient number of hidden network layers and neurons in them. The model was trained on the principle of learning with a teacher, where a certain number of geometric properties and the pressure resisted by the body were selected as input parameters, and the maximum equivalent stress according to the von Mises criterion corresponding to these parameters was selected as an output parameter. These stress values are obtained as a result of analyzes in the computer-aided design system. Prediction of the same values for other parameters of the object of study using neural networks is based on a linear regression algorithm and a certain number of input parameters. The models were optimized using the adaptive moment estimation algorithm. The model prediction error was calculated using the mean square error. The result of the study is the creation and training of artificial intelligence models and verification of their ability to predict the maximum equivalent stresses according to the von Mises criterion based on the geometric and force characteristics of a structural element with relative accuracy to a similar calculation in computer-aided design systems. The analysis of the obtained results made it possible to prove the possibility of a reliable prediction of the desired maximum values of equivalent stresses characterizing the strength state of the considered structural element at different ratios of geometric and force parameters, without performing strength analysis by traditional methods. This expands the possibilities of finding rational design options.

Keywords: neural networks, supervised learning, linear regression, static structural strength analysis, finite element method, numerical experiment

Повні імена авторів / Author's full names

Автор 1 / Author 1: Мартиненко Геннадій Юрійович / Martynenko Gennadii Yuriiyovich

Автор 2 / Author 2: Гаркуша Владислав Юрійович / Harkusha Vladyslav Yuriiyovich