

**В. П. СЕВЕРИН**, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;  
**К. Б. ГОДЛЕВСКАЯ**, аспирантка НТУ «ХПИ»

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПАРОВОЙ ТУРБИНОЙ К-1000-60/1500**

Побудована нелінійна математична модель парової турбіни К-1000-60/1500 енергоблоку АЕС. Розроблені нелінійні моделі систем автоматичного керування частотою обертання ротора турбіни в просторі станів з різними регуляторами.

Построена нелинейная математическая модель паровой турбины К-1000-60/1500 энергоблока АЭС. Разработаны нелинейные модели систем автоматического управления частотой вращения ротора турбины в пространстве состояний с различными регуляторами.

The nonlinear mathematical model for steam turbine K-1000-60/1500 of atomic power plant is obtained. The nonlinear models of automatic control systems for turbine rotor rotation frequency are developed in state space with the different standard and fuzzy regulators.

**Введение.** На энергоблоках атомных электрических станций Украины эксплуатируется паровая турбина К-1000-60/1500 [1]. Для линейных моделей систем автоматического управления этой турбины решены задачи параметрического синтеза систем [2]. Повышение точности проектирования систем управления турбинами возможно при использовании их нелинейных моделей, полнее учитывающих особенности протекания реальных процессов управления.

Цель статьи заключается в представлении нелинейной математической модели турбины К-1000-60/1500 и ее систем управления для решения задач параметрического синтеза систем.

**Нелинейная модель турбины.** Принципиальная схема паровой турбины К-1000-60/1500 представлена на рис. 1 и включает клапан регулирования турбины (КРТ), объем перед цилиндром высокого давления, цилиндр высокого давления (ЦВД), объем в сепараторе-перегревателе (СП), клапан сепаратора-перегревателя (КСП), объем за КСП, цилиндр среднего давления (ЦСД), цилиндр низкого давления (ЦНД), объем перед ЦНД, конденсатор (К).

Запишем дифференциальные уравнения материального баланса для основных объемов турбины:

$$\frac{V_k}{v_k p_{k0}} \frac{dp_k}{dt} = G'_k - G''_k, \quad k = \overline{1, 4}, \quad (1)$$

где  $V_k$ ,  $v_k$ ,  $p_{k0}$  – объем, удельный объем и давление пара в емкости с номером  $k$  в номинальном режиме,  $p_k$  – давление пара в емкости,  $G'_k$  и  $G''_k$  – расход пара на входе и выходе емкости (см. рис. 1).

