

**В. Б. УСПЕНСКИЙ**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»  
**А. Д. АСИЮТИН**, аспирант НТУ «ХПИ»

### НАСТРОЙКА ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ЗАДАЧЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Наведено результати дослідження початкового налаштування фільтра Калмана в інтегрованій інерційно-спутникової навігаційній системі. Проаналізовано особливості застосування апарату фільтрації в задачі комплексуювання інформації в ІІСНС. Отримано залежності ряду параметрів, що характеризують ефективність функціонування фільтра від початкової установки матриць інтенсивностей вхідних шумів системи й початкових значень матриці коваріації.

Приведены результаты исследования настройки фильтра Калмана на примере интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы. Получены зависимости параметров, характеризующих эффективность функционирования фильтра, от расстройки матриц интенсивностей входных и измерительных шумов системы и начальных значений матрицы ковариации относительно их теоретического значения. Сформированы рекомендации по рациональной настройке фильтра.

Results of research of initial adjustment of Kalman filter in the integrated inertial-satellite navigating system are resulted. Features of application of the device of a filtration in a complexing problem information in IISNS are analyzed. Dependences of some the parameters characterizing efficiency of functioning of the filter from initial value of a covariance matrix of entrance noise of system and initial value of a covariance matrix are received.

**Введение.** В современных интегрированных инерциально-спутниковых навигационных системах (ИИСНС) для комплексирования информации используется аппарат фильтрации, в частности, алгоритмы обобщенного фильтра Калмана [1]. Существенным элементом фильтра Калмана (ФК) являются матрицы интенсивности входных и измерительных шумов, а также начальное значение ковариационной матрицы ошибок, которые непосредственно участвуют в формировании оценок вектора состояния системы по внешним измерениям.

Известно [2], что для линейных систем при заданных характеристиках входного и измерительного шума, полагаемого белым гауссовским с нулевым средним, фильтр Калмана является оптимальным по критерию минимума дисперсии ошибок оценивания. В реальных системах, в частности в ИИСНС, невозможно точно оценить характеристики фактических случайных воздействий. Поэтому на практике в алгоритме фильтра приходится использовать некоторые эвристические оценки интенсивности входных и измерительных шумов, в общем случае отличающиеся от фактических.

**Цель.** Целью данной статьи является анализ влияния неточного знания статистических характеристик шумов на работоспособность и эффективность

использования фильтра Калмана в программно-математическом обеспечении ИИСНС и выработка рекомендаций по заданию указанных параметров.

Применение фильтра Калмана для коррекции вектора состояния в ИИСНС имеет следующие особенности:

- линейная модель динамического процесса получается путем линеаризации исходных нелинейных соотношений и по этой причине является приближенной;
- получаемая линеаризованная модель является нестационарной и существенно зависит от движения, совершаемого объектом;
- шумы не являются гауссовскими белыми и их статистические характеристики известны неточно.

**Математическая модель.** Рассмотрим упрощенную модель ошибок инерциальной навигации в горизонтальной плоскости, возмущенную только случайными составляющими ошибок измерений:

$$\begin{cases} \dot{\Delta v} = -\Delta\alpha \cdot g + \xi_a, \\ \dot{\Delta\alpha} = \frac{\Delta v}{R} + \xi_\omega; \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Delta v$  и  $\Delta\alpha$  - ошибки определения линейной скорости и угла отклонения от вертикали, ненулевые в начальный момент времени;  $\xi_a$ ,  $\xi_\omega$  - шумовая ошибка измерений ускорения и угловой скорости с помощью гироскопа и акселерометра, интенсивность которой задается диагональной матрицей  $Q'(2 \times 2)$ .

В качестве внешнего измерения примем ошибку линейной скорости с аддитивным шумом  $z = \Delta v + \eta$ , интенсивность которого  $R$ . Задача фильтрации в этих условиях состоит в получении наилучшей неслучайной оценки стохастических переменных  $\Delta v$  и  $\Delta\alpha$  с учетом измерения  $z$ .

Воспользуемся дискретной формой описания динамического процесса. Полная линеаризованная модель ошибок инерциальной навигации в общем случае является нестационарной, поэтому соответствующие матрицы системы будем считать зависящими от вектора навигационных параметров  $x$ , для которого определена рекуррентная зависимость  $x_{k+1} = f(x_k, \xi_k, a_k, \Delta t)$ , где  $f$  – вектор-функция, соответствующая алгоритму «идеальной работы» бесплатформенной инерциальной навигационной системы [4]. С учетом сказанного

$$\delta x_{k+1} = \Phi(x_k, \Delta t) \delta x_k + \Gamma(x_k) \xi_k, \quad (2)$$

где  $\Delta t$  – шаг дискретизации,  $\delta x = \text{col}\{\delta\alpha, \delta v\}$  – вектор ошибок,  $\xi_k$  – вектор случайных ошибок измерений инерциальных датчиков с матрицей дисперсий  $\mathbf{Q} = \Delta t \cdot \mathbf{Q}^1$ ,  $\Phi = df/dx$ ,  $\Gamma = df/d\xi$  – матрицы линеаризации.

Далее будем различать *истинные* значения матрицы  $\mathbf{Q}$  и параметра  $\mathbf{R}$ , соответствующие фактическим характеристикам шумов, и их *оценочные* значения  $\mathbf{Q}^*$ ,  $\mathbf{R}^*$ , используемые в алгоритме фильтра Калмана.

Алгоритм фильтра Калмана для динамической модели (2) состоит в процедуре последовательного вычисления по формулам (для удобства аргументы матриц):

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_{k+1}^- &= \Phi \times \delta \mathbf{x}_k^+, \\ \mathbf{P}_{k+1}^- &= \Phi \times \mathbf{P}_k^{+T} \times \Phi^T + \Gamma \times \mathbf{Q}^* \times \Gamma^T, \\ \mathbf{K} &= \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R}^*)^{-1}, \\ \delta \mathbf{x}_{k+1}^+ &= \delta \mathbf{x}_{k+1}^- + \mathbf{K}(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}_{k+1}^-), \\ \mathbf{P}_{k+1}^+ &= (\mathbf{E} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k+1}^-; \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\mathbf{H}$  – матрица измерений;

$\delta \mathbf{x}_{k+1}^-$  – априорное значение вектора состояния, вычисленное на основе линеаризованной динамической модели системы без учета случайных воздействий;

$\mathbf{P}_{k+1}^-$  – априорное значение ковариационной матрицы ошибок оценивания вектора состояния;

$\mathbf{K}$  – коэффициент усиления ФК;

$\delta \mathbf{x}_{k+1}^+$  – апостериорное значение вектора состояния, вычисленное с учетом коррекции от внешних измерений;

$\mathbf{P}_{k+1}^+$  – апостериорное значение матрицы ошибок оценивания.

Известно, что необходимым условием эффективной работы ФК является адекватность используемой в нем модели шумов. При этом должно выполняться в статистическом смысле следующее условие: фактическая ошибка оценивания (отклонение полученного в результате оценивания вектора состояния от его реального значения) с вероятностью 0.95 не должна превосходить удвоенное значение оценки среднеквадратического отклонения, получаемой в ковариационном блоке фильтра, состоящем из второго, третьего и пятого выражений в (3). Если сформулированное условие выполняется, можно говорить о целостности внутренней структуры фильтра и, соответственно, его эффективной работе.

На основании сказанного для оценки целостности фильтра на одной реализации динамического процесса введем характеристику  $K_{2\sigma}$ , суть

которой – доля времени от общей продолжительности работы алгоритма, когда фактические ошибки оценивания вектора состояния не превышают удвоенное среднеквадратическое отклонение (СКО), вычисляемое в ковариационном блоке. Для статистической устойчивости введенной характеристики необходимо, чтобы общая продолжительность работы алгоритма была достаточно большой. Вторым показателем эффективности работы фильтра в составе ПМО является установившееся значение оценочного СКО  $\sigma^*$ , характеризующее предельно возможную точность оценивания. Проведем исследование влияния так называемой настройки фильтра на характеристики  $K_{2\sigma}$  и  $\sigma^*$ , определяющие эффективность работы алгоритма фильтрации.

К настройке фильтра относится выбор *матриц интенсивностей* входных и измерительных шумов, а также начальное задание *матрицы ковариаций*  $\mathbf{P}$ , используемых в алгоритме фильтрации. В идеальном случае диагональные элементы матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  равны дисперсиям фактических шумов, а начальное значение матрицы  $\mathbf{P}$  связывается с интервалами неопределенности задаваемого начального значения вектора состояния.

Статистические характеристики шумов в реальной системе всегда известны с некоторой неопределенностью, при этом можно лишь утверждать, что их реализации гарантированно принадлежат некоторому интервалу. Установим, как влияет на эффективность работы фильтра занижение и завышение значений  $\mathbf{Q}^*$ ,  $\mathbf{R}^*$  и  $\mathbf{P}_0^*$  относительно их фактических значений.

Исследование проведено с помощью моделирования работы ФК для системы (1).

**Моделирование.** В ходе моделирования произведено 100 запусков алгоритма фильтрации продолжительностью по 20000 с каждый. В каждом запуске воспроизводились одни и те же шумы  $\xi_{\omega}$  и  $\xi_a$ , при этом значение матрицы  $\mathbf{Q}^*$  в данном запуске отличалось от значения, использованного в предыдущем запуске, на  $0.02\mathbf{Q}$ . Таким образом во всей серии экспериментов матрица  $\mathbf{Q}^*$  менялась в диапазоне от нулевого до удвоенной величины истинной матрицы  $\mathbf{Q}$ . Работа фильтра в каждом запуске оценивалась двумя параметрами: параметром адекватности  $K_{2\sigma}$  и установившимся значением СКО ошибок на момент окончания процесса фильтрации.

Полученные зависимости указанных параметров для различных переменных вектора состояния системы (1) приведены на рис.1, 2 (моделирование проводилось при точном значении матрицы  $\mathbf{R}$ ).

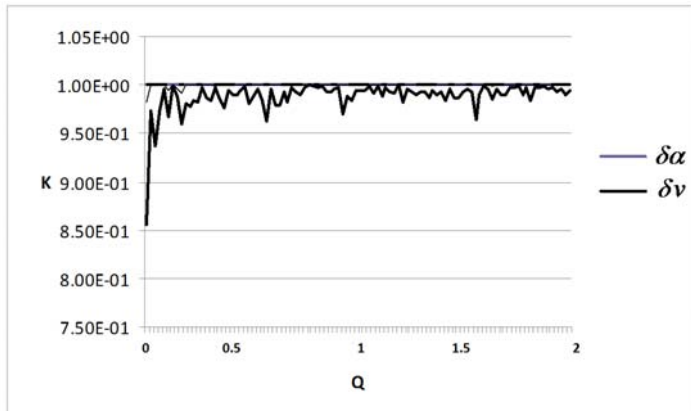


Рис. 1 – Зависимость параметров адекватности от оценочной матрицы  $Q^*$

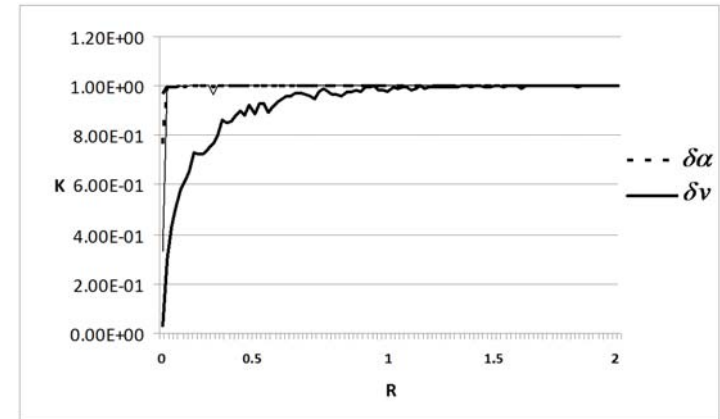


Рис. 3 – Зависимость параметра адекватности от значения матрицы  $R^*$

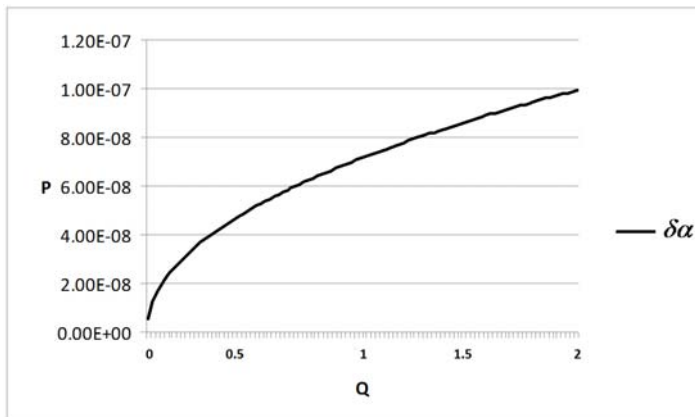


Рис. 2 – Зависимость установившегося СКО  $\delta\alpha$  от значения оценочной матрицы  $Q^*$

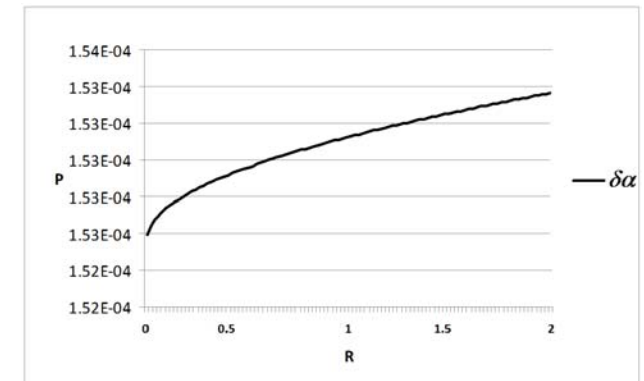


Рис. 4 – Зависимость СКО  $\Delta\alpha$  от значения матрицы  $R^*$

Как видно, установившееся значение СКО при увеличении оценочной матрицы  $Q^*$  возрастает. При этом параметр адекватности при любых, значениях, кроме близких к нулю, остается на уровне 0.95 – 0.97, что является удовлетворительным результатом.

При аналогичном варьировании значения параметра  $R^*$  в диапазоне от нулевого (близкого к нулю) до удвоенного истинного значения были получены результаты, представленные на рис. 3, 4 (моделирование проводилось при точном значении матрицы  $Q$ ).

Таким образом, в условиях, когда точная информация о характеристиках входных и измерительных шумов для системы (1) отсутствует, матрицу интенсивностей входных шумов  $Q^*$  без потери адекватности фильтра целесообразно «занизить» относительно ожидаемого истинного значения, а матрицу  $R^*$  завязать относительно ее истинного значений. При этом, поскольку завышение матрицы  $R^*$  приводит к увеличению СКО остаточной погрешности, оно не должно быть чрезмерным.

Что касается влияния на эффективность работы алгоритма фильтрации матрицы  $P_0^*$ , задаваемой на основании априорного представления об интервале неопределенности начального значения вектора состояния системы, то установлено следующее:

- при большом времени моделирования начальное значение матрицы  $P_0^*$  практически не оказывает влияния на конечную эффективность фильтрации;
- на начальном участке фильтрации занижение матрицы  $P_0^*$  негативно сказывается на целостности фильтра: фактическое значение ошибки превышает оценочное СКО, что приводит к замедлению сходимости оценки и потере оптимального качества фильтрации.

Отмеченные закономерности поведения фильтра в зависимости от его настроек полностью подтверждаются при использовании полной нестационарной линеаризованной модели ошибок инерциальной навигации, включающей ошибки определения угловой ориентации объекта, скорости и координат.

**Выводы.** Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что матрицу интенсивностей входного измерительного шума лучше понизить по отношению к ее истинному неизвестному значению, так как это не ведет к потере адекватности и уменьшает оценочное СКО. Исходя из тех же соображений, матрицу интенсивности шумов внешних измерений лучше завьисить, однако следует делать это умеренно, так как с увеличением матрицы наблюдается рост асимптотической погрешности оценивания. При задании матрицы  $P_0^*$  целесообразно завьисить ее значение относительно теоретически оптимального, но, как правило, неизвестного на практике значения. Высказанные рекомендации могут быть полезны при проектировании программно-математического обеспечения не только интегрированных навигационных систем, но и других информационных систем реального времени с избыточной информацией.

**Список литературы:** 1. X Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб. : ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». – 2003. – 306 с. 2. Красовский А. А. Справочник по теории автоматического управления / А. А. Красовский. – М. : Наука, 1987. – 712 с. 3. Дмитриев С. П. Исследование способов комплексирования данных при построении инерциально-спутниковых систем / С. П. Дмитриев, О. А. Степанов // Сборник статей Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации. – СПб: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». – 2001. – 235 с. 4. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации / П. В. Бромберг // М. : Наука, 1979. – 294 с. 5. Фомичёв А. А. Комплексирование информации в интегрированной навигационной системе при неполном рабочем созвездии спутников / А. А. Фомичёв, В. Б. Успенский // Гирскопия и навигация. – 2007. – № 1. – с. 3–17.

*Надійшла до редколегії 12.11.2010*