

Т. С. ПЕТРУНИНА, студент, НТУ «ХПИ»

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ ХАОТИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

При анализе хаотических временных рядов возникает проблема выявления и анализа их структурных свойств. Для решения задачи численного анализа структурных свойств исследуемых временных рядов применен метод Херста и метод сингулярного структурного анализа.

При аналізі хаотичних часових рядів виникає проблема виявлення структурних властивостей випадкового процесу. Для вирішення задачі аналізу властивостей хаотичних часових рядів застосований метод Херста та метод сингулярного структурного аналізу.

In the process of chaotic time series analysis, there arises a problem of detecting and analysis of their structural properties. Hurst exponent method and singular structural analysis method are used to solve the problem of analysis of structural of investigated properties chaotic time series.

Введение. Решение основных задач анализа временных рядов, а именно, их идентификации и прогнозирования, требует предварительного анализа структуры временного ряда с целью выбора его подходящей математической модели. Несмотря на наличие большого числа типовых моделей временных рядов, таких как «тренд + шум», модели авторегрессии – скользящего среднего и других, выбор адекватной модели остается достаточно сложной и плохо формализуемой задачей. Поэтому на первом этапе анализа целесообразно установить характер временного ряда, а именно, является ли он стохастическим или хаотическим, определиться с моделью тренда, и, в первую очередь, выявить наличие колебательных составляющих, проанализировать свойства ряда остатков. Подобная методика может быть использована и для обнаружения моментов изменения свойств временного ряда, например, изменения структуры модели.

Постановка задачи. Целью настоящей работы является анализ свойств временных рядов на основе использования показателя Херста и анализ структурных свойств временных рядов с использованием метода сингулярного спектрального анализа. В качестве объекта исследования использованы модельные и реальные временные ряды данных энергопотребления.

Анализ структуры временного ряда методом Херста. Показатель Херста часто используется для разделения стохастических и хаотических временных рядов [1]. Вычисления показателя Херста позволяет также оценить среднюю длину цикла временного ряда, под которой понимается интервал времени, по истечении которого исчезает влияние начальных условий.

Показатель Херста H характеризует отношение силы тренда (детерминированный фактор) к уровню шума (случайный фактор). При проведении анализа используют следующие условия, позволяющие оценить характер временного ряда [2].

Значение $H = 0.5$ соответствует полностью случайному временному ряду, аналогичному случайным смещениям частицы при классическом броуновском движении.

Случай $H \in (0.5, 1]$ соответствует процессу с долгосрочными эффектами, характеризующийся существенной зависимостью от начальных условий. Такой ряд называется персистентным.

При $H \in [0, 0.5)$ процесс обладает короткой памятью (краткосрочные эффекты) и представляет собой процесс детерминированного хаоса. Такой временной ряд называется антиперсистентным.

Пример 1. Вычисление показателя Херста для временного ряда, который описывается авторегрессионным уравнением вида

$$X_k = a \cdot X_{k-1} + (1-a) \cdot \xi_{k-1}, \quad (1)$$

где a – параметр авторегрессионного уравнения ($0 \leq a \leq 1$),

$X_0 = 0.1$ – начальное значение авторегрессионного уравнения,

$N = 100$ – количество значений временного ряда,

$k \in [0; N-1]$ – номер значения временного ряда,

$\xi \succ N(0, \sigma^2)$ – вектор N независимых случайных чисел, каждое из

которых имеет нормальное распределение, где σ^2 – дисперсия.

Уравнение (1) приведено к стандартизированному виду.

Проведение нескольких серий испытаний для выявления зависимости показателя Херста от изменения параметра авторегрессионного уравнения a . Построение семейства графиков, которые отражают изменение параметра $a = 0.2$, $a = 0.5$ и $a = 0.7$ при постоянном значении дисперсии $\sigma^2 = 10$. Результаты расчетов по вычислению показателя Херста представлены на рис.1

Приведенный авторегрессионный временной ряд является стохастическим. С увеличением параметра a ($0 \leq a \leq 1$) степень хаотичности временного ряда уменьшается.