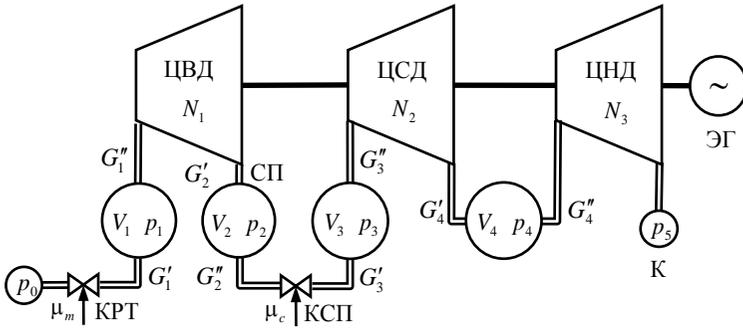


Рис. 1 – Принципиальная схема паровой турбины К-1000-60/1500

На основании формул Стодолы и Бендемана для расходов пара представим систему дифференциальных уравнений (1) в реальных переменных состояния:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_1}{v_1 p_{10}} \cdot \frac{dp_1}{dt} = G_{10} \frac{p_0}{p_{10}} (\mu_m + 1) - G_{10} \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_{10}^2 - p_{20}^2}}, \\ \frac{V_2}{v_2 p_{20}} \cdot \frac{dp_2}{dt} = G_{20} \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_{10}^2 - p_{20}^2}} - G_{20} \frac{p_2}{p_{20}} \mu_c \frac{\beta(r)}{\beta(r_0)}, \\ \frac{V_3}{v_3 p_{30}} \cdot \frac{dp_3}{dt} = G_{30} \frac{p_2}{p_{20}} \mu_c \frac{\beta(r)}{\beta(r_0)} - G_{30} \sqrt{\frac{p_3^2 - p_4^2}{p_{30}^2 - p_{40}^2}}, \\ \frac{V_4}{v_4 p_{40}} \cdot \frac{dp_4}{dt} = G_{40} \sqrt{\frac{p_3^2 - p_4^2}{p_{30}^2 - p_{40}^2}} - G_{40} \sqrt{\frac{p_4^2 - p_5^2}{p_{40}^2 - p_5^2}}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $G_{10}$ ,  $G_{20}$ ,  $G_{30}$ ,  $G_{40}$  – расходы пара через выделенные емкости в номинальном режиме;  $p_0$  – давление пара перед клапаном регулирования турбины;  $\mu_m$  и  $\mu_c$  – относительные переменные положения клапана регулирования турбины и клапана сепаратора-перегревателя;  $p_5$  – давление пара в конденсаторе;  $r = p_3/p_2$ ,  $r_0 = p_{30}/p_{20}$ ;  $\beta(r) = \sqrt{1 - (r - \Pi)^2 / (1 - \Pi)^2}$ ;  $\Pi$  – число Бендемана.

По теореме о главном моменте количества движения имеем дифференциальное уравнение движения ротора паровой турбины

$$J d\omega/dt = M_T - M_G, \quad (3)$$

где  $J$  – момент инерции ротора турбины;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора;  $M_T$  – действующий со стороны турбины крутящий момент;  $M_G$  –

момент сил сопротивления со стороны электрического генератора. Умножим уравнение (3) на  $\omega$ :

$$J\omega d\omega/dt = N - N_s, \quad (4)$$

где  $N = M_T\omega$  – механическая мощность турбины;  $N_s = M_G\omega$  – мощность электрического генератора.

Мощность турбины определим по формуле

$$N = N_{10}\sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_{10}^2 - p_{20}^2}} + N_{20}\sqrt{\frac{p_3^2 - p_4^2}{p_{30}^2 - p_{40}^2}} + N_{30}\sqrt{\frac{p_4^2 - p_5^2}{p_{40}^2 - p_{50}^2}} - N_{40}\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - N_{50}\frac{\omega^3}{\omega_0^3}, \quad (5)$$

где  $N_{10}, N_{20}, N_{30}$  – номинальные значения мощности цилиндров турбины;  $N_{40}$  – потери мощности в подшипниках и генераторе в номинальном режиме;  $N_{50}$  – потери мощности на трение и вентиляцию в номинальном режиме;  $\omega_0 = 2\pi n_0$  – круговая частота в номинальном режиме,  $n_0$  – частота вращения ротора турбины;  $N_0 = N_{10} + N_{20} + N_{30} - N_{40} - N_{50}$  – мощность турбины в номинальном режиме.

Основные конструктивные и технологические параметры турбины К-1000-60/1500 представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Исходные параметры турбины К-1000-60/1500

