

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

*Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні
технології*

№ 3 (977) 2013

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків
НТУ «ХПІ», 2013

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2013. – № 3 (977). – 160 с.

Державне видання
Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України
КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Збірник виходить українською та російською мовами.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Постановою Президії ВАК України від 26 травня 2010 р., № 1 – 05/4 (Бюлетень ВАК України, № 6, 2010 р., с. 3, № 20).

Координаційна рада:

Л. Л. Товажнянський, д-р техн. наук, проф. (**голова**);
К. О. Горбунов, канд. техн. наук, доц. (**секретар**);
А. П. Марченко, д-р техн. наук, проф.; Є. І. Сокол, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;
Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.; А. В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;
Ф. Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.; М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;
А. І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.; В. Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;
В. Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;
В. В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;
П. О. Качанов, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;
С. І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.; В. М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;
В. І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.; Г. В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;
В. С. Лупіков, д-р техн. наук, проф.; О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.;
В. І. Николаєнко, канд. іст. наук, проф.; П. Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.;
В. А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.; М. І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.;
В. Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.; Г. М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;
Ю. В. Тимофієв, д-р техн. наук, проф.; М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Редакційна колегія серії:

Відповідальний редактор: М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.
Заст. відповідального редактора: О. С. Куценко, д-р техн. наук, проф.
Відповідальний секретар: М. І. Безменов, канд. техн. наук, проф.
Члени редакційної колегії: І. П. Гамаюн, д-р техн. наук, проф.;
В. Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.; О. В. Сфімов, д-р техн. наук, проф.;
І. В. Кононенко, д-р техн. наук, проф.; Л. М. Любчик, д-р техн. наук, проф.;
Л. Г. Раскін, д-р техн. наук, проф.; В. П. Северин, д-р техн. наук, проф.;
Н. В. Шаронова, д-р техн. наук, проф.; М. О. Ястребенецький, д-р техн. наук, проф.

З номеру 42'2012 Вісник НТУ «ХПІ» має власну подвійну нумерацію: № 42 (948).

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».
Протокол № 11 від 21 грудня 2012 р.

© Національний технічний університет «ХПІ», 2013

Т. Б. НИКИТИНА, д-р тех. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
А. В. ВОЛОШКО, канд. техн. наук НТЦ МТО НАН Украины, Харьков;
М. О. ТАТАРЧЕНКО, аспирант НТУ «ХПИ»

СИНТЕЗ КОМБИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пропонується метод синтезу комбінованих систем робастного управління, який дозволяє якнайповніше використовувати інформацію, про задаючу та збурюючу дії для підвищення точності управління. Зроблені висновки про еквівалентність класичної задачі комбінованого управління і задачі синтезу робастного управління.

Ключові слова: комбіноване управління, робастне управління, структура робастної комбінованої системи.

Предлагается метод синтеза комбинированных систем робастного управления, позволяющий наиболее полно использовать имеющуюся информацию о задающем и возмущающем воздействии для повышения высокой точности управления. Сделаны выводы об эквивалентности классической задачи комбинированного управления и задачи синтеза робастного управления.

Ключевые слова: комбинированное управление, робастное управление, структура робастной комбинированной системы.

A method is offered of synthesis of the combined systems of robust control, allowing to use most complete present information about the referent and disturbance influence for the rise of high exactness of control. Conclusions are done about the equivalence of classic task of the combined control and task of synthesis of robust control.

Key words: combined control, robust control, structure of the robust combined system.

Введение. Идея построения систем комбинированного управления благодаря усилиям ученых бывшего Советского Союза была чисто русским изобретением [1-4]. Теория инвариантности достаточно бурно развивалась в 30-50 годы прошлого столетия, о чем свидетельствует многочисленные всесоюзные конференции по теории инвариантности [1-2]. Однако в последнее время в ряде отечественных и зарубежных работ появилось направление по созданию систем комбинированного управления на основе синтеза систем робастного управления, в которых используется управление как по разомкнутому, так и по замкнутому контуру – т.е., по сути – комбинированное управление. Такое управление в англоязычной литературе называется «2-degree-of-freedom H_∞ design» – робастное управление удвоенной размерности степени свободы [5-8].

Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами. Синтез систем комбинированного управления, у которых сочетается принцип управления по разомкнутому и замкнутому контуру, схема которой показана на рис. 1, в ряде практических случаев позволяет

получать точность, недостижимую в классических системах только с обратной связью.

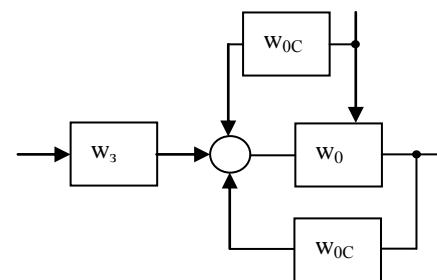


Рис.1 – Схема комбинированной системы управления.

При этом синтез контура обратной связи w_{oc} выполняется для обеспечения устойчивости и заданных показателей качества регулирования. Синтез разомкнутого контура регулирования w_3 по заданию r_3 осуществляется из условия, чтобы передаточная функция от заданного воздействия r до выходной координаты системы y была бы равна желаемой передаточной функции, в частности, для следящих систем, равной единице, т.е.

$$w_{yr} \equiv 1, \quad (1)$$

что соответствует комбинированному управлению по задающему воздействию.

Синтез разомкнутого контура регулирования w_B по возмущению выполняется из условия, чтобы передаточная функция от возмущающего воздействия F до выходной координаты системы y была бы тождественно равна нулю, т.е.

$$w_{yf} \equiv 0. \quad (2)$$

Условия (1) и (2) являются условиями инвариантности ошибки системы относительно задающего воздействия r_u возмущающего воздействия $F(t)$.

Заметим, что условие инвариантности по задающему воздействию (1) может быть записано в форме тождественного равенства нулю передаточной функции w_{er} ошибки $\varepsilon(t)$ отработки системой задающего воздействия $r(t)$ так, что $\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$, а $\varepsilon(t) = w_{er} r(t)$. При этом условие инвариантности (1) принимает вид

$$w_{er} \equiv 0, \quad (3)$$

что эквивалентно выражению (2) условий инвариантности системы по возмущающему воздействию $F(t)$.

Реализация условий инвариантности (1) и (2) приводит к необходимости реализации регуляторов $w_s(p)$ и $w_g(p)$ в виде передаточных функций, обратных передаточной функции объекта управления $w_0(p)$, замкнутого обратной связью $w_{oc}(p)$. Эти условия (1) и (2) не могут быть точно реализованы и обычно выполняются в виде разложения по степеням оператора p в виде

$$w_s(p) = \alpha_0 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots \quad (4)$$

Реализация разомкнутых контуров в виде ряда (3) требует знания не только задающих и возмущающих воздействий, но и их производных, что реально позволяет выполнить условия инвариантности (1) и (2) лишь до определенной степени оператора p и реализовать условия инвариантности приближенно до ε . Однако, даже такое приближенное выполнение условий инвариантности до ε реально позволяет получать системы с астатизмом второго, третьего и т.д. порядков и, по меньшей мере обеспечивать повышенную точность управления в установившихся режимах.

Кроме того, синтез замкнутого w_{oc} и разомкнутых w_s и w_g контуров регулирования может осуществляться раздельно, так как синтез разомкнутых контуров регулирования не влияет на устойчивость системы, замкнутой обратной связью $w_{oc}(p)$.

Однако, проектирование и эксплуатация комбинированных систем управления вскрыла и их определенные недостатки. Во-первых, условия инвариантности (1) и (2) не учитывают наличие помех измерения задающего $r(t)$ и возмущающего $F(t)$ воздействий, имеющих место в реальных системах управления. Фактически, условия инвариантности (1) и (2) представляют условия бесконечно большой полосы пропускания системы и, следовательно, помехи измерения будут беспрепятственно усиливаться такой системой. Одним из подходов решения этой проблемы является предварительная фильтрация сигналов с помощью определенных фильтров, однако этот подход не позволяет решать полностью этот недостаток компенсированных систем.

Другим недостатком синтезированных систем комбинированного управления, следующем из условий выполнения (1) и (2), является игнорирование ограничений, реально присутствующих во всех исполнительных устройствах объектов управления. При синтезе комбинированных систем априори предполагается, что «подвижности» объекта – т.е. его энергетических возможностей достаточно для точной

обработки задающего воздействия $r(t)$ и точной компенсации возмущающего воздействия $F(t)$, что реально не имеет места, либо требует использования заведомо более мощных и быстродействующих исполнительных устройств.

