УДК 681.513:62-50

М. В. ТАЩІЛІН, канд. техн. наук, доц., ЛНАУ, Луганськ

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ НЕЛІНІЙНОГО ОБ’ЄКТУ НЕЧІТКОЮ РЕГРЕСІЙНОЮ МОДЕЛЛЮ

Розроблена методика ідентифікації залежності «багатовимірний вхід–вихід» нечіткою регресійною моделлю при нечітко заданих вхідних змінних. Розглянута можливість оптимізації нечіткої регресійної моделі шляхом настроювання її параметрів генетичними алгоритмами за навчальною вибіркою експериментальних даних.

Разработана методика идентификации зависимости «многомерный вход–выход» нечеткой регрессионной моделью при нечетко заданных входных переменных. Рассмотрена возможность оптимизации нечеткой регрессионной модели путем настройки ее параметров генетическими алгоритмами по обучающей выборке экспериментальных данных.

The developed method of authentication of dependence «multidimensional entrance–output» of the fuzzy regressive model at the unexpressly set entrance variables. Considered possibility of optimization of fuzzy regressive model by tuning of its parameters by genetic algorithms after the educational retrieval of experimental data.

Постановка задачі. Моделювання певного процесу або явища зводиться зазвичай до апроксимації аналітичної залежності, що в достатній мірі описує взаємозв’язок «входи–вихід». Такий класичний підхід передбачає найчастіше застосування кількісних співвідношень у вигляді рівнянь різного типу. З розвитком інтелектуальних технологій процес встановлення взаємозв’язку між вхідними та вихідними величинами набув нової форми: застосування нейронних мереж, нечіткої логіки та нейро-нечітких підходів. Комбінація цих технологій сумісно з генетичними алгоритмами та ймовірнісними обчисленнями утворила нову методологію під назвою «Soft Computing», що дозволило уникнути багатьох труднощів використання всіх цих напрямів окремо. Певні недоліки використання м’яких обчислень [1] при моделюванні процесів різної природи змусили шукати нових підходів ідентифікації нелінійних об’єктів.

Математична модель. Розглянемо задачу моделювання нелінійних залежностей типу

$$y = f_y\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) \qquad (1)$$

з n входами $\left(x_i \;, i = \overline{1,n}\right)$ та одним виходом (y). Передбачається, що вихід у може бути:

а) неперервним, тобто $y \in \left[\underline{y}, \overline{y}\right]$,

б) дискретним, тобто $y \in \left\{d_1, d_2, ..., d_m\right\}$,

де $\left[\underline{y}, \overline{y}\right]$ – діапазон; $\left\{d_1, d_2, ..., d_m\right\}$– класи можливих значень вихідної змінної y.

Дискретизація неперервного виходу, якщо значення вихідної змінної розбити на m підінтервалів, може відбуватись наступним чином:

$$\left[\underline{y}, \overline{y}\right] = \underbrace{\left[\underline{y}, y_1\right)}_{d_1} \cup \underbrace{\left[y_1, y_2\right)}_{d_2} \cup ... \cup \underbrace{\left[y_{j-1}, y_j\right)}_{d_j} \cup ... \cup \underbrace{\left[y_{m-1}, \overline{y}\right]}_{d_m}.$$

Тоді для кожного із класів рішень (інтервалів) можна ввести модель [1]

$$y_j^l = \sum_{i=1}^{n} a_i^j z_i^{jl} + \sum_{i_1=1}^{n} \sum_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j z_{i_1}^{jl} z_{i_2}^{jl} + \sum_{i_1=1}^{n} \sum_{i_2 \neq i_1} \sum_{i_2 \neq i_1 \neq i_3} a_{i_1 i_2}^j z_{i_1}^{jl} z_{i_2}^{jl} z_{i_3}^{jl} + \ldots, \qquad (2)$$

за якою визначається ступінь належності вихідної змінної j-му класу рішень (підінтервалу) при певному векторі вхідних змінних l-го експерименту. Числа z_i^{jl} встановлюють якою мірою значення x_{li} змінної x_i в l-му експерименті сприятливо для попадання в j-й клас рішення (підінтервал), $z_i^{jl} \in [0,1]$. Для кожної змінної x_i значення z_i^{jl} визначаються через функції належності $\mu_j(x_i)$ її нечіткій множині значень, сприятливих попаданню вихідної змінної у j-й клас рішення (підінтервал). Зрозуміло, що вихідна змінна буде визначатись функцією належності того ж типу, що і вхідна. Для зручності виконання операцій над нечіткими числами будемо використовувати функції (L–R)-типу. Нечітке число (L–R)-типу при фіксованих L і R функціях однозначно буде визначатися трійкою параметрів $\left(a, \alpha, \beta\right)$ [2]. Тоді вихідна змінна у випадку взаємодій другого порядку [1], які в багатьох випадках достатньою мірою описують синергетичний ефект між деякими змінними, опишеться функцією

$$\mu_j\left(y_j\right) = \begin{cases} L\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j - y_j}{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^j \alpha_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \alpha_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \alpha_{i_1 j}\right)}\right), \\ R\left(\dfrac{y_j - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^j \beta_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \beta_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \beta_{i_1 j}\right)}\right). \end{cases} \qquad (3)$$