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$V_1, \text{м}^3$	18	$G_{30}, \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$	1137	$N_{30}, \text{МВт}$	472,1
$V_2, \text{м}^3$	650	$G_{40}, \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$	1020	$N_{40}, \text{МВт}$	4,8
$V_3, \text{м}^3$	160	$p_0, \text{МПа}$	6	$N_{50}, \text{МВт}$	12,3
$V_4, \text{м}^3$	230	$p_{10}, \text{МПа}$	5,46	$N_0, \text{МВт}$	1030
$v_1, \text{м}^3\text{кг}^{-1}$	0,0363	$p_{20}, \text{МПа}$	1,105	$n_0, \text{Гц}$	25
$v_2, \text{м}^3\text{кг}^{-1}$	0,215	$p_{30}, \text{МПа}$	1,083	$\omega_0, \text{рад}\cdot\text{с}^{-1}$	157
$v_3, \text{м}^3\text{кг}^{-1}$	0,219	$p_{40}, \text{МПа}$	0,331	$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	601120
$v_4, \text{м}^3\text{кг}^{-1}$	0,561	$p_5, \text{МПа}$	0,0038	$\Pi$	0,546
$G_{10}, \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$	1615	$N_{10}, \text{МВт}$	340	$\mu_c$	1
$G_{20}, \text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$	1137	$N_{20}, \text{МВт}$	235	$r_0$	0,98

Введем относительные переменные  $\pi_k = p_k/p_0, k = \overline{1, 4}, \varphi = (\omega - \omega_0)/\omega_0$  и положим  $\pi_0 = 1, v = (N - N_0)/N_0, v_s = (N_s - N_0)/N_0$ . Отсюда получим:

$p_k = p_0 \pi_k$ ,  $k = \overline{1, 4}$ ;  $\omega = \omega_0(1 + \varphi)$ ;  $N = N_0(1 + \nu)$ ;  $N_s = N_0(1 + \nu_s)$ . Подставляя эти выражения в уравнения (2), (4), (5) и вводя обозначения

$$K_1 = \frac{V_1}{v_1 p_{10}}, \quad K_2 = \frac{V_2}{v_2 p_{20}}, \quad K_3 = \frac{V_3}{v_3 p_{30}}, \quad K_4 = \frac{V_4}{v_4 p_{40}}, \quad K_\beta = \frac{1}{(1 - \Pi)^2},$$

$$K_{1\mu} = \frac{G_{10}}{K_1 p_0}, \quad K_{1\pi} = \frac{G_{10}}{K_1 \sqrt{p_{10}^2 - p_{20}^2}}, \quad K_{2\pi} = \frac{G_{20}}{K_2 \sqrt{p_{10}^2 - p_{20}^2}}, \quad K_{2\mu} = \frac{G_{20}}{K_2 p_{20} \beta(r_0)},$$

$$K_{3\mu} = \frac{G_{30}}{K_3 p_{20} \beta(r_0)}, \quad K_{3\pi} = \frac{G_{30}}{K_3 \sqrt{p_{30}^2 - p_{40}^2}}, \quad K_{4\pi} = \frac{G_{40}}{K_4 \sqrt{p_{30}^2 - p_{40}^2}},$$

$$K_{5\pi} = \frac{G_{40}}{K_4 \sqrt{p_{40}^2 - p_5^2}}, \quad T_a = \frac{J\omega_0^2}{N_0}, \quad b_a = \frac{1}{T_a}, \quad \nu_4 = \frac{N_{40}}{N_0}, \quad \nu_5 = \frac{N_{50}}{N_0},$$

$$K_{1\nu} = \frac{N_{10} p_0}{N_0 \sqrt{p_{10}^2 - p_{20}^2}}, \quad K_{2\nu} = \frac{N_{20} p_0}{N_0 \sqrt{p_{30}^2 - p_{40}^2}}, \quad K_{3\nu} = \frac{N_{30} p_0}{N_0 \sqrt{p_{40}^2 - p_5^2}},$$

получим нелинейную модель паровой турбины:

$$\nu = K_{1\nu} \sqrt{\pi_1^2 - \pi_2^2} + K_{2\nu} \sqrt{\pi_3^2 - \pi_4^2} + K_{3\nu} \sqrt{\pi_4^2 - \pi_5^2} - \nu_4 (1 + \varphi)^2 + \nu_5 (1 + \varphi)^3 - 1, \quad (6)$$

