

В. П. СЕВЕРИН, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
Н. Ю. СЕВЕРИНА, ассистент НТУ «ХПИ»;
О. В. КОСОВСКАЯ, студент НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПАРОВОЙ ТУРБИНОЙ АЭС И СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ МЕТОДАМИ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Побудовані математичні моделі систем автоматичного керування частотою обертання ротора парової турбіни енергоблоку АЕС з різними типами регуляторів. Представлені результати параметричного синтезу регуляторів, що отримані методами векторної оптимізації.

Построены математические модели систем автоматического управления частотой вращения ротора паровой турбины энергоблока АЭС с различными типами регуляторов. Представлены результаты параметрического синтеза регуляторов методами векторной оптимизации.

The mathematical models of automatic control systems for rotation frequency rotor of steam turbine of atomic power plant with different types of controllers are built. The results of parametric synthesis of controllers by vector optimization methods are presented.

Введение. Паровая турбина К-1000-60/1500 Харьковского ОАО «Турбоатом», которая эксплуатируется на энергоблоках АЭС, представляет одну из самых мощных отечественных паровых турбин с номинальным значением мощности 1000 МВт [1–3]. Для систем автоматического управления (САУ) паровыми турбинами АЭС актуальны задачи математического моделирования и синтеза параметров регуляторов [1, 2]. Важнейшая задача управления паровой турбиной заключается в стабилизации частоты вращения ротора, что обеспечивается САУ частотой (САУЧ). К САУЧ предъявляются многие требования по обеспечению технологической реализуемости, устойчивости, показателей качества, которые могут быть выполнены методами оптимизации векторных критериев качества [4–7].

Цель статьи состоит в представлении математических моделей САУЧ паровой турбины К-1000-1500/60 с различными типами регуляторов и результатов синтеза регуляторов методами векторной оптимизации.

Математическое моделирование системы управления турбиной. Структурная схема САУЧ представлена на рис. 1 и включает сумматор, регулятор частоты (РЧ), электрогидравлический следящий привод (ЭГСП), паровой тракт (ПТ), ротор турбины (РТ) и отрицательную обратную связь (ООС). На вход САУЧ подается задающее воздействие φ_0 для частоты вращения ротора φ . Сумматор с помощью ООС формирует ошибку

$$e = \varphi_0 - \varphi. \quad (1)$$

На основании этой ошибки РЧ по заданному закону управления формирует управляющее воздействие u , которое подается в ЭГСП.

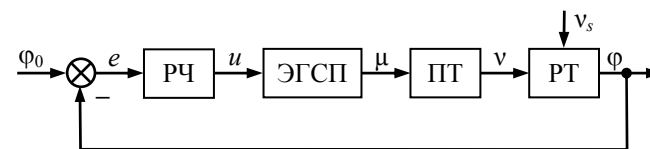


Рис. 1 – Структурная схема системы управления частотой

Электрогидравлический следящий привод усиливает управляющий сигнал по мощности и преобразует его в перемещение сервомотора μ . Математическая модель следящего привода в пространстве состояний имеет вид системы дифференциальных уравнений (СДУ) [5]:

$$\frac{dX_D}{dt} = A_D X_D + B_D u, \quad \mu = C_D X_D, \quad (2)$$

где X_D — вектор состояния следящего привода; A_D , B_D и C_D — матрицы со значениями постоянных параметров привода. Сервомотор перемещает клапан подачи пара высокого давления в паровую турбину. Математическая модель парового тракта турбины представлена в виде СДУ:

$$\frac{dX_t}{dt} = A_t X_t + B_t \mu, \quad v = C_t X_t, \quad (3)$$

где X_t — вектор состояния парового тракта, включающий переменные давления пара в четырех паровых емкостях турбины; A_t , B_t и C_t — матрицы со значениями постоянных параметров парового тракта. В модели (3) выходной переменной является механическая мощность турбины v .

Дифференциальное уравнение движения ротора турбины принято в виде

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} = v - v_s,$$

где T_a — постоянная времени механической инерции, v_s — возмущающее воздействие нагрузки по мощности (см. рис. 1). Обозначая $b_a = 1/T_a$, перепишем это уравнение в форме Коши

$$\frac{d\varphi}{dt} = b_a (v - v_s). \quad (4)$$

Все переменные состояния моделей (2)–(4), а также их входные и выходные переменные соответствуют относительным значениям отклонений

реальных переменных состояния системы от их номинальных значений. Так номинальному значению частоты вращения ротора 25 Гц соответствует значение $\varphi = 0$, сбросу нагрузки в номинальном режиме мощности 1000 МВт до режима холостого хода отвечает установившееся значение $v(\infty) = -1$. Для исследования режима сброса нагрузки турбины в номинальном режиме положим $\varphi_0 = 0$ и $v_s = -1(t)$. Объединяя СДУ следящего привода (2) и парового тракта (3) с уравнением ротора (4) и исключая промежуточные переменные состояния, получим математическую модель паровой турбины как объекта управления при сбросе нагрузки:

$$\frac{dX_T}{dt} = A_T X_T + B_{Tu} u + B_{Tv} v_s, \quad \varphi = C_T X_T, \quad (5)$$

где

$$X_T = \begin{pmatrix} X_D \\ X_I \\ \varphi \end{pmatrix}, \quad A_T = \begin{pmatrix} A_D & 0 & 0 \\ B_i C_D & A_i & 0 \\ 0 & b_a C_i & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{Tu} = \begin{pmatrix} B_D \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_{Tv} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -b_a \end{pmatrix},$$

$$C_T = (0 \quad 0 \quad 1).$$

На основании выражения ошибки (1), уравнений пропорционального (П), интегрального (И) и дифференциального (Д) регуляторов, а также их различных комбинаций, модели турбины (5) построены математические модели САУЧ в пространстве состояний вида:

$$\frac{dX}{dt} = AX + Bv_s, \quad y = 100CX, \quad (6)$$

где $y = 100\varphi$ — отклонение частоты от номинального значения в процентах.

Управляющее воздействие ПИ регулятора описывается уравнениями:

$$u_p = K_p e, \quad \frac{du_I}{dt} = \lambda_I e, \quad u = u_p + u_I,$$

где K_p — коэффициент пропорциональной составляющей; $\lambda_I = 1/T_I$, T_I — постоянная времени интегратора. Объединяя эти уравнения с уравнением (1) и СДУ (5), получим модель САУЧ с ПИ регулятором частоты вида (6), где

$$X = \begin{pmatrix} X_T \\ u_I \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A_T - B_{Tu} K_p C_T & B_{Tu} \\ -\lambda_I C_T & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_{Tv} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = (C_T \quad 0).$$

Порядок модели $n = 20$, вектор переменных параметров $x = (K_p, \lambda_I)$.

Уравнения ПИД регулятора имеют вид [5]:

$$u_p = K_p e, \quad \frac{du_I}{dt} = \lambda_I e, \quad \frac{dv_D}{dt} = -\lambda_D (v_D + K_D e), \quad u_D = v_D + K_D e, \quad u = u_p + u_I + u_D,$$

где $\lambda_D = 1/T_D$, T_D и $K_D = 10$ — постоянная времени и коэффициент передаточной функции реального дифференцирующего звена

$$W_D(s) = \frac{K_D T_D s}{T_D s + 1}.$$

Объединяя эти уравнения с уравнением (1) и СДУ (5), построим модель САУЧ с ПИД регулятором частоты вида (6), где

$$X = \begin{pmatrix} X_T \\ u_I \\ v_D \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A_T - B_{Tu}(K_p + K_D)C_T & B_{Tu} & B_{Tu} \\ -\lambda_I C_T & 0 & 0 \\ \lambda_D K_D C_T & 0 & -\lambda_D \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_{Tv} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$C = (C_T \quad 0 \quad 0).$$

Порядок модели $n = 21$, вектор переменных $x = (K_p, \lambda_I, \lambda_D)$.

Постановка задачи синтеза параметров регуляторов. Синтез параметров САУЧ сводится к решению задачи оптимизации показателей качества при условиях технологической реализуемости и устойчивости САУ. Из переменных параметров РЧ K_p , λ_I и λ_D сформируем вектор $x \in R^p$. Наложим на значения переменных параметров технологические ограничения:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad a_i = 0, \quad b_i = 100, \quad i = \overline{1, p} \quad (7)$$

и в случае нарушения этих ограничений сформируем штрафную функцию

$$S(x) = \sum_{i=1}^p [\max\{0, a_i - x_i\} + \max\{0, x_i - b_i\}]. \quad (8)$$

Для матрицы A модели (6) определим характеристический многочлен

$$\alpha(x, s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i(x) s^{n-i}. \quad (9)$$

В случае нарушения необходимых условий устойчивости

$$\alpha_i(x) > 0, \quad i = \overline{0, n} \quad (10)$$

сформируем штрафную функцию

$$P(x) = \sum_{i=0}^n \max\{0, -\alpha_i(x)\}. \quad (11)$$

При выполнении (10) по коэффициентам многочлена (9) вычислим элементы первого столбца таблицы Рауса $\rho_k(x)$, $k = \overline{2, n-1}$. Допустимая область D реализуемых устойчивых САУЧ определяется условиями (7) и (10) совместно с достаточными условиями устойчивости критерия Рауса:

$$\rho_k(x) > 0, \quad k = \overline{2, n-1}. \quad (12)$$

В области D для оценки качества САУЧ применим прямые показатели качества (ППК): перерегулирование $\sigma(x)$, размах колебаний $\zeta(x)$, время регулирования $t_c(x)$ и его относительное значение $\tau(x) = t_c(x)/T_f$, где T_f — время наблюдения переходного процесса [4, 5]. Задачу максимального быстродействия САУЧ поставим как задачу условной оптимизации

$$\min \tau(x), \quad x \in D, \quad \sigma(x) \leq \sigma_m, \quad \zeta(x) \leq \zeta_m, \quad (13)$$

где σ_m и ζ_m — заданные предельно допустимые значения ППК. По техническим требованиям к САУЧ максимальное отклонение частоты от номинального значения не должно превышать 4 % при быстром затухании колебаний, поэтому положим $\sigma_m = 4$ и $\zeta_m = 1$. По условиям задачи (12), (13) и штрафным функциям (8), (11) сформируем векторную целевую функцию [6]

$$F(x) = \begin{cases} (0; S(x)), & x \in H_0, \\ (1; P(x)), & x \in H_1, \\ (k; -\rho_k(x)), & x \in H_k, k = \overline{2, n-1}, \\ (n; \sigma(x) - \sigma_m), & x \in H_n, \\ (n+1; \zeta(x) - \zeta_m), & x \in H_{n+1}, \\ (n+2; \tau(x)), & x \in H_{n+2}, \end{cases} \quad (14)$$

где H_k — области уровней ограничений, $k = \overline{0, n+2}$. По определению эта функция учитывает ограничения переменных параметров, необходимые и достаточные условия устойчивости САУЧ и требования к ее ППК. Первая проекция $F_1(x)$ векторной функции отображает количество выполненных ограничений задачи оптимизации и называется функцией уровня. Вторая проекция $F_2(x)$ векторной функции представляет штраф первого нарушенного ограничения и называется функцией штрафа. Функцию уровня $F_1(x)$ необходимо максимизировать, а функцию штрафа $F_2(x)$ — минимизировать, причем приоритет имеет максимизация функции $F_1(x)$. Для векторной оптимизации параметров РЧ целевую функцию (14) будем

оптимизировать векторным методом адаптации шага при числе переменных $p = 1$ или векторным методом Нелдера-Мида при $p > 1$ [5–7].

Результаты синтеза параметров регуляторов. При вычислении ППК САУЧ заданы время интегрирования $T_f = 20$ с, число шагов интегрирования $L = 500$, значение параметра зоны установившегося значения $\delta_z = 0,1$ [5, 6]. Проведена оптимизация целевой функции (14) для САУЧ как систем стабилизации частоты с пропорциональным (П), интегральным (И), дифференциальным (Д) регуляторами и различными их комбинациями: ПИ, ПД, ИД и ПИД. САУЧ с И, Д и ИД РЧ не удовлетворяют техническим требованиям, так как для них отклонение частоты превышает 12 %. Результаты оптимизации параметров остальных регуляторов представлены в табл. 1, где для РЧ П (P), ПИ (PI), ПД (PD) и ПИД (PID) даны оптимальные значения параметров K_p^* , λ_I^* , λ_D^* , а также соответствующие им значения проекций целевой функции (14) F_1^* и F_2^* , максимального отклонения σ^* , размаха колебаний ζ^* и времени регулирования t_c^* .

Таблица 1 – Результаты оптимизации параметров регуляторов частоты

РЧ	K_p^*	λ_I^*, c^{-1}	λ_D^*, c^{-1}	F_1^*	F_2^*	σ^*	ζ^*	t_c^*, c
P	100	—	—	20	1,981	3,63	2,98	3,56
PI	100	26,5	—	22	0,260	3,51	1,00	5,19
PD	100	—	1,10	21	1,675	3,48	2,68	3,16
PID	100	31,5	1,10	23	0,175	3,36	0,76	3,50

Во всех экспериментах оптимальное значение коэффициента K_p^* достигло значения верхнего ограничения $b_1 = 100$, оптимальные значения λ_I^* и λ_D^* находятся внутри допустимой области изменения параметров. Значения F_1^* показывают, что в оптимальных точках для П и ПД регуляторов не выполнено ограничение на показатель колебательности, а для ПИ и ПИД регуляторов удовлетворены все ограничения. Максимальное отклонение частоты составило 3,63 % для САУЧ с П регулятором, а минимальное — 3,36 % для САУЧ с ПИД регулятором. Анализ данных табл. 1 показывает, что прямые показатели качества САУЧ с ПД регулятором лучше, чем ППК САУЧ с П регулятором, а ПИД регулятор предпочтительнее ПИ регулятора.

Переходные процессы отклонения частоты в процентах y , которые соответствуют данным табл. 1, представлены на рис. 2. Для САУЧ с П и ПД регуляторами $y(\infty) = 1$, а для САУЧ с ПИ и ПИД регуляторами $y(\infty) = 0$.

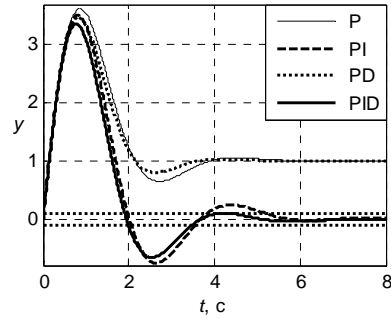


Рис. 2 – Процессы отклонения частоты

На основании проведенного анализа ППК и переходных процессов отклонения частоты можно сделать вывод, что при сбросе нагрузки наилучшим типом регулятора частоты является ПИД регулятор с оптимальными значениями параметров из табл. 1, обеспечивающий самый быстрый переходный процесс с наименьшим максимальным отклонением частоты и с плавным восстановлением ее номинального значения.