Еще одним существенным недостатком комбинированных систем управления является их высокая чувствительность к изменению параметров и структуры объекта управления, так как условия инвариантности (1) и (2) могут быть выполнены (теоретически точно, а практически приближенно) лишь для одной единственной точки пространства параметров объекта управления, изменяющихся в ходе работы.

Однако это не значит, что в системе управления не нужно использовать информацию о задающем и возмущающем воздействиях, а также о других переменных состоянии. Рассмотрим постановку задачи синтеза комбинированного управления на основе современных методов робастного управления.

Цель статьи. Целью статьи является разработка методики синтеза систем робастного управления, у которых используется информация о задающем и возмущающем воздействиях для повышения точности управления, т.е. методики синтеза комбинированных систем робастного управления.

Метод решения. Смысловая постановка задачи синтеза комбинированного управления в виде условий инвариантности (1) и (2) подразумевает нулевую, а практически малую ошибку $\varepsilon(t)$ отработки системой задающего воздействия $r(t)$ при наличии возмущающего воздействия $F(t)$ так, что

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t).$$

Естественно, что при синтезе комбинированной системы для выработки управляющего сигнала $u(t)$ необходимо учитывать информацию о задающем воздействии $r(t)$ и о возмущающем воздействии $F(t)$, а также о других компонентах вектора состояния системы $x_0(t)$, измеренных с соответствующими помехами $f_i(t)$ так, что $r_u(t) = r(t) + f_r(t)$, $F_u(t) = F(t) + f_F(t)$, $y_{ou}(t) = y_o(t) + f_o(t)$.

Более того, обычно имеется информация о характере изменения задающего и возмущающего воздействий, так что могут быть заданы (естественно, приближенно) модели этих воздействий, например, в виде передаточных функций формирующих фильтров $w_{qr}(p)$ и $w_{qg}(p)$, с помощью которых задающее $r(t)$ и возмущающее $F(t)$ воздействия формируются от генераторов случайных сигналов таким образом, чтобы

характеристики этих задающих $r(t)$ и возмущающих $F(t)$ воздействий были близки к характеристикам реальных задающих и возмущающих воздействий.

Введем вектор состояния расширенной системы $x(t)$, компонентами которого являются векторы состояния исходной системы $x_0(t)$ и формирующих фильтров $x_{fr}(p)$ и $x_{fe}(p)$ задающего и возмущающего воздействий.

Введем вектор внешних воздействий $w(t)$, компонентами которого являются сигнал типа белого шума $w_{биз}(t)$, $w_{бие}(t)$, поступающие на входы формирующих фильтров задающего $r(t)$ и возмущающего $F(t)$ воздействий, также помехи измерения $f_y(t)$ – задающего воздействия $r(t)$, $f_e(t)$ – возмущающего воздействия $F(t)$ и $f_x(t)$ – вектора состояния $x_0(t)$ исходного объекта управления

$$w(t) = \{w_{биз}(t), w_{бие}(t), f_r(t), f_e(t), f_x(t)\}^T.$$

Тогда рассматриваемая система может быть записана в стандартной форме, принятой в теории робастного управления [1-2].

При таком подходе для формирования управления $u(t)$ используется информация о задающем $r(t)$ и возмущающем $F(t)$ воздействиях для получения минимальной H_∞ нормы ошибки $\varepsilon(t)$ отработки системой задающего воздействия $r(t)$ и компенсации возмущающего воздействия $F(t)$. При этом условия инвариантности (1) и (3) фактически формулируются в виде минимизации H_∞ нормы передаточной функции $\|w_{re}\|_\infty$ ошибки $\varepsilon(t)$ отработки системой задающего воздействия $r(t)$ и H_∞ нормы $\|w_{yF}\|_\infty$ передаточной функции компенсации системой $y(t)$ возмущающего воздействия $F(t)$

$$\|w_{\varepsilon r}\|_\infty \rightarrow \min, \|w_{yF}\|_\infty \rightarrow \min.$$

Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления. При синтезе робастного управления эффект комбинированного управления определяется тем, что используются вся имеющаяся информация о задающем и возмущающем воздействиях. Причем, при синтезе робастного управления учитываются помехи измерения этих сигналов, с помощью соответствующих технических устройств. Однако, в отличие от классического комбинированного управления, когда разомкнутые контуры управления по задающему и возмущающему воздействиям

синтезируются отдельно, независимо друг от друга и, как правило, после синтеза контура обратной связи, при робастном управлении синтез контуров разомкнутого и замкнутого управлений выполняется одновременно для минимизации H_∞ нормы вектора цели $z(t)$ робастного управления.

Для рассмотренных систем построены функции Гамильтона и показана эквивалентность структур систем комбинированного управления и систем робастного управления, у которых вектор внешних воздействий используется для восстановления вектора состояния расширенной системы, включающей вектор состояния соответственно объекта управления и вектор состояния внешних воздействий, задающих и возмущающих с помощью робастного наблюдателя. На основании анализа уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана-Айзекса показано, что никакие другие алгоритмы синтеза разомкнутого контура регулирования в структуре системы комбинированного управления не могут привести к повышению точности управления по сравнению с системой робастного управления и, следовательно, не могут сделать систему комбинированного управления «более оптимальной» по сравнению с оптимальной системой робастного управления.

Результаты экспериментальных исследований на стенде двух массовой электромеханической системы подтвердили эффективность такого подхода при синтезе комбинированной системы робастного управления.

Список литературы: 1. Кунцевич В.М. Инвариантность и квазиинвариантность систем управления / В.М. Кунцевич // Праці міжнародної конференції «50 років інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України». Україна, Київ, 24-26 грудня 2007 р. – Київ: інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України. – 2008. – С. 61-74. 2. Кунцевич В.М. Квазиинвариантность, робастність і адаптація в системах управління / В.М. Кунцевич // Труды научного семинара «70 – лет теории инвариантности». Москва, 2 июня 2008 г. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – С. 61 – 90. 3. Кунцевич В.М. От проблем управления одним объектом – к проблемам управления классами объектов / В.М. Кунцевич // Проблемы управления и информатики. – 1994. - № 1-2. – С. 3-15. 4. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с. 5. D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, Konstantinov M.M. Robust Control Design with MATLAB. – Springer, 2005. – 389 p. 6. D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer. An H^∞ approach to two-degree-of-freedom design. In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control, pages 1581-1585, Brighton, UK, December 1991. 7. D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins. On the design of robust two degree of freedom controllers. Automatica, 29:157 – 1993. 8. G. Murad, I. Postlethwaite, D.-W. Gu, R. Samar. On the structure of an H^∞ two-degree-of-freedom internal model-based controller and its application to a glass tube production process. In Proceedings of the Third European Control Conference. – P. 595-600, Rome, September 1995.

Надійшла до редколегії 11.12.2012

В. П. СЕВЕРИН, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
Е. Н. НИКУЛИНА, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;
Т. Е. НИКОЛАЕНКО, студентка НТУ «ХПИ»

МОДИФИКАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ВЕКТОРНЫХ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Запропоновані модифікації генетичних алгоритмів для оптимізації векторних цільових функцій. Приведені модифіковані бінарний та безперервний генетичні алгоритми. В модифікованих генетичних алгоритмах використовуються значення векторних функцій.

Ключові слова: генетичні алгоритми, векторні цільові функції, оптимізація.

Предложены модификации генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций. Приведены модифицированные бинарный и непрерывный генетические алгоритмы. В модифицированных генетических алгоритмах используются значения векторных функций.

Ключевые слова: генетические алгоритмы, векторные целевые функции, оптимизация.

Modification of the genetic algorithms are proposed for optimization of vector objective functions. Modified binary and continuous genetic algorithms are given. Values of the vector functions are used in modified genetic algorithms.

Keywords: genetic algorithms, vector objective functions, optimization.

Введение. Для многокритериального синтеза систем автоматического управления (САУ) путем оптимизации векторных целевых функций модифицируются методы оптимизации [1, 2]. Проекция векторных целевых функций не являются непрерывными функциями. К тому же задачи оптимизации параметров интеллектуальных регуляторов, как правило, являются многоэкстремальными задачами оптимизации. Для повышения надежности предлагаемых методов синтеза оптимизацию векторных целевых функций целесообразно производить генетическими алгоритмами (ГА) [3, 4].

Цель статьи заключается в модификации генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций. Для достижения поставленной цели рассматриваются основные принципы ГА и выполняется их модификация с учетом особенностей задач синтеза САУ.