$$\begin{cases} d\pi_1/dt = K_{1\mu} \pi_0 (1 + \mu_m) - K_{1\pi} \sqrt{\pi_1^2 - \pi_2^2}, \\ d\pi_2/dt = K_{2\pi} \sqrt{\pi_1^2 - \pi_2^2} - K_{2\mu} \mu_c \sqrt{\pi_2^2 - K_\beta (\pi_3 - \Pi \pi_2)^2}, \\ d\pi_3/dt = K_{3\mu} \mu_c \sqrt{\pi_2^2 - K_\beta (\pi_3 - \Pi \pi_2)^2} - K_{3\pi} \sqrt{\pi_3^2 - \pi_4^2}, \\ d\pi_4/dt = K_{4\pi} \sqrt{\pi_3^2 - \pi_4^2} - K_{5\pi} \sqrt{\pi_4^2 - \pi_5^2}, \\ d\varphi/dt = b_a (\nu - \nu_s) / (1 + \varphi). \end{cases} \quad (7)$$

Значения постоянных параметров уравнений (6) и (7) представлены в табл. 2.

Модель турбины (6), (7) представим в векторном виде:

$$dX_t/dt = f_t(X_t, \mu_m, \nu_s), \quad X_t(0) = X_{t0}, \quad \varphi = C_t X_t, \quad C_t = (0, 0, 0, 0, 1), \quad \nu = f_\nu(X_t), \quad (8)$$

где  $X_t = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \varphi)^T$  – вектор состояния турбины;  $f_t$  – векторная функция из правых частей системы дифференциальных уравнений (7);  $X_{t0} = (\pi_{10}, \pi_{20}, \pi_{30}, \pi_{40}, \varphi_0)^T$  – вектор начальных условий, значения проекций которого приведены в табл. 2,  $\varphi_0 = 0$ ;  $f_\nu$  – нелинейная функция переменной мощности (6).

Система дифференциальных уравнений следящего привода для перемещения клапана регулирования турбины имеет вид [2]:

$$dX_D/dt = A_D X_D + B_D u, \quad \mu_m = C_D X_D, \quad (9)$$

где  $X_D$  – вектор состояния привода;  $A_D$ ,  $B_D$ ,  $C_D$  – матрицы с постоянными элементами;  $u$  – управляющий сигнал регулятора частоты.

Нелинейную модель турбины как объекта управления при сбросе нагрузки получим на основе объединения моделей (8) и (9):

$$dX_T/dt = f_T(X_T, u, v_s), \quad v = f_v(X_T), \quad \varphi = C_T X_T,$$

$$X_T = \begin{pmatrix} X_D \\ X_I \end{pmatrix}, \quad f_T(X_T, u, v_s) = \begin{pmatrix} A_D X_D + B_D u \\ f_i(X_T, C_D X_D, v_s) \end{pmatrix}, \quad C_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблица 2 – Параметры модели турбины К-1000-60/1500

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$K_{1\mu}$	3,2569	$K_{5\pi}$	2,4881	$K_{3v}$	8,3090
$K_{1\pi}$	3,3257	$K_{\beta}$	4.8516	$v_4$	0,0047
$K_{2\pi}$	0,0777	$\Pi$	0,5460	$v_5$	0,0119
$K_{2\mu}$	1,2841	$T_a, c$	14,400	$\pi_{10}$	0,9100
$K_{3\mu}$	5,2077	$b_a, c^{-1}$	0,0694	$\pi_{20}$	0,1842
$K_{3\pi}$	1,6345	$K_{1v}$	0,3704	$\pi_{30}$	0,1805
$K_{4\pi}$	0,7986	$K_{2v}$	1,3275	$\pi_{40}$	0,0552

**Модели систем управления.** Построены нелинейные модели системы автоматического управления частотой с различными регуляторами частоты. Так модель системы управления с ПИД регулятором имеет вид:

$$dX/dt = f(X, v_s), \quad \varphi = CX, \quad C = \begin{pmatrix} C_T & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} X_T \\ u_I \\ v_D \end{pmatrix}, \quad f(X, v_s) = \begin{pmatrix} f_T(X_T, (K_P + K_D)\varepsilon + u_I + v_D, v_s) \\ \lambda_I \varepsilon \\ -\lambda_D(v_D + K_D \varepsilon) \end{pmatrix},$$

где  $K_P$  и  $\lambda_I$  – параметры пропорциональной и интегральной частей регулятора,  $K_D$  и  $\lambda_D$  – параметры дифференциальной части,  $\varepsilon = \varphi_s - \varphi$  – сигнал ошибки,  $\varphi_s$  – сигнал задатчика частоты,  $u_I$  и  $v_D$  – переменные состояния интегральной и дифференциальной частей регулятора. Анализ процессов в линейных и нелинейных моделях системы автоматического управления частотой показал, что для нелинейных моделей характер

процессов такой же, как и для линейных моделей. Лучший процесс по прямым показателям качества соответствует ПИД регулятору. Процессы изменения частоты в процентах  $y = 100\varphi$  для линейной L и нелинейной N моделей систем управления частотой с ПИД регулятором показаны на рис. 2 при возмущающем действии  $v_s = -0,2$  и значениях параметров ПИД регулятора  $K_p = 100$ ,  $\lambda_I = 31,5\text{c}^{-1}$ ,  $\lambda_D = 1,10\text{c}^{-1}$ , оптимальных для линейной модели [2]. Для нелинейной модели максимальное отклонение частоты больше, чем в линейной модели, но размах колебаний в нелинейной модели меньше. На рис. 3 представлено изменение переменных состояния нелинейной модели системы автоматического управления частотой с ПИД регулятором при  $v_s = -0,2$ .

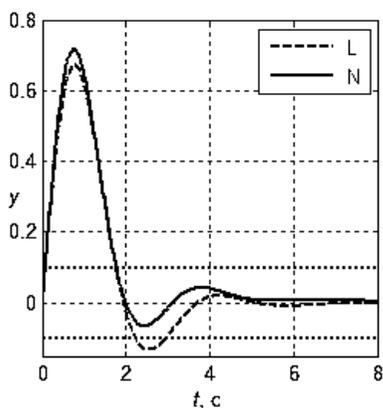


Рис. 2 – Изменение частоты

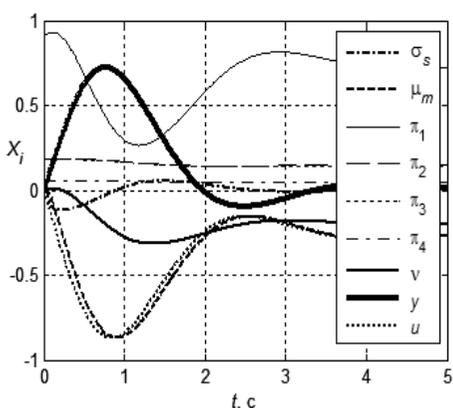


Рис. 3 – Изменение переменных состояния

**Выводы.** Представлена нелинейная модель турбины К-1000-60/1500, вычислены значения ее постоянных параметров. Разработаны нелинейные модели для систем управления паровой турбиной в пространстве состояний с различными регуляторами частоты. Проведено сравнение переходных процессов, построенных по линейной и нелинейной моделях систем.

**Список литературы:** 1. Артюх С. Ф. Основы автоматизированных систем управления энергогенерирующими установками электростанций / С. Ф. Артюх, М. А. Дуэль, И. Г. Шеленов. – Харьков : ООО «Знание LTD», 1998. – 332 с. 2. Федянина К. Б. Оптимизация следящего привода и систем управления паровой турбиной с использованием генетических алгоритмов / К. Б. Федянина, Е. А. Кучер, В. П. Северин // Техническая электродинамика. Тематический выпуск «Силовая электроника и энергоэффективность». – 2009. – Ч. 5. – С. 86–91.

Надійшла до редколегії 08.05.2012