

Є. П. ГОМОЗОВ, канд. фіз.-мат. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
І. О. СОРОКОУМОВ, магістр НТУ «ХПИ»;
О. В. ЯНОВСЬКИЙ, аспірант НТУ «ХПИ»

МОДЕЛЮВАННЯ ОЦІНКИ ВАРТОСТІ АКЦІЙ

Розглянуто задачу визначення вартості акцій на базі аналізу часових рядів. Визначено найкращий вид моделі ряду. Обрана модель використана для формування оптимального портфелю.

Рассмотрена задача определения стоимости акций на базе анализа временных рядов. Определен наилучший вид модели ряда. Выбранная модель использована для формирования оптимального портфеля.

Based on time-series analysis problem of determining the quotes of stocks considered. The best format of the series model is determined. The optimal portfolio is constructed on the base of the selected model.

Вступ. Як відомо, основу більшості фінансових ринків складають акції [1]. Саме на них побудована найбільша піраміда з деривативів, а тому задача прогнозування майбутнього курсу акцій є зараз дуже значущою.

Зараз існують дві основні гіпотези щодо функціонування різноманітних ринків активів – класична ЕМН (*Efficient Market Hypothesis*) та досить нова ФМН (*Fractal Market Hypothesis*); а також три різні підходи щодо прогнозування різних параметрів фінансових інструментів на базі цих гіпотез: фундаментальний аналіз, технічний аналіз та математичне моделювання.

Серед досить поширених методів такого математичного моделювання можна назвати: класичний та фрактальний аналіз часових рядів [3, 4], загальний фрактальний аналіз [5], методи диференціальних рівнянь у частинних похідних, штучні нейронні мережі [6], багатофакторний регресійний аналіз, генетичний алгоритм і т.д. Але мабуть єдиним з вищезгаданих методів, який дає в результаті прийнятну для трейдерів математичну модель, не потребує інших даних окрім часового ряду курсів та може поєднати в собі елементи технічного аналізу – це класичний та фрактальний аналіз часових рядів. Тому ми і будемо використовувати їх для подальших досліджень.

Постановка задачі. На базі класичного та фрактального аналізу часових рядів отримати модель для оцінки і прогнозування курсу акцій IBM, KO, DIS, PASS, CSCO на основі 1400 спостережень. Перевірити придатність отриманої моделі для використання у портфельній теорії.

Модель часового ряду. Всі вихідні дані щодо курсу акцій IBM, KO, DIS, PASS, CSCO належать терміну з 01.01.04 по 31.12.09. Виходячи з того, що часовий ряд – це набір спостережень за однакою проміжки часу, на етапі обробки інформації була проведена сплайн-інтерполяція вхідних даних для заміщення відсутніх членів часових рядів курсу вищезгаданих акцій.

Для моделювання прогнозного курсу акцій та їх доходностей у рамках гіпотези ЕМН можливо використовувати моделі та методи класичного аналізу часових рядів. Тестування рядів доходностей, тобто перших різниць ряду курсів, було проведено за допомогою критерію Дікі-Фуллера. Тестування показало, що всі часові ряди доходностей є DS-рядами, тому у всіх моделях матимемо AR(1)-різницю з метою усунення короткострокових шумів.

Таким чином, хоча ряди курсів акцій виявилися нестационарними, проте ряди доходностей вже є стаціонарними. Тому, у рамках гіпотези ЕМН, здається досить прийнятною спроба використання з метою подальшого прогнозування курсів акцій моделей ARIMA [7]. Ця модель дозволяє моделювати поведінку ряду залишків та отримувати остаточний ряд залишків близьким до білого шуму. ARIMA – це гомогенна нестационарна система, яка приводиться до стаціонарної за рахунок послідовного «дискретного диференціювання» спостережень. Параметр цього диференціювання d є натуральним числом.

Сім'я розподілів ARCH, як добре відомо, є єдиною альтернативою сім'ї фрактальних розподілів щодо аналізу фондового ринку, бо досить добре відповідає емпіриці. Але моделі типу ARCH та їх модифікації не використовувались у подальшому аналізі, тому що ці моделі, на відміну від фрактальних, є локальними, вимірюють тільки умовну дисперсію та працюють тільки для визначених спочатку інвестиційних горизонтів.

Для моделювання прогнозного курсу акцій та їх доходностей у рамках гіпотези ФМН (яка є глобальною, вимірює безумовну дисперсію та має справу з усіма інвестиційними горизонтами) здається прийнятним використання процесів типу Парето-Леві, які мають фрактальні властивості; використовуючи, згідно з Мандельбротом, логарифмічне представлення їх характеристичних функцій:

$$\ln[\varphi(t)] = \begin{cases} i\delta t - |ct|^\alpha (1 - i\beta(t/|t|)tn(\pi\alpha/2)), \alpha \neq 1 \\ i\delta t - |ct|(1 + i\beta(2/\pi)\ln|t|), \alpha = 1 \end{cases} \quad (1)$$

R/S-аналіз є сталим по відношенню до хаотичного шуму, тому він є прийнятним для вивчення хаотичних систем. Як показали наші дослідження на базі R/S-аналізу та аналізу Фур'є, для акцій IBM та CSCO значення параметру α приблизно дорівнює 2, що відповідає стандартному гаусовому випадку з кінцевою дисперсією $\sigma^2 = 2c^2$, тобто, кажучи мовою трейдерів, з обмеженою волатильністю. Тому у даному випадку можливо використання моделі ARIMA.

Для акцій PASS значення параметру α суттєво менше 2, але більше, ніж 1, що відповідає випадку «фрактального шуму» з невизначеною або нескінченною дисперсією та кінцевим математичним сподіванням. Тобто, з

точки зору трейдерів, про ці акції можна сказати, що для подальшого прогнозування їх курсів має сенс поняття історичної середньої дохідності, але не має сенсу поняття історичної волатильності. Таким чином, ми маємо справу з суто фрактальним розподілом.