Будемо використовувати функції належності типу $\mu^T(x)=\left(1+\left(\frac{x-b}{c}\right)^2\right)^{-1}$, що мають тільки два параметра настроювання: b – координату максимуму функції і c – коефіцієнт розтягування. Тоді співвідношення (3) можна записати у вигляді

$$\mu_j(X^*)=\frac{1}{1+\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i^j b_i^j+\sum_{i_1=1}^{n}\sum_{i_2\neq i_1}a_{i_1i_2}^j b_{i_1}{}^j b_{i_2}{}^j-\left(\sum_{i=1}^{n}a_i^j\, x_i^*+\sum_{i_1=1}^{n}\sum_{i_2\neq i_1}a_{i_1i_2}^j\; x_{i_1}{}^*\, x_{i_2}{}^*\right)}{\sum_{i=1}^{n}a_i^j c_{ij}+\sum_{i_1=1}^{n}\sum_{i_2\neq i_1}a_{i_1i_2}^j\left(b_{i_1}{}^j c_{i_2j}+b_{i_2}{}^j c_{i_1j}\right)}\right)^2}\,. \quad (4)$$

Запропонована методика дозволяє обчислити вихідну змінну у вигляді нечіткої множини $\tilde{y}=\left\{\frac{\mu^{d_1}(y)}{d_1},\frac{\mu^{d_2}(y)}{d_2},\ldots,\frac{\mu^{d_m}(y)}{d_m}\right\}$.

У разі неперервного виходу необхідно провести дефазифікацію за одним із відомих методів.

Для розрахунку значень функцій належності вихідної змінної класам $\{d_1,d_2,\ldots,d_m\}$ можливих її значень за співвідношенням (4) необхідно мати значення параметрів функцій належності $B_j=\left(b_1^j,b_2^j,\ldots,b_n^j\right)$ та $C_j=\left(c_1^j,c_2^j,\ldots,c_n^j\right)$ та параметрів $A_j=\left(a_1^j\quad a_2^j\quad\ldots\quad a_n^j\quad a_{12}^j\quad a_{13}^j\quad\ldots\quad a_{i_1i_2}^j\quad\ldots\quad a_{n-1n}^j\right)$ нечіткої регресійної моделі (2).

Таким чином, задача настроювання моделі (2) складається у підборі для кожного із класів можливих значень (підінтервалів) вихідної змінної y таких векторів (A,B,C), що задовольняють обмеженням

$$a_i^j\in[0,1],\; b_i^j\in\left[\underline{b_i^j},\overline{b_i^j}\right],\; c_i^j\in\left[\underline{c_i^j},\overline{c_i^j}\right],\; i=\overline{1,n},\;\; j=\overline{1,m}$$

і забезпечують мінімум

$$\sum_{l=1}^{M}\left[F\left(X^l,A,B,C\right)-y^l\right]^2=\min_{A,B,C} \quad (5)$$

для об'єкту $y=F(X,A,B,C)$ з неперервним виходом та умову

$$\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{j=1}^{m}\left[\mu^{d_j}\left(X^l,A,B,C\right)-\mu^{d_j}\left(X^l\right)\right]^2\right]=\min_{A,B,C}, \quad (6)$$

де $\mu^{d_j}\left(X^l\right)=\begin{cases}1, & d_j=d^l\\ 0, & d_j\neq d^l\end{cases}$, $j=\overline{1,m}$,

для об'єкту $\left(\mu^{d_j}(X,A,B,C),\, j=\overline{1,m}\right)$ з дискретним виходом.

Таку параметричну ідентифікацію можна здійснити за навчальною вибіркою генетичними алгоритмами, де хромосомою буде виступати вектор, що складається із компонентів векторів A_j та (B_j,C_j), $j=\overline{1,m}$.