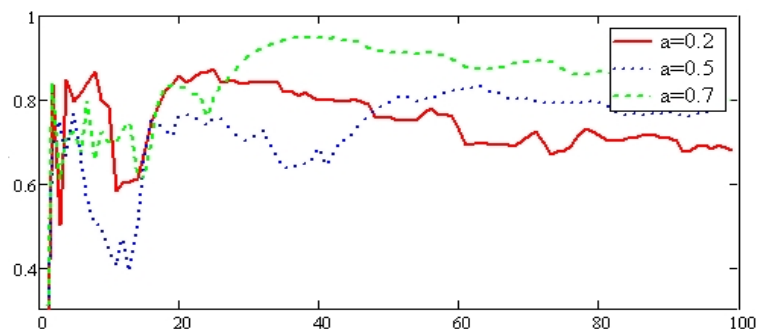


Рисунок 1 – Показатель Херста для временного ряда, который описывается авторегрессионными уравнениями, со значениями параметра $a = 0.2$, $a = 0.5$ и $a = 0.7$ и дисперсией $\sigma^2 = 10$

Пример 2. Вычисление показателя Херста для временного ряда энергопотребления. Для исследования взята выборка энергопотребления одного из районов г. Харькова за период с 01.01.1997 по 30.09.1999 и с 21.07.2000 по 31.12.2000. Ряд значений посуточного потребления электроэнергии приведен на рис. 2.

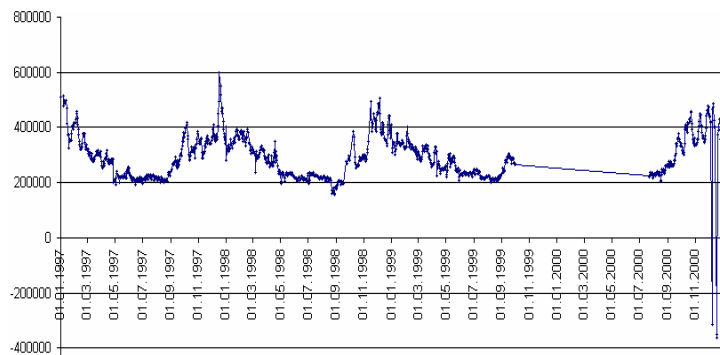


Рисунок 2 – Временной ряд энергопотребления

Графическое представление изменения показателя Херста для временного ряда энергопотребления представлено на рис. 3.

Исследование временного ряда энергопотребления методом Херста показало, что во временном ряде присутствует хаотичность, особенно выраженная в конце рассматриваемого периода.

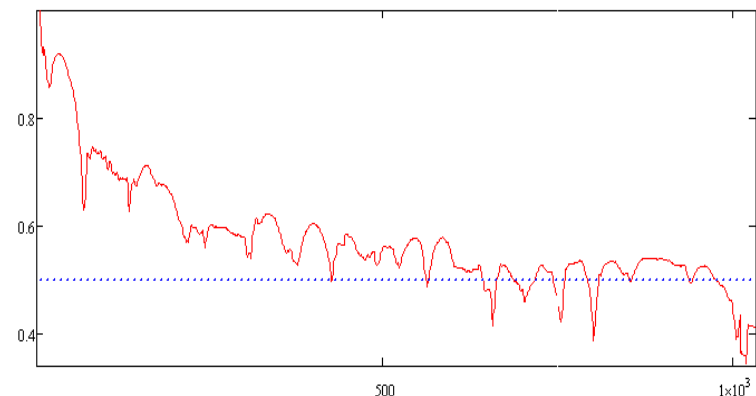


Рисунок 3 – Показатель Херста для временного ряда энергопотребления

Анализ структуры временного ряда методом сингулярного структурного анализа (методом «Гусеница»). Метод сингулярного структурного (спектрального) анализа позволяет выделить колебательные составляющие в структуре временного ряда даже в том случае, когда они не являются периодическими. В основе этого метода лежит трансформация ряда специальным образом в построенную «траекторную» матрицу и ее сингулярное разложение. При этом осуществляется выделение структурных компонент временного ряда и оценка их значимости, далее осуществляется их группировка, приводящая к разложению исходного ряда на аддитивные компоненты, такие как тренд, колебания (периодики) и шум [3]. Последним этапом является построение сглаженной модели исследуемого временного ряда (восстановление) путем сложения выделенных значимых компонент.