Акції KO, DIS займають досить невизначене становище, маючи значення параметру α близьке до 1. Тому неможливо сказати, чи має сенс поняття історичної середньої дохідності (у випадку, коли $1 < \alpha < 2$), чи не має сенсу це поняття (у випадку, коли $\alpha \leq 1$). У вищевказаних випадках історичну середню дохідність та історичну волатильність не має сенсу розглядати для прогнозування курсів акцій у рамках класичних підходів трейдерів тому, що ці вибіркові середні нестійкі і не будуть збігатися ні до якої границі при збільшенні об'єму вибірки. Але, у будь-якому випадку, ми маємо справу з суто фрактальним розподілом.

Процес ARFIMA є загальним процесом, який включає в себе процеси короткострокової пам'яті AR або MA зверху процесу Херста (довгострокової пам'яті). Процес FIGARCH (*Fractionally Integrated GARCH*) задає умовну варіацію та допускає наявність довгострокової пам'яті в рядах волатильності. Тому його використання є прийнятним для фрактальних процесів.

Далі ряди моделювались за допомогою моделей ARIMA и ARFIMA-FIGARCH. На основі отриманих результатів визначалась найкраща модель.

Невипадкова складова. Якщо будувати тренд на основі стандартних методів аналізу часових рядів, то доведеться брати модель тренда у вигляді гладкої функції. Але цей підхід є відразу хибним через свою відірваність від реалій конкретної задачі. Бо, використовуючи термінологію технічного аналізу, можна визначити тренди трьох видів: «медвежий», «бичачий» та «боковий». Вигляд всіх цих трендів як правило описується лінійною залежністю. Але головною їх рисою є те, що вони час від часу змінюються один на одного, утворюючи тим самим точки зламу тренду. Тому для цілей нашого дослідження найприйнятнішим виходом є побудова трендів на основі кусково-лінійної функції із використанням наступної апроксимації функції Хевісайда:

$$H(x) = \frac{1}{1 + e^{-2 \cdot k \cdot x}} \quad (2)$$

Наприклад, для акцій IBM, була отримана така модель тренду:

$$\begin{aligned} tr_t = & (1 - H(t - 660)) \cdot (-0,0230 \cdot t + 93,5684) + \\ & + (H(t - 660) - H(t - 1275)) \cdot (0,0814 \cdot t + 29,0346) + \\ & + (H(t - 1200) - H(t - 1275)) \cdot (-0,7446 \cdot t + 1026,3) + \\ & + H(t - 1275) \cdot (0,1861 \cdot t - 157,8675). \end{aligned} \quad (3)$$

Альтернативою може бути модель, яка буде змінювати вигляд тренду на підставі інших джерел інформації, ніж просто ряд цін. Такими даними можуть бути фондові індекси, ціни на нафту, золото, рівень інфляції в країні, тощо.

По обраних даних були побудовані класичні та фрактальні моделі часових рядів. Наприклад, для акцій IBM, отримана модель мала вигляд $X_t = ARIMA(3;1;5)$, а для акцій PAAS – $X_t = ARFIMA(3;0,163;5)$.

Перевірка моделі. На основі всіх отриманих моделей були обчислені прогнозні ціни акцій на місячний період. Далі прогнозні курси були порівняні з відомими реальними курсами. В результаті порівняння виявилось досить добру пристайність з результатами попереднього аналізу. При цьому, наприклад, добрі результати для акцій IBM та CSCO були отримані за допомогою моделі ARIMA, а для акцій PAAS за допомогою моделі ARIMA – погані. Але натомість для акцій PAAS за допомогою моделі ARFIMA були отримані добрі результати. Таким чином з'ясувалося, що на одному і тому ж ринку різні (але однакові за типом) активи можуть як мати, так і не мати фрактальну структуру. Тобто, відразу працюють гіпотези і EMH, і FMH.

На базі отриманого прогнозу та за допомогою портфельної теорії як Марковиця, так і деякої фрактальної модифікації моделі Шарпа були побудовані дві динамічних моделі оптимального управління портфелем.

Реальна місячна доходність отриманого нами оптимального портфелю Марковиця склала $r = 4,1\%$, а портфелю Шарпа – $r = 5,13\%$. Для множини можливих портфелів реальні доходності знаходились в інтервалі $[-5,7\%; 6,7\%]$. Через це можна впевнено стверджувати, що обрані нами методи оцінки вартості фінансових активів можуть бути використаними в інвестиційній діяльності.

Висновки. Отриманий нами загальний вид моделі спроможний давати достатньо точні результати. Надалі якість отриманої моделі можливо поліпшити за рахунок передбачення на базі деяких характеристик фрактальних розподілів точок зламу довгострокових тенденцій курсів акцій.

Список літератури: 1. Шарп У., Александер Г., Бейли Дж. Инвестиции. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 1028 с. 2. Федоров А. В. Анализ финансовых рынков и торговля финансовыми активами. – www.forexclub.ua, 2007. – 234 с. 3. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 416 с. 4. Гуляева О. С., Цветков В. П., Цветков И. В. Фрактальный анализ валютных временных рядов. Финансы и кредит. 9 (249), 2007. – С. 30–36. 5. Peters E., Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics. J. Wiley&Sons, – New York, – 1994. – 336 p. 6. Ширяев В. И. Финансовые рынки: Нейронные сети, хаос и нелинейная динамика. – Изд.2, испр. и доп. – 2009. – 232 с. 7. Box G.E.P., Jenkins G. M. Some statistical aspects of adaptive optimization and control. – J. of the Royal Stat. Soc., 1962. – 631 p.