Для об'єктів з неперервним виходом навчальна вибірка визначається у вигляді M пар експериментальних даних «входи–вихід»:

$$\left(X^l,y^l\right),\; X^l=\left(x_1^l,x_2^l,\ldots,x_n^l\right),\; l=\overline{1,M}\,.$$

Для об'єктів з дискретним виходом навчальна вибірка визначається як L пар даних:

$$\left(X^l,d^l\right),\; X^l=\left(x_1^l,x_2^l,\ldots,x_n^l\right),\; d^l\in\{d_1,d_2,\ldots,d_m\},\; l=\overline{1,L}$$

За можливістю, для зменшення розмірності задачі оптимізації, вектори (B_j,C_j) параметрів функцій належностей доцільно знаходити одним із відомих методів побудови функцій належності: при наявності певної групи експертів – методом статичної обробки експертної інформації.

Генетичний алгоритм використовує початкову множину варіантів-рішень (батьків), що кодуються як хромосоми $S=(A,B,C)$ і підлягають операціям схрещування і мутації. Операція схрещування формує нові варіанти–рішення, а мутація забезпечує відновлення генів, що були вилучені з популяції в ході операції відбору, і які тепер можуть бути досліджені в новому контексті, та можливістю утворення генів, які не були представлені в початковій популяції.

Ініціалізація популяції відбувається випадковим чином через операції:

$$a_i^{j\,0}=RANDOM([0,1]),$$

$$b_i^0=RANDOM\left(\left[\underline{x_i},\overline{x_i}\right]\right),$$

$$c_i^0=RANDOM\left(\left[\underline{c_i},\overline{c_i}\right]\right),$$

де $\left[\underline{c_i},\overline{c_i}\right]$ та $\left[\underline{x_i},\overline{x_i}\right]$ – відповідні межі;

$RANDOM\left(\left[\underline{\xi},\overline{\xi}\right]\right)$ – операція знаходження рівномірно розподіленого на інтервалі $\left[\underline{\xi},\overline{\xi}\right]$ випадкового числа.

Оцінювання хромосоми у популяції виконується за функцією відповідності $FF(S)$ (від англ. fitness function):

$$FF(S) = -\sum_{l=1}^{M} \left[F\left(X^l, A, B, C \right) - y^l \right]^2$$

для об’єкту з неперервним виходом, та

$$FF(S) = -\sum_{l=1}^{L} \left[\sum_{j=1}^{m} \left[\mu^{d_j}\left(X^l, A, B, C \right) - \mu^{d_j}\left(X^l \right) \right]^2 \right]$$

для об’єкту з дискретним виходом.

Вибір батьків для схрещування відбувається в залежності від ймовірності, що розраховується за наступною формулою [3]:

$$p_i = \frac{FF'\left(S_i\right)}{\sum_{j=1}^{K} FF'\left(S_j\right)},$$

де $FF'\left(S_i\right) = FF\left(S_i\right) - \min_{j=1,K}\left| FF\left(S_j\right)\right|$.

Для покоління t популяція індивідуумів позначається через $P(t)$, а набір нащадків, що були отримані із поточної популяції, – через $C(t)$. З введеними позначеннями загальна структура генетичного алгоритму має вигляд [3]:

Процедура: Генетичний алгоритм
початок
t:=0 ;
ініціалізувати $P(t)$;
оцінити $P(t)$;
поки (**не_досягнуто** умови_завершення)
схрещувати $P(t)$ щоб одержати $C(t)$;
оцінити $C(t)$;
Вибрати $P(t+1)$ із $P(t)$ і $C(t)$;
t:=t+1 ;
кінець
кінець.

По закінченню всіх етапів генетичного алгоритму обирається хромосома $S = \left(A, B, C \right)$ з найбільшим значенням функції відповідності. Така хромосома представляє субоптимальний розв’язок оптимізаційної задачі.

Висновки. Запропонований генетичний підхід дозволить знайти невідомі параметри нечіткої регресійної моделі, тобто отримати субоптимальний розв’язок задачі оптимізації, що дасть можливість зменшити до мінімуму розбіжність модельних та експериментальних результатів моделювання.

Список літератури: **1**. *Тащилин М.В.* Нечеткая экспертная система с регрессионным механизмом логического вывода / *М. В. Тащилин, Т. И. Каткова* // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Х. : НТУ "ХПІ". – 2009. – № 4. – С. 69–75. **2**. *Раскин Л. Г.* Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / *Л. Г. Раскин, О. В. Серая*. – Х. : Парус, 2008. – 352 с. **3.** *Ротштейн А. П.* Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1999. – 320 с. **4.** *Штовба С. Д.* Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / *С. Д. Штовба*. – М. : Горячая линияю – Телеком, 2007. – 288с.

Надійшла до редколегії 16.03.2011