Пример 3. Исходный временной ряд энергопотребления (Time Series) и восстановленный временной ряд (Reconstructed series) приведены на рис. 4

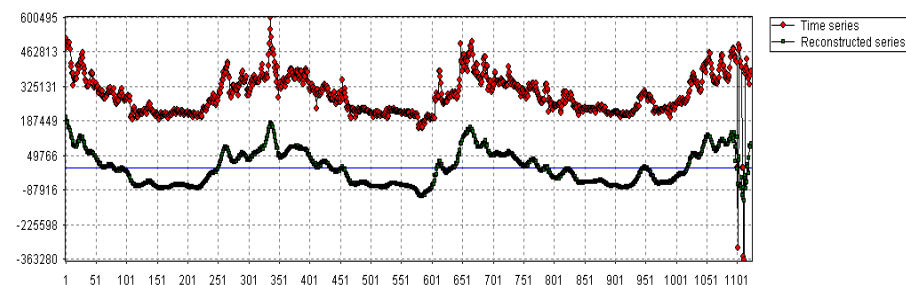


Рисунок 4 – Исходный временной ряд энергопотребления и восстановленный методом «Гусеница» временной ряд энергопотребления

На рис. 4 видно, что выполнено сглаживание исходного временного ряда, имеющего ярко выраженный колебательный, но неперiodический характер. На рис. 5 представлен ряд остатков после извлечения основной структурной компоненты.

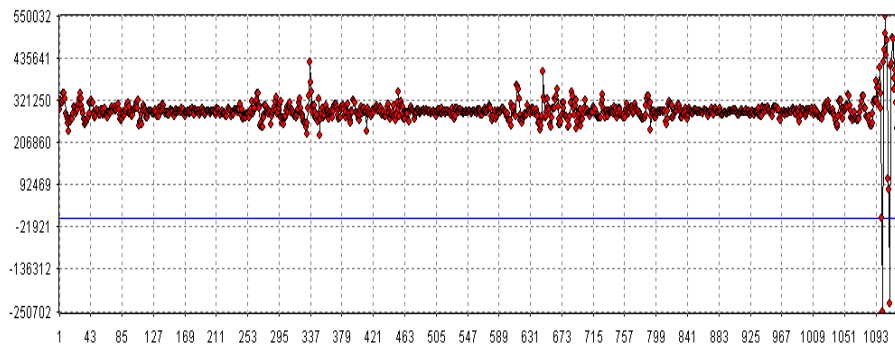


Рисунок 5 – Ряд остатков после извлечения структурной компоненты

Таким образом, в исходном временном ряде был выделен колебательный тренд, путем извлечения шума, не влияющего на характер временного ряда в будущем.

Выводы. Применение методов структурного анализа временных рядов позволяет обоснованно подойти к выбору модели временного ряда и выделить его основные структурные составляющие.

Вычисление значения показателя Херста для временного ряда позволяет определить является он хаотическим ($0 \leq H < 0.5$) или стохастическим ($0.5 \leq H \leq 1$).

Результатом применения метода «Гусеница» является разложение временного ряда на простые компоненты: медленные тренды, сезонные и другие периодические или колебательные составляющие, а также шумовые компоненты.

Список литературы: 1. Калуш Ю. А. Показатель Херста и его скрытые свойства / Ю. А. Калуш, В. М. Логинов // Сибирский журнал индустриальной математики – 2002. Том V, № 4 (12). – С. 29–37. 2. Короленко П. В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования. / П. В. Короленко, М. С. Маганова, А. В. Меснякин // Уч. пос. – М. : Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, 2004. – С. 28–30. 3. Н. Э. Голяндина. «Метод «Гусеница» - SSA: анализ временных рядов» / Уч. пос. – СПб. : Изд-во СПбГУ, 2004. – 76 с.

Надійшла до редколегії 16.06.2011