На рис. 3–6 на графиках проекций векторной функции (14) отображены лучшие точки процессов оптимизации переменных параметров ПИ и ПИД РЧ, полученные векторным методом Нелдера-Мида с начальным шагом $\delta = 1$, начальная точка отмечена кругом, а конечная — ромбом. Процесс оптимизации параметров ПИ регулятора, с переменными параметрами $x_1 = K_p$ и $x_2 = \lambda_I$ показан на рис. 3 и 4. В начальной точке $x^{(0)} = (70; 10)$ функция уровня $F_1(x^{(0)}) = 20$, и из 22 ограничений задачи оптимизации не выполняется предпоследнее ограничение максимального отклонения (см. рис. 3). При этом $F_2(x^{(0)}) = 0,347$ отображает штраф $\Delta\sigma(x) = \sigma(x) - \sigma_m$ нарушенного ограничения (см. рис. 4). В начальной точке максимальное отклонение $\sigma(x^{(0)}) = 4,347$, показатель колебательности $\zeta(x^{(0)}) = 0,887$, время регулирования $t_c(x^{(0)}) = 14,52$ с. Начался процесс оптимизации в области $F_1(x) = 20$ минимизацией $F_2(x) = \Delta\sigma(x)$. Затем этот процесс перешел в соответствующую выполнению всех ограничений область с $F_1(x) = 22$, в которой проведена минимизация относительного значения времени регулирования $F_2(x) = \tau(x)$. На конечном этапе траектория поиска приблизилась к границе допустимой области по ограничению показателя колебательности с $F_1(x) = 21$, и была найдена оптимальная точка с наименьшим значением времени регулирования, соответствующая строке с PI РЧ в табл. 1. По сравнению с начальной точкой в конечной точке помимо

уменьшения максимального отклонения частоты на 20 % время регулирования уменьшилось почти в 3 раза.

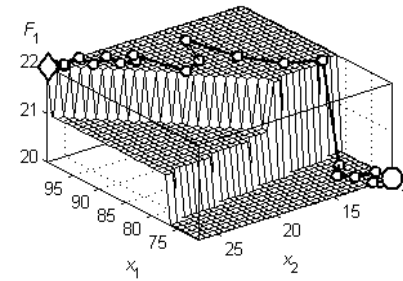


Рис. 3 – Функция уровня от параметров ПИ регулятора

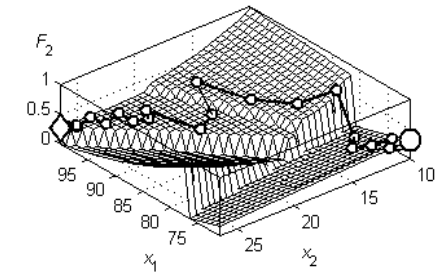


Рис. 4 – Функция штрафа от параметров ПИ регулятора

На основании рис. 3 и 4 проведем анализ изменения ППК в окрестности оптимальной точки $x^* = (x_1^*, x_2^*) = (K_p^*, \lambda_I^*)$ с использованием функции (14). Оптимальное значение $x_1^* = K_p^* = 100$ соответствует верхнему граничному значению, при уменьшении x_1 и фиксированному значению $x_2 = x_2^*$ увеличивается штраф $\Delta\zeta(x) = \zeta(x) - \zeta_m$ нарушенного ограничения для размаха колебаний $\zeta(x)$. При $x_1 = x_1^*$ и уменьшении x_2 от значения $x_2 = x_2^*$ увеличивается функция времени регулирования $\tau(x)$, а при увеличении x_2 увеличивается $\Delta\zeta(x)$.

Процесс оптимизации параметров ПИД регулятора, соответствующий строке PID РЧ в табл. 1, с переменными параметрами $x_1 = K_p$, $x_2 = \lambda_I$ и фиксированным значением $\lambda_D = 1,10$ с⁻¹ из табл. 1, показан на рис. 5 и 6.

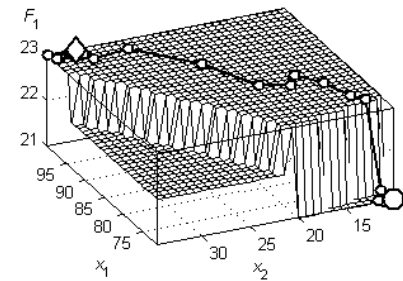


Рис. 5 – Функция уровня от параметров ПИД регулятора

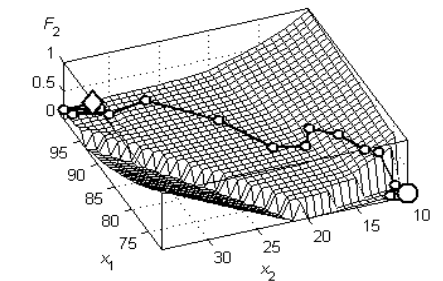


Рис. 6 – Функция штрафа от параметров ПИД регулятора

Этот процесс начался из той же начальной точки $x^{(0)} = (70; 10)$ с $F(x^{(0)}) = (21; 0,111)$, $\sigma(x^{(0)}) = 4,111$, $\zeta(x^{(0)}) = 0,394$, $t_c(x^{(0)}) = 14,41$ с и проходил аналогично процессу оптимизации параметров ПИ регулятора. В окрестности оптимальной точки при уменьшении оптимального граничного значения $K_p^* = 100$ время регулирования немного увеличивается, как и при изменении λ_I . По сравнению с начальной точкой в конечной точке максимальное отклонение частоты уменьшено на 18 %, а время регулирования снижено более чем в 4 раза.

Сравнение рис. 3 и 4 с рис. 5 и 6 показывает существенное расширение области выполнения всех ограничений с максимальным значением $F_1(x)$ для ПИД регулятора по сравнению с ПИ регулятором. Приведенные на рис. 3–6 графики подтверждают, что для ПИ и ПИД РЧ найдены оптимальные точки, в которых векторная целевая функция (14) принимает оптимальные значения.

Выводы. На основании дифференциальных уравнений следящего привода, парового тракта и уравнения движения ротора турбины построена математическая модель паровой турбины К-1000-60/1500 в пространстве состояний как объекта автоматического управления частотой при сбросе нагрузки. Представлены математические модели систем автоматического управления частотой в пространстве состояний с различными типами регуляторов частоты, предназначенные для решения задач оптимизации параметров регуляторов. Поставлена и решена задача оптимизации прямых показателей качества для систем автоматического управления частотой. Результаты оптимизации векторной целевой функции для систем управления турбины К-1000-60/1500 показали, что самым эффективным типом регулятора частоты в режиме сброса нагрузки турбины является ПИД регулятор с оптимальными значениями параметров, обеспечивающий наиболее быстрый переходный процесс с наименьшим отклонением частоты.

Список литературы: 1. *Артюх С. Ф.* Основы автоматизированных систем управления энергогенерирующими установками электростанций / *С. Ф. Артюх, М. А. Дуэль, И. Г. Шелепов.* – Харьков : ООО «Знание LTD», 1998. – 332 с. 2. *Фрагин М. С.* Регулирование и маслоснабжение паровых турбин: настоящее и ближайшие перспективы. / *М. С. Фрагин.* – СПб.: Энерготех, 2005. – 248 с. 3. *Бабаев И. Н.* Расчет электрогидравлического следящего привода систем регулирования турбин малой мощности НПО «Турбоатом» / *И. Н. Бабаев, П. М. Гладкий* // Теплоэнергетика. – 1997. – № 3. – С. 36–40. 4. *Бесекерский В. А.* Теория систем автоматического управления / *В. А. Бесекерский, Е. П. Попов.* – СПб. : Профессия, 2004. – 752 с. 5. *Северин В. П.* Моделі та методи оптимізації показників якості систем автоматичного керування енергоблоку атомної електростанції : Автореф. дис... д-ра техн. наук : 05.13.07 / *В. П. Северин.* – Харків : НТУ «ХПІ», 2007. – 35 с. 6. *Северин В. П.* Параметрический синтез систем управления методами векторной оптимизации / *В. П. Северин* // Техническая электродинамика. Тематический выпуск «Силовая электроника и энергоэффективность». – 2008. Ч. 4. – С. 47–52. 7. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование / *Д. Химмельблау.* – М. : Мир, 1975. – 536 с.