Основы генетических алгоритмов. Каждую особь популяции представим хромосомой $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p)$, состоящей из бинарных генов:

$\xi_i = (\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{im})$, $i = \overline{1, p}$, $\xi_{ij} \in \{0; 1\}$. Здесь m – количество битов в гене, то есть длина двоичной последовательности гена. Хромосома представляется бинарной строкой длины $M = mp$. Хромосоме ξ , определяющей генотип особи, отвечает вектор переменных параметров $x = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in R^p$,

соответствующий фенотипу особи. Пусть $x_i \in [a_i, b_i] \in R$, $i = \overline{1, p}$, и требуется найти решение с точностью до q знаков после запятой для каждой переменной x_i . Для этого необходимо интервал $[a_i, b_i]$ длины $l_i = b_i - a_i$ разбить на $10^q l_i$ одинаковых подынтервалов с шагом дискретизации $r = 10^{-q}$. Длину двоичной последовательности, требуемой для кодирования десятичного числа x_i из интервала $[a_i, b_i]$ с шагом r , определяет наименьшее натуральное число m , удовлетворяющее системе неравенств $10^q l_i \leq 2^m - 1$, $i = \overline{1, p}$. Решая эту систему неравенств, получим длину гена

$$m = \max_i [\log_2(10^q l_i + 1)] + 1. \quad (1)$$

В таблице представлены значения рассчитанной по формуле (1) длины гена m для различных значений параметра точности q и одинаковых длин интервалов $l = l_i$ переменных параметров.

Зависимость длины гена от параметра точности и длины интервала

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$l = 1$	4	7	10	14	17	20	24	27	30	34	37	40	44	47
$l = 10$	7	10	14	17	20	24	27	30	34	37	40	44	47	50
$l = 100$	10	14	17	20	24	27	30	34	37	40	44	47	50	54

Для получения решения с восьмью знаками после запятой с $q = 8$ необходимо использовать при длине интервала $l = 1$ длину гена $m = 27$, а при $l = 100$ – $m = 34$. Положим в вычислительных экспериментах $m = 32$.

Значению гена ξ_i соответствует десятичное представление числа

$$d_i = \xi_{i1} 2^{m-1} + \xi_{i2} 2^{m-2} + \dots + \xi_{im} 2^0. \quad (2)$$

Значение переменного параметра представляется равенством

$$x_i = a_i + l_i d_i / (2^m - 1). \quad (3)$$

Таким способом задаются фенотипы, соответствующие кодовым последовательностям с длиной m . Выражения (2) и (3) – это следствие линейного отображения интервала $[0, 2^m - 1]$ на интервал $[a_i, b_i]$. Иногда вместо двоично-десятичного кода применяется код Грея.

Популяция особей является массивом хромосом $\Pi = (\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(N)})$, где N – число особей, определяющее размер популяции. Популяция

хромосом отображается по формулам (2) и (3) в популяцию точек $P = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)})$ пространства переменных параметров R^p .

Модификация генетических алгоритмов. В отличие от обычных ГА, использующих в качестве функции приспособленности скалярную целевую функцию, в модифицированных ГА используется массив значений векторной целевой функции $\Phi = (F^{(1)}, F^{(2)}, \dots, F^{(N)})$. Таким образом, каждая особь с номером $j \in \overline{1, N}$ представляется хромосомой $\Pi_j = \xi^{(j)}$, точкой $P_j = x^{(j)}$ пространства параметров и значением векторной целевой функции $\Phi_j = F^{(j)}$.

Генетические алгоритмы являются итерационными, и каждая итерация в них называется эпохой. На k -той эпохе формируется популяция особей, которой соответствуют массивы хромосом $\Pi^{(k)}$, точек $P^{(k)}$ и значений целевой функции $\Phi^{(k)}$. Массив хромосом начальной популяции $\Pi^{(0)}$ формируется случайным образом. Последующие популяции формируются с применением генетических операторов: селекции, кроссовера и мутации.

Для выбора родительских особей применяется комбинация ранговой селекции с принципом рулетки [3, 4]. Ранговая селекция основана на ранжировании особей по значениям целевой функции. При этом списки особей Π , P и Φ сортируются с использованием операций сравнения значений векторных функций [1, 2], то есть упорядочиваются от более приспособленных особей с лучшими значениями целевой функции к менее приспособленным особям с худшими значениями функции. Из более приспособленных особей выбираются N_p хромосом родительских особей Π_p , $N_p < N$. Каждой родительской особи по ее месту j в списке приписывается ранг $r_j = N_p + 1 - j$, $j \in \overline{1, N_p}$. Сумма всех рангов равна сумме арифметической прогрессии $S_r = 0,5(N_p + 1)N_p$. Колесу рулетки сопоставляется интервал $[0; 1]$, а каждой родительской особи – сектор длиной $p_j = r_j/S_r$, соответствующий вероятности попадания особи в сектор. По принципу рулетки из N_p родительских особей выбирается $n_p = [0,5 \cdot (N - N_p)]$ номеров первых N_1 и вторых N_2 родителей для скрещивания. По этим номерам одноточечным кроссовером над массивом родительских особей Π_p формируются массивы хромосом потомков π_1 и π_2 . Формируется промежуточная популяция хромосом как объединение массивов Π_p , π_1 и π_2 , которая подвергается мутации и выполняется переход к новой популяции. Бинарный ГА представим следующим алгоритмом.

Модифицированный бинарный ГА. Входные параметры: a и b – векторы ограничений, N – размер популяции, m – длина гена, r_p – доля родительских пар в популяции, r_m – доля мутации, N_k – предельное число итераций. Выходные параметры: x и F_x – лучшая точка и значение в ней векторной целевой функции. **1.** Положить $k = 1$, $p = \dim(a)$, $l = b - a$, $M = m \cdot p$. **2.** Вычислить $N_p = [r_p \cdot N]$, $n_p = [0,5 \cdot (N - N_p)]$, $n_m = [(N - 1) \cdot r_m \cdot M]$. **3.** Вычислить $\Pi = \text{Round}(\text{Rand}(N, M))$. **4.** Вычислить $P = \text{Decod}(\Pi, a, l, m)$. **5.** Для $j \in \overline{1, N}$ вычислить $\Phi_j = F(P_j)$. **6.** Положить $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$, $\Pi = \Pi(J)$, $P = P(J)$, $\Pi_p = \Pi(1: N_p)$. **7.** Вычислить $(N_1, N_2) = \text{Roulette}(N_p, n_p)$. **8.** Вычислить $(\pi_1, \pi_2) = \text{Crossover}(\Pi_p, N_1, N_2)$. **9.** Положить $\Pi = (\Pi_p, \pi_1, \pi_2)$, $\Pi = \text{Mutate}(\Pi, n_m)$. **10.** Вычислить $P = \text{Decod}(\Pi, a, l, m)$. **11.** Для $j \in \overline{1, N}$ вычислить $\Phi_j = F(P_j)$. **12.** Положить $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$, $\Pi = \Pi(J)$, $P = P(J)$, $\Pi_p = \Pi(1: N_p)$. **13.** Положить $x = P_1$, $F_x = \Phi_1$. **14.** Если $k < N_k$, положить $k = k + 1$ и перейти к п. 7. **15.** Выход.

В этом алгоритме на шагах 1 и 2 инициализируются основные параметры ГА: равное размерности вектора a число переменных параметров p , вектор длин интервалов переменных параметров l , длина хромосомы M , число родительских особей N_p , число пар родителей n_p , количество мутаций n_m , счетчик числа итераций k . На шаге 3 создается начальная популяция хромосом Π путем формирования процедурой Rand матрицы размерности $N \times M$ случайных вещественных чисел из интервала $[0; 1]$ и округления этих чисел до ближайших целых значений 0 или 1 процедурой Round . На шаге 4 популяция хромосом декодируется по формулам (2) и (3) процедурой Decod в множество точек P пространства переменных параметров R^p . На шаге 5 вычисляются значения векторной целевой функции для всех особей популяции. На шаге 6 выполняется сортировка особей по значениям проекций вектора целевой функции Φ в порядке ухудшения значений. Применяется специально разработанная для значений векторной целевой функции процедура пузырьковой сортировки Sort , основанная на операциях сравнения [1, 2]. В результате выполнения этой процедуры получен отсортированный вектор значений функции Φ и соответствующий ему массив исходных индексов проекций J , который используется для сортировки массивов хромосом Π и соответствующих им точек P . Из массива хромосом Π выбирается N_p первых хромосом, составляющие «родительский пул» Π_p . На шаге 7 по принципу рулетки с

ранговой селекцией процедурой *Roulette* из N_p родительских особей выбирается n_p номеров первых N_1 и вторых N_2 родителей для скрещивания. С хромосомами выбранных родителей процедурой *Crossover* выполняется одноточечный кроссовер и формируются массивы хромосом потомков π_1 и π_2 . На шаге 8 из родительских особей и потомков формируется промежуточная популяция хромосом. На шаге 9 выполняется мутация этой популяции процедурой *Mutate*. На шагах 10–12 опять выполняется декодирование хромосом, вычисление значений целевой функции и сортировка популяции. На шаге 13 определяется лучшая точка текущей популяции. На шаге 14 проверяется критерий завершения ГА по достижению счетчиком итераций k предельного количества итераций N_k . Итерацию ГА составляют шаги 7–14. По умолчанию задаются значения входных параметров алгоритма $r_p = 0,5$, $r_m = 0,15$.

Наряду с бинарными ГА применяются непрерывные ГА, в которых исходной является не популяция двоичных хромосом Π , а популяция точек P пространства переменных параметров задачи R^p . В этом случае ГА упрощается, поскольку исчезает необходимость декодирования хромосом. Массив точек начальной популяции $P^{(0)}$ формируется случайным образом. Последующие популяции формируются с применением генетических операторов: ранговой селекции с принципом рулетки, а также непрерывных кроссовера и мутации [4]. Непрерывный ГА представим алгоритмом.

Модифицированный непрерывный ГА. Входные параметры: a и b – векторы нижних и верхних ограничений переменных, N – размер популяции, r_p – доля родительских пар, r_m – доля мутации, N_k – предельное количество итераций. Выходные параметры: x и F_x – лучшая точка и значение в ней векторной целевой функции. **1.** Положить $p = \dim(a)$, $l = b - a$, $N_p = [r_p \cdot N]$, $n_p = [0,5 \cdot (N - N_p)]$, $n_m = [(N - 1) \cdot r_m \cdot p]$, $k = 1$. **2.** Для $j = \overline{1, N}$ вычислить $P_j = a + l \cdot \text{Rand}(1, p)$, $\Phi_j = F(P_j)$. **3.** Положить $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$, $P = P(J)$, $P_p = P(1 : N_p)$. **4.** Вычислить $(N_1, N_2) = \text{Roulette}(N_p, n_p)$, $(p_1, p_2) = \text{CrossoverC}(P_p, N_1, N_2)$. **5.** Положить $P = (P_p, p_1, p_2)$. **6.** Вычислить $P = \text{MutateC}(P, n_m)$. **7.** Для $j = \overline{1, N}$ вычислить $\Phi_j = F(P_j)$. **8.** Положить $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$, $P = P(J)$, $P_p = P(1 : N_p)$. **9.** Положить $x = P_1$, $F_x = \Phi_1$. **10.** Если $k < N_k$, положить $k = k + 1$ и перейти к п. 4. **11.** Выход.

Здесь на шаге 1 инициализируются основные параметры ГА: число переменных параметров p , вектор длин интервалов переменных параметров

l , число родительских особей N_p , число пар родителей n_p , количество мутаций n_m , счетчик числа итераций k . На шаге 2 случайным образом создается начальная популяция точек P с использованием процедуры *Rand* и вычисляется массив значений векторной целевой функции Φ . На шаге 3 выполняется сортировка особей по массиву Φ процедурой *Sort*, и по отсортированному множеству индексов J сортируется массив точек P . Из массива P выбирается N_p первых точек, составляющие «родительский пул» P_p . На шаге 4 процедурой *Roulette* из N_p родительских особей выбирается n_p номеров первых N_1 и вторых N_2 родителей для скрещивания. С координатами точек выбранных родителей процедурой *CrossoverC* выполняется одноточечный кроссовер и формируются массивы точек потомков p_1 и p_2 . На шаге 5 из родительских особей и потомков формируется промежуточная популяция точек. На шаге 6 выполняется непрерывная мутация этой популяции процедурой *MutateC*. На шагах 7–8 вычисляются значения целевой функции, и популяция сортируется. На шаге 9 определяется лучшая точка популяции. На шаге 10 проверяется критерий завершения ГА. Итерационный цикл ГА составляют шаги 4–10. Значения входных параметров алгоритма задаются $r_p = 0,5$, $r_m = 0,2$.

Выводы. Рассмотрены основы построения генетических алгоритмов. Предложены модификации генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций. Приведены модифицированные бинарный и непрерывный генетические алгоритмы. В модифицированных генетических алгоритмах используются значения векторных целевых функций.

Список литературы: 1. *Северин В. П.* Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / В. П. Северин // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса : Астропринт. – 2010. – С. 137–152. 2. *Северин В. П.* Синтез систем автоматического управления энергоблока АЭС с нечеткими регуляторами генетическими алгоритмами / В. П. Северин, С. М. Х. Джафару, В. Ф. Чернай // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 1. – 2010. – С. 147–152. 3. *Панченко Т. В.* Генетические алгоритмы. Учебное пособие / Т. В. Панченко. – Астрахань : Изд. дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с. 4. *Alireza M.* Genetic algorithms / M. Alireza. – Tehran : Naghoos, 2008. – 144 p. 5. *Severin V. P.* Application of Genetic Algorithms to Vector Optimization of the Automatic Control Systems / V. P. Severin // Intelligent Information and Engineering Systems. Information Science and Computing. Information Technologies and Knowledge. – Vol. 3. – 2009. – N. 13. – P. 90–97. 6. *Джафару С. М. Х.* Многокритериальный синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами / С. М. Х. Джафару, В. П. Северин, Е. Н. Никулина // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 2. – 2010. – С. 149–154.

Надійшла до редколегії 10.12.2012

Е. Н. НИКУЛИНА, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;
В. П. СЕВЕРИН, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
А. В. БОНДАРЕНКО, студентка НТУ «ХПИ»

СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИМИ АЛГОРИТМАМИ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОЦЕНОК

Розглянута задача синтезу систем автоматичного керування за покращеними інтегральними квадратичними оцінками якості. Розроблені генетичні алгоритми з використанням методів локальної оптимізації, якими мінімізовані інтегральні оцінки для тестових систем.

Ключові слова: системи автоматичного керування, синтез, генетичні алгоритми.

Рассмотрена задача синтеза систем автоматического управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества. Разработаны генетические алгоритмы с применением методов локальной оптимизации, которыми минимизированы интегральные оценки для тестовых систем.

Ключевые слова: системы автоматического управления, синтез, генетические алгоритмы.

The problem of synthesis of automatic control systems on the base of improved integral square estimates of quality is considered. Genetic algorithms using local optimization methods are developed. Integral estimates for test systems are minimized.

Keywords: automatic control systems, synthesis, genetic algorithms.

Введение. При синтезе систем автоматического управления (САУ) на основе интегральных квадратичных оценок (ИКО) и векторных целевых функций широко используются методы оптимизации [1, 2]. Повысить надежность методов синтеза систем управления позволяет применение генетических алгоритмов (ГА) [3, 4]. Существуют модификации генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций [5, 6].

Цель статьи заключается в представлении результатов синтеза систем автоматического управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества с помощью генетических алгоритмов. Рассмотрена задача синтеза систем управления. На тестовых примерах проведена минимизация интегральных оценок генетическими алгоритмами. Разработаны комбинированные генетические алгоритмы с применением методов локального поиска.

Задача синтеза системы управления. Выделим из множества параметров системы автоматического управления набор таких параметров, которые можно изменять в задаче параметрического синтеза системы и обозначим их вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in R^p$. По условиям технической реализуемости системы на переменные параметры накладываются двусторонние ограничения:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (1)$$

Нарушению этих ограничений сопоставим штрафную функцию

$$P(x) = \sum_{i=1}^p [(a_i - x_i)_+ + (x_i - b_i)_+], \quad (2)$$

где $v_+ = \max\{v, 0\}$ – операция срезки переменной величины v .

Для того чтобы система степени n была устойчива необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства:

$$\alpha_i(x) > 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad \rho_k(x) > 0, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (3)$$

где $\alpha_i(x)$ – коэффициенты характеристического многочлена САУ; $\rho_k(x)$ – элементы первого столбца таблицы Рауса. Построим области:

$$G_1 = \{x \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i = \overline{1, p}\},$$

$$G_2 = \{x \mid \alpha_i(x) > 0, i = \overline{0, n}\}, \quad G_k = \{x \mid \rho_{k-1}(x) > 0\}, \quad k = \overline{3, n},$$

$$D_1 = G_1, \quad D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{2, n},$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad H_n = D_n.$$

Допустимая область задачи синтеза определяется пересечением области ограничений (1) и области с ограничениями (3) $D = D_n$. Степень нарушения первой группы неравенств (3) отобразим штрафной функцией:

$$S(x) = [-\alpha_0(x)]_+ + [-\alpha_1(x)]_+ + \dots + [-\alpha_n(x)]_+. \quad (4)$$

Для перехода в область D по (2) и (4) предложена векторная функция:

$$F_S(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0, \\ (1; S(x)), & x \in H_1, \\ (k; -\rho_k(x)), & x \in H_k, \quad k = \overline{2, n-1}. \end{cases} \quad (5)$$

Векторная штрафная функция (5) определена только в недопустимой области $R^p \setminus D$, то есть для $x \notin D$. В общем случае решение задачи многокритериального синтеза системы управления может быть достигнуто минимизацией улучшенных интегральных квадратичных оценок [1]:

$$I(x) = \int_0^\infty [z(x, t) + \tau_1 z_1'(x, t) + \dots + \tau_l z_l^{(l)}(x, t)]^2 dt, \quad (6)$$

где τ_k – коэффициенты оценки; $z(x,t)$ – отклонение управляемой величины от установившегося значения, $z_t^{(k)}(x,t)$ – производная отклонения по времени порядка k . Разработан пошаговый подход выполнения условий устойчивости с использованием векторной штрафной функции (5) при минимизации улучшенной ИКО (6) с помощью векторной целевой функции:

$$F_I(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; I(x)), & x \in D. \end{cases} \quad (7)$$

Тестовые примеры. Для исследования генетических алгоритмов, разработанных для оптимизации векторных функций вида (7), рассмотрим генератор тестовых моделей САУ [1, 2]. Это позволит исследовать эффективность ГА при различных порядках САУ и различном числе переменных параметров. Зададим вспомогательный многочлен в виде бинома

$$d(s) = (s+1)^n = d_0 s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n, \quad (8)$$

с коэффициентами $d_0 = 1$, $d_{i+1} = d_i(n-i)/(i+1)$, $i = \overline{1, [n/2]}$, $d_k = d_{n-k}$, $k = \overline{[n/2] + 1, n}$. Представим характеристический многочлен тестовых моделей систем автоматического управления порядка n с учетом его зависимости от вектора переменных параметров $x \in R^p$

$$\alpha(x, s) = s^n + \alpha_1(x) s^{n-1} + \alpha_2(x) s^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1}(x) s + 1. \quad (9)$$

Неизменяемые коэффициенты многочлена (9) будем полагать равными соответствующим коэффициентам гурвицевого многочлена (8), а изменять будем несколько его внутренних коэффициентов. При этом будем полагать:

$$\alpha_k(x) = d_k x_i, \quad i = \overline{1, p}, \quad k \in \{1, 2, \dots, n-1\}, \quad p < n. \quad (10)$$

Тестовые передаточные функции представим в виде

$$W(x, s) = 1/\alpha(x, s). \quad (11)$$

При формировании улучшенной ИКО (6) зададим ее весовой многочлен в виде (8) и определим числитель изображения ошибки

$$\beta(x, s) = [\alpha(x, s) - d(s)]/s. \quad (12)$$

Улучшенную ИКО (6) представим в виде функции переменных параметров

$$I(x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{\beta(x, s) \cdot \beta(x, -s)}{\alpha(x, s) \cdot \alpha(x, -s)} ds. \quad (13)$$

Эта ИКО принимает минимальное значение $I^* = 0$, когда многочлен (12) обращается в нуль. Это возможно только при равенстве характеристического и весового многочленов, что с учетом выражений (10) соответствует единичным значениям переменных параметров: $x_i^* = 1$, $i = \overline{1, p}$.

Результаты синтеза. Оптимизируем векторную функцию (7) с ИКО (13) модифицированными ГА до достижения значения ИКО, не превосходящего 10^{-3} . В соответствии с (10) для наглядности отображения процесса оптимизации положим переменными два средних коэффициента многочлена (9): $p = 2$, $\alpha_k = d_k x_1$, $\alpha_{k+1} = d_{k+1} x_2$, где $k = [n/2]$. Чтобы охватить все области уровней векторной функции, зададим границы ограничений для переменных:

$$a_i = -0,2, \quad b_i = 2, \quad i = \overline{1, p}. \quad (14)$$

В генетических алгоритмах положим размер популяции $N = 8p$, длину гена $m = 32$, долю родительских пар в популяции $r_p = 0,5$, долю мутации $r_m = 0,1$, предельное количество итераций $N_k = 1000$.

Таблица 1 – Результаты при двух переменных параметрах

n	Бинарный ГА GAB		Непрерывный ГА GAC	
	N_I	N_F	N_I	N_F
3	11	173	23	379
4	6	105	7	120
5	10	165	24	395
6	12	191	4	78
7	22	339	31	505
8	15	240	16	266
9	19	297	48	783
10	32	489	37	604
11	8	130	56	903
12	11	178	58	941
13	24	363	203	3257
14	103	1557	386	6188
15	204	3068	270	4332
16	397	5964	133	2136
17	79	1198	476	7624
18	174	2623	318	5100
19	131	1968	460	7365
20	129	1951	—	—

В табл. 1 и 2 приведены количество итераций метода N_I и число вычислений функции (7) N_F бинарным ГА GAB и непрерывным ГА GAC. Табл. 1 соответствует $p = 2$ и различным порядкам САУ n . Результаты экспериментов с изменением всех $p = n - 1$ внутренних коэффициентов $\alpha_i(x) = d_i x_i$, $i = \overline{1, n-1}$ многочлена (9) при границах (14) ограничений (1) представлены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты при изменении числа переменных параметров

p	Бинарный ГА GAB		Непрерывный ГА GAC	
	N_I	N_F	N_I	N_F
2	11	173	23	379
3	37	873	62	1493
4	40	1261	64	2066
5	290	11331	80	3239

Одними из наиболее эффективных локальных методов минимизации являются методы Хука-Дживса HJ и Нелдера-Мида NM [1, 2]. С применением этих методов в бинарном GAB и непрерывном GAC генетических алгоритмах получены 4 комбинированных ГА: BHJ , CHJ , BNM , CNM . Зададим предельное количество вычислений векторной целевой функции $N_{Fm} = 16000$ и пусть ГА расходует 75% от этого количества, после чего начнет работать локальный метод оптимизации.

В табл. 3 и 4 приведены значения числа вычислений N_F векторной функции (7) для минимизации ИКО векторными комбинированными ГА. Результаты синтеза САУ в табл. 3 соответствуют двум переменным параметрам и различным порядкам САУ n . Для получения результатов табл. 4 изменялись все $p = n - 1$ внутренних коэффициентов многочлена (9) при ограничениях (1) и (14). Анализ этих результатов показывает большую надежность бинарного ГА с методом Нелдера-Мида.

Минимизация ИКО для тестовой передаточной функции (11) при $n = 10$ и $p = 2$ с лучшими точками поиска бинарным ГА представлена на рис. 1, 2. Начальная точка обозначена кругом, конечная – ромбом. На рис. 1 представлен график функции $F_1(x)$. В результате применения селекции и генетических операторов процесс оптимизации переходит в область устойчивости. На рис. 2 показан вид функции $F_2(x)$ и соответствующая ей

Таблица 3 – Количество вычислений функции при двух переменных параметрах

n	Бинарные ГА		Непрерывные ГА	
	BHJ	BNM	CHJ	CNM
21	1649	912	12066	12062
25	12056	12060	12084	12071
30	12066	12073	12103	12095
35	12084	12083	12104	12102
40	12091	12098	12145	12126
45	12114	12131	12165	12143
50	12100	12151	12168	12153
55	12152	12140	12187	12171
60	12489	12204	12205	12196
65	12183	12192	—	12212
70	12200	12222	12357	12229
75	12244	12242	12413	12331
80	12257	12256	12451	12309
85	—	12280	—	12338
90	—	12274	—	—
95	—	12391	—	12338
100	—	12365	12725	12427
105	—	12348	13387	12558

Таблица 4 – Количество вычислений функции при изменении числа переменных параметров

p	Бинарные ГА		Непрерывные ГА	
	BHJ	BNM	CHJ	CNM
6	12122	12104	12200	12114
7	12296	12159	12247	12135
8	12492	12177	12376	12265
9	12663	12145	12501	12487
10	13130	12078	12929	13057

траектория поиска. Этот график наглядно представляет механизм минимизации ИКО генетическими алгоритмами за счет минимизации функции $F_2(x)$ при большем приоритете максимизации функции $F_1(x)$.

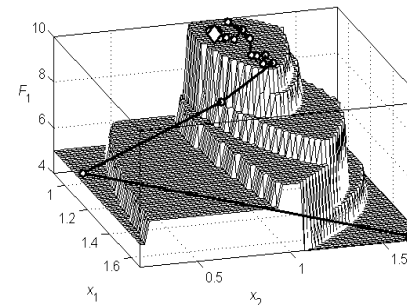


Рис. 1 – Минимизация ИКО на F_1

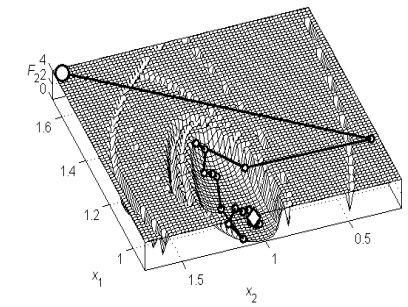


Рис. 2 – Минимизация ИКО на F_2

Приведенные результаты численных экспериментов демонстрируют эффективность предложенных векторных комбинированных ГА при минимизации ИКО систем автоматического управления различного порядка.

Выводы. Рассмотрен синтез систем управления по улучшенным интегральным квадратичным оценкам качества. На тестовых примерах систем различного порядка проведена минимизация интегральных квадратичных оценок генетическими алгоритмами. Для повышения точности генетических алгоритмов разработаны комбинированные алгоритмы с применением методов Хука-Дживса и Нелдера-Мида на завершающем этапе поиска. Анализ результатов вычислительных экспериментов показал большую надежность комбинированного бинарного генетического алгоритма с методом Нелдера-Мида.

Список литературы: 1. *Северин В. П.* Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / *В. П. Северин* // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса : Астропринт. – 2010. – С. 137–152. 2. *Северин В. П.* Синтез систем автоматического управления энергоблока АЭС с нечеткими регуляторами генетическими алгоритмами / *В. П. Северин, С. М. Х. Джафари, В. Ф. Чернай* // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 1. – 2010. – С. 147–152. 3. *Панченко Т. В.* Генетические алгоритмы. Учебное пособие / *Т. В. Панченко*. – Астрахань : Изд. дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с. 4. *Alireza M.* Genetic algorithms / *M. Alireza*. – Tehran : Naghoos, 2008. – 144 p. 5. *Severin V. P.* Application of Genetic Algorithms to Vector Optimization of the Automatic Control Systems / *V. P. Severin* // Intelligent Information and Engineering Systems. Information Science and Computing. Information Technologies and Knowledge. – Vol. 3. – 2009. – N. 13. – P. 90–97. 6. *Джафари С. М. Х.* Многокритериальный синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами / *С. М. Х. Джафари, В. П. Северин, Е. Н. Никулина* // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 2. – 2010. – С. 149–154.

Надійшла до редколегії 05.12.2012

В. П. СЕВЕРИН, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
Е. Н. НИКУЛИНА, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;
К. А. ТАРАСЕНКО, студентка НТУ «ХПИ»

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЯМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИМИ АЛГОРИТМАМИ

Розглянута задача оптимізації прямих показників якості систем автоматичного керування. Розроблені генетичні алгоритми з використанням методів локальної оптимізації, якими виконаний синтез тестових систем за прямими показниками якості.

Ключові слова: системи керування, оптимізація, генетичні алгоритми.

Рассмотрена задача оптимизации прямых показателей качества систем автоматического управления. Разработаны генетические алгоритмы с применением методов локальной оптимизации, которыми выполнен синтез тестовых систем по прямым показателям качества.

Ключевые слова: системы управления, оптимизация, генетические алгоритмы.

The problem of optimization of direct quality indexes of automatic control systems is considered. Genetic algorithms using local optimization methods are developed. Synthesis of test systems is made by direct quality indexes.

Keywords: control systems, optimization, genetic algorithms.

Введение. Синтез систем автоматического управления (САУ) на основе прямых показателей качества (ППК) проводится методами оптимизации векторных целевых функций [1, 2]. Генетические алгоритмы (ГА) позволяют повысить надежность методов синтеза систем управления [3, 4]. При этом модифицируются генетические алгоритмы для оптимизации векторных целевых функций, которые учитывают ограничения задачи синтеза [5, 6].

Цель статьи состоит в представлении результатов оптимизации прямых показателей качества систем автоматического управления с использованием генетических алгоритмов. Рассмотрена задача синтеза систем управления по прямым показателям качества. Разработан генетический алгоритм с добавлением метода локального поиска. На тестовых примерах проведена оптимизация прямых показателей качества генетическим алгоритмом.

Задача синтеза системы управления. На вектор переменных параметров задачи оптимизации системы управления $x = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in R^p$ по условиям технической реализуемости накладываются ограничения:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (1)$$

Обозначая операцию срезки переменной величины v через $v_+ = \max\{v, 0\}$, нарушению ограничений (1) сопоставим штрафную функцию

© В. П. Северин, О. М. Нікуліна, К. А. Тарасенко, 2013

$$P(x) = \sum_{i=1}^p [(a_i - x_i)_+ + (x_i - b_i)_+], \quad (2)$$

Для устойчивости линейной системы автоматического управления порядка n необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства:

$$\alpha_i(x) > 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad \rho_k(x) > 0, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (3)$$

где $\alpha_i(x)$ – коэффициенты характеристического многочлена САУ; $\rho_k(x)$ – элементы первого столбца таблицы Рауса. Введем области:

$$G_1 = \{x \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i = \overline{1, p}\}, \quad (4)$$

$$G_2 = \{x \mid \alpha_i(x) > 0, i = \overline{0, n}\}, \quad G_k = \{x \mid \rho_{k-1}(x) > 0\}, \quad k = \overline{3, n}, \quad (5)$$

$$D_1 = G_1, \quad D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{2, n}, \quad (6)$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad H_n = D_n. \quad (7)$$

Обозначим допустимую область задачи синтеза САУ $D = D_n$.

Нарушение первой группы неравенств (3) отобразим функцией

$$S(x) = [-\alpha_0(x)]_+ + [-\alpha_1(x)]_+ + \dots + [-\alpha_n(x)]_+. \quad (8)$$

По функциям (2) и (8) введена векторная штрафная функция

$$F_s(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0, \\ (1; S(x)), & x \in H_1, \\ (k; -\rho_k(x)), & x \in H_k, \quad k = \overline{2, n-1}. \end{cases} \quad (9)$$

ППК в САУ определим путем численного интегрирования соответствующей системы дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\partial X(x, t) / \partial t = A(x)X(x, t) + B(x)u(t), \quad y(x, t) = C(x)X(x, t), \quad (10)$$

где $X(x, t)$ – вектор состояния с начальным условием $X_0 = 0$; t – переменная времени; $u(t)$ – входное воздействие; $y(x, t)$ – управляемая переменная; $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ – матрицы параметров САУ. Для следящей системы при входном сигнале $u(t) = 1(t)$ матрица выхода $C(x)$ задается таким образом, что $y(x, \infty) = 1$. Построим переходные процессы по модели (10) на отрезке времени $[0, T_f]$ при L шагах интегрирования постоянной длины. По значениям экстремумов переходного процесса вычисляются ППК:

перерегулирование $\sigma(x)$, размах колебаний $\zeta(x)$, показатель затухания колебаний $\lambda(x)$ [1, 2]. Время регулирования $t_c(x)$ и его относительное значение $\tau(x) = t_c(x)/T_f$ определяются по моментам входа отклонения $z(x, t) = y(x, t) - y(x, \infty)$ в заданную зону установившегося значения $[-\delta_z, \delta_z]$.

Задача оптимизации ППК является задачей условной оптимизации:

$$\sigma(x) \leq \sigma_m, \quad \zeta(x) \leq \zeta_m, \quad \lambda(x) \leq \lambda_m, \quad \min \tau(x). \quad (11)$$

Такая постановка не учитывает приоритет критериев [1]. Для учета их приоритета расширим области (4)–(7) областями с учетом неравенств (11):

$$G_{n+1} = \{x \mid \sigma(x) \leq \sigma_m\}, \quad G_{n+2} = \{x \mid \zeta(x) \leq \zeta_m\}, \quad G_{n+3} = \{x \mid \lambda(x) \leq \lambda_m\}, \quad (12)$$

$$D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{n+1, n+3}, \quad (13)$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n+2}, \quad H_{n+3} = D_{n+3}. \quad (14)$$

Для оптимизации ППК с учетом (9) введена векторная целевая функция

$$F(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; \sigma(x) - \sigma_m), & x \in H_n; \\ (n+1; \zeta(x) - \zeta_m), & x \in H_{n+1}; \\ (n+2; \lambda(x) - \lambda_m), & x \in H_{n+2}; \\ (n+3; \tau(x)), & x \in H_{n+3}. \end{cases} \quad (15)$$

Если $\lambda(x)$ не используется, то вместо (12)–(14) введем области:

$$G_{n+1} = \{x \mid \sigma(x) \leq \sigma_m\}, \quad G_{n+2} = \{x \mid \zeta(x) \leq \zeta_m\};$$

$$D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{n+1, n+2};$$

$$H_0 = R \setminus D_1; \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n+1}; \quad H_{n+2} = D_{n+2}.$$

Вместо функции (15) используется векторная целевая функция

$$F(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; \sigma(x) - \sigma_m), & x \in H_n; \\ (n+1; \zeta(x) - \zeta_m), & x \in H_{n+1}; \\ (n+2; \tau(x)), & x \in H_{n+2}. \end{cases} \quad (16)$$

Для оптимизации САУ с монотонными переходными процессами без перерегулирования и колебаний положим в функции (16) $\sigma_m = 0, \zeta_m = 0$.

Оптимизация систем управления. Представим характеристический многочлен семейства тестовых моделей САУ порядка n с учетом его зависимости от вектора переменных параметров $x \in R^p$

$$\alpha(x, s) = s^n + x_1 s^{n-1} + x_2 s^{n-2} + \dots + x_{n-1} s + 1. \quad (17)$$

Тестовые передаточные функции (ПФ) представим в виде

$$W(x, s) = 1/\alpha(x, s). \quad (18)$$

Зададим время наблюдения процессов $T_f = 20$, число шагов интегрирования $L = 200$, параметр зоны установившегося значения $\delta_z = 0,05$.

Проведем эксперименты по оптимизации САУ с ПФ (18) при $n=3, p=2$ векторным комбинированным бинарным ГА с методом Нелдера-Мида.

Зададим границы ограничений (1): $a_i = 1, b_i = 3, i = \overline{1, p}$. Критерий окончания процесса оптимизации – 1000 вычислений значений целевой функции, из которых 75 % использует ГА, а оставшиеся 25 % – метод Нелдера-Мида. Результаты оптимизации функций (15) и (16) представлены в табл. 1: N_e – номер эксперимента; $\sigma_m, \zeta_m, \lambda_m$ – предельные значения ППК; x_1^*, x_2^* – координаты конечной точки поиска; $\sigma^*, \zeta^*, \lambda^*, t_c^*$ – значения ППК в конечной точке. В последней строке табл. 1 показаны маркеры оптимальных точек, которые изображены на рис. 1 в пространстве переменных параметров, где также показана соответствующая диаграмме Вышнеградского линия, разделяющая области монотонных M и колебательных K процессов. Переходные процессы, соответствующие конечным точкам, представлены на рис. 2.

Таблица 1 – Оптимизация ППК

Параметры	Значения параметров		
	$N_e = 1$	$N_e = 2$	$N_e = 3$
σ_m	0,05	0,05	0,05
ζ_m	0,065	0,065	0
λ_m	—	0,3	—
x_1^*	1,504	1,885	1,942
x_2^*	2,126	2,079	2,383
σ^*	0,015	0,050	0
ζ^*	0,065	0,065	0
λ^*	3,334	0,300	0
t_c^*, c	3,377	3,552	4,316
Маркер	∇	□	*

На рис. 3 и 4 представлены графики проекций векторной функции (15) и траектория поиска для $N_e = 2$. Из рис. 3 следует, что область выполнения всех ограничений не является выпуклой. График функции на рис. 4 имеет «хребет» из-за больших значений показателя затухания колебаний.

Траектория поиска, начинаясь из обозначенной кругом точки, заходит за этот «хребет» и достигает точки в виде ромба с минимальным значением времени регулирования. Без применения ГА метод локального поиска мог остановиться за «хребтом», не достигнув оптимальной точки.

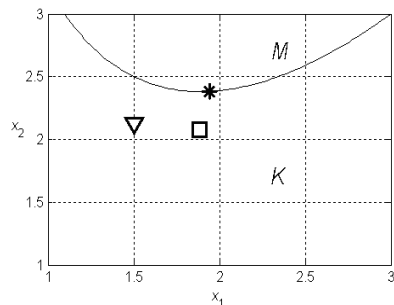


Рис. 1 – Оптимальные точки

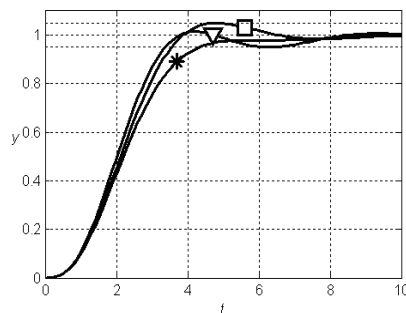


Рис. 2 – Оптимальные процессы

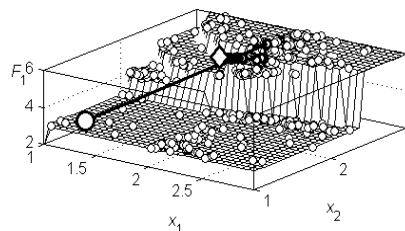


Рис. 3 – Оптимизация ППК на F_1

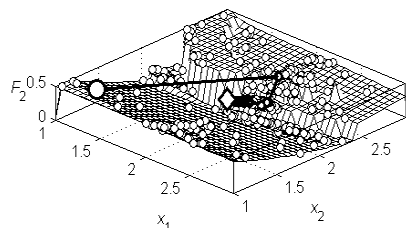


Рис. 4 – Оптимизация ППК на F_2

Применим ГА к оптимизации ППК при изменении порядка САУ n и числа переменных параметров $p = n - 1$. Для получения монотонных переходных процессов с минимальным временем регулирования используем векторную функцию (16) с $\sigma_m = 0$, $\zeta_m = 0$. Зададим параметры ограничений (1) $a_i = 1$, $b_i = d_i$, $i = \overline{1, p}$, где d_i – коэффициенты бинома

$$d(s) = (s+1)^n = d_0 s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n.$$

В табл. 2 приведены числовые показатели оптимизации процессов для ПФ различных порядков n : количество вычислений целевой функции N_F , минимальное значение времени регулирования t_c^* , а также оптимальные значения коэффициентов многочлена (17) x_i^* , $i = \overline{1, p}$. В табл. 2 показаны маркеры соответствующих переходных процессов, изображенных на рис. 5.

Таблица 2 – Оптимизация ППК при изменении $p = n - 1$

n	N_F	t_c^*	x_i^*	Маркер
3	27186	4,342	2,012; 2,391	*
4	20680	5,756	3,061; 4,278; 3,310	▽
5	27062	6,203	3,386; 6,164; 6,406; 3,887	□
6	23549	7,928	5,892; 12,010; 15,113; 11,451; 5,096	+
7	28176	9,453	5,368; 19,937; 27,643; 28,360; 16,804; 6,232	○

Проведенные вычислительные эксперименты по оптимизации прямых показателей качества САУ с тестовыми передаточными функциями различных порядков подтверждают эффективность модифицированного генетического алгоритма с методом Нелдера-Мида.

Выводы. Рассмотрена задача оптимизации прямых показателей качества систем управления генетическим алгоритмом. Проведенные эксперименты показали применимость генетического алгоритма для оптимизации векторных функций с прямыми показателями.

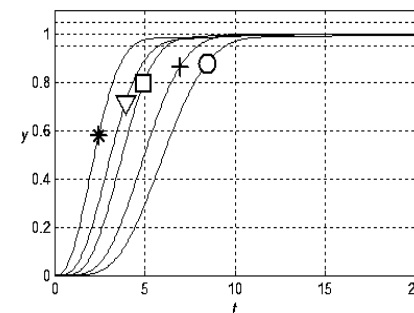


Рис. 5 – Переходные процессы

Список литературы: 1. Северин В. П. Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / В. П. Северин // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса : Астропринт. – 2010. – С. 137–152. 2. Северин В. П. Синтез систем автоматического управления энергоблока АЭС с нечеткими регуляторами генетическими алгоритмами / В. П. Северин, С. М. Х. Джафару, В. Ф. Чернай // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 1. – 2010. – С. 147–152. 3. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы. Учебное пособие / Т. В. Панченко. – Астрахань : Изд. дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с. 4. Alireza M. Genetic algorithms / M. Alireza. – Tehran : Naghoos, 2008. – 144 p. 5. Severin V. P. Application of Genetic Algorithms to Vector Optimization of the Automatic Control Systems / V. P. Severin // Intelligent Information and Engineering Systems. Information Science and Computing. Information Technologies and Knowledge. – Vol. 3. – 2009. – N. 13. – P. 90–97. 6. Джафару С. М. Х. Многокритериальный синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами / С. М. Х. Джафару, В. П. Северин, Е. Н. Никулина // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 2. – 2010. – С. 149–154.

Надійшла до редколегії 10.12.2012

М.Д. ГОДЛЕВСКИЙ, д-р техн. наук, проф., зав. каф. АСУ, НТУ «ХПИ»;
А. А. СТАНКЕВИЧ, ассистент каф. АСУ, НТУ «ХПИ»;
Л. С. ЧЕРНЯВСКАЯ, студентка НТУ «ХПИ»;
Э. Е. РУБИН, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

ФОРМИРОВАНИЕ УЧАСТНИКОВ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СЕТИ ЦЕПОЧЕК ПОСТАВОК ПРИ СТРАТЕГИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ

Пропонується підхід до формування учасників логістичного ланцюга поставок при стратегічному управлінні. За основу методу взято експертний підхід до оцінювання альтернатив. Розроблено математичну модель для прийняття рішення.

Ключові слова: логістика, ланцюг поставок, експертний підхід.

Предлагается подход к формированию участников логистической цепи поставок при стратегическом управлении. В основу метода положен экспертный подход к оценке альтернатив. Разработана математическая модель для принятия решения.

Ключевые слова: логистика, цепочка поставок, экспертный подход.

There have been proposed the approach to the formation of the participants in the logistics supply chain strategic management. In the method is based on the expert approach to the evaluation of alternatives. The mathematical model for decision making.

Keywords: logistics, supply chain, expert approach.

Введение. Задача формирования структуры и системы организационного управления логистической системы является мало изученной и плохо поддающейся формализации. В современной научной литературе на вербальном уровне представлены только отдельные разрозненные подзадачи для ее решения. Впервые в работе [1] рассмотрена целостная технология формирования системы организационного управления логистикой дистрибуции при стратегическом планировании, которая состоит из двух этапов.

1. Конфигурирование логистической сети.

2. Формирование структуры и системы организационного управления.

Второй этап состоит из следующих подэтапов:

1) формирование участников сети цепочек поставок;

2) формирование центров влияния (координации цепи) и анализ связей в цепочках поставок;

3) синтез иерархической организационной структуры управления;

4) формирование локальных задач и задач координации;

5) оптимизация логистической системы на основе межорганизационной и межфункциональной координации;

6) принятие решения по выбору структуры и системы организационного управления логистикой дистрибуции.

Все приведенные подэтапы представлены на вербальном уровне. Данная работа посвящена вопросу формализации первого подэтапа на основе моделей, которые базируются на экспертных оценках специалистов.

Основные этапы методологии коллективного экспертного оценивания (МКЭО) [2]. Первым этапом МКЭО является формирование экспертной группы на основе поставленной проблемы выработки стратегического решения по развитию бизнеса применительно к группе бизнес-процессов или отдельному бизнес-процессу начиная от инсорсинга и заканчивая полным аутсорсингом. Данный этап состоит из двух основных подэтапов:

1) оценивание компетентности потенциальных экспертов;

2) определение количественного и персонального состава экспертной группы.

Вторым этапом МКЭО является генерация экспертной информации. Данный этап состоит из следующих подэтапов:

1) ориентация экспертов по существу проблемы;

2) генерация идей;

3) экспертиза идей, формирование множества вариантов (альтернатив)

$\{S_v, v = \overline{1, N}\}$ для принятия решений.

Третьим этапом МКЭО является экспертиза, в результате которой определяется на основе сгенерированного множества альтернативных вариантов, стратегия рассматриваемого бизнес-процесса или группы бизнес-процессов. Данный этап состоит из следующих подэтапов:

1) формирование матрицы оценок;

2) количественная оценка степени согласованности множества экспертных оценок;

3) определение достаточности степени согласованности мнений экспертов;

4) вычисление агрегированной согласованной экспертной оценки.

Выбор стратегии ведения бизнеса. В работе рассмотрим формализацию третьего этапа МКЭО применительно к задаче формирования участников сети цепочек поставок.

На первом подэтапе впервые для решения задачи выбора одной из альтернатив при стратегическом управлении логистикой дистрибуции используется аналог матрицы SWOT-анализа, которая формируется на основе сбора необходимой внутренней и внешней информации о OEM (Original Equipment Manufacturer), конкретно рассматриваемом бизнес-процессе (совокупности бизнес-процессов) и рынке. При этом ЛПР стремится определить альтернативу, максимально использующую сильные стороны и возможности OEM применительно к рассматриваемому бизнес-процессу, при которой в наибольшей мере устраняются слабые стороны и угрозы его функционирования. В качестве примера рассмотрим некоторый условный

вариант матрицы SWOT-анализа для бизнес-процесса «Оптовые перевозки» дистрибутивной логистической сети цепочек поставок (см. таблицу).

Таблица – Условный пример матрицы SWOT-анализа

1 Сильные стороны	3 Слабые стороны
1. Наличие собственных транспортных средств 2. Доступ к относительно дешёвым горюче-смазочным материалам 3. Наличие квалифицированных водителей	1. Изношенность транспорта 2. Устаревшая база по ремонту транспорта 3. Отсутствие погрузочно-разгрузочного оборудования
2 Возможности	4 Угрозы (риски)
1. Получение доступа к лучшим мировым технологиям 2. Освобождение ресурсов для других целей 3. Разделение рисков 4. Снижение издержек	1. Зависимость 2. Проблемы координации 3. Потери в области компетенции 4. Ущерб имиджу

В соответствии с разделами матрицы (сильные, слабые стороны, возможности и угрозы) введем в рассмотрение следующее множество критериев экспертной оценки стратегий.

1. Векторный критерий

$$\varphi_1(S_v) = \{\varphi_1^r(S_v), r \in \widehat{R}_1\},$$

характеризующий степень использования S_v -й стратегией сильных сторон OEM применительно к рассматриваемому бизнес-процессу.

2. Векторный критерий

$$\varphi_2(S_v) = \{\varphi_2^r(S_v), r \in \widehat{R}_2\},$$

характеризующий открывающиеся возможности перед OEM при использовании S_v -й стратегии применительно к рассматриваемому бизнес-процессу.

3. Векторный критерий

$$\varphi_3(S_v) = \{\varphi_3^r(S_v), r \in \widehat{R}_3\},$$

характеризующий степень устранения S_v -й стратегией, в рамках рассматриваемого бизнес-процесса, слабых сторон OEM.

4. Векторный критерий

$$\varphi_4(S_v) = \{\varphi_4^r(S_v), r \in \widehat{R}_4\},$$

характеризующий степень устранения S_v -й стратегией, в рамках рассматриваемого бизнес-процесса, рисков для OEM.

$\widehat{R}_i, i = \overline{1,4}$ – множество критериев, относящихся к соответствующему разделу матрицы SWOT-анализа.

Так как в этом случае оценки по каждому критерию дают эксперты, то удобно использовать бальные шкалы. Однако для различных критериев может быть целесообразным выбор различных бальных шкал. В одном случае это шкала от 1 до 10, а в другом – от 1 до 100. Поэтому с целью формирования функции полезности, в которой будут учитываться весовые коэффициенты важности критериев необходимо сделать монотонное преобразование критериев и привести их к одинаковой области изменения. В данном случае предлагается использовать следующее преобразование критериев.

$$\tilde{\omega}_i^r(\varphi_i^r(S_v)) = \frac{\varphi_{i(\max)}^r - \varphi_i^r(S_v)}{\varphi_{i(\max)}^r - \varphi_{i(\min)}^r},$$

$$r \in \widehat{R}_i, i = \overline{1,4},$$

где $\varphi_{i(\max)}^r, \varphi_{i(\min)}^r$ - максимальное и минимальное значения на соответствующей бальной шкале, а $\varphi_i^r(S_v)$ - текущее значение критерия, соответствующее S_v -й стратегии. Таким образом, в дальнейшем будем использовать векторный критерий

$$\bar{W}(S_v) = \{\tilde{\omega}_i^r(S_v), r \in \widehat{R}_i, i = \overline{1,4}\} \nu = \overline{1, N},$$

составляющие которого

$$\tilde{\omega}_i^r(S_v) \in [0, 1], r \in \widehat{R}_i, i = \overline{1,4}, \nu = \overline{1, N}.$$

Отдельные разделы матрицы SWOT-анализа имеют различную важность для принятия решения о выборе той или иной альтернативы S_v . В свою очередь отдельные факторы (критерии) в рамках раздела матрицы SWOT-анализа также имеют различную степень важности. Поэтому предлагается ввести весовые коэффициенты важности $\rho_i^r, r \in \widehat{R}_i, i = \overline{1,4}$ критериев в рамках i -го раздела, которые удовлетворяют следующим условиям

$$\rho_i^r \geq 0, r \in \widehat{R}_i, \sum_{r \in \widehat{R}_i} \rho_i^r = 1, i = \overline{1,4}$$

и весовые коэффициенты степени важности отдельных разделов $\tilde{\rho}_i, i = \overline{1,4}$, удовлетворяющие условиям

$$\tilde{\rho}_i \geq 0, i = \overline{1, 4}; \sum_{i=1}^4 \tilde{\rho}_i = 1.$$

Тогда обобщенная функция полезности для каждой альтернативы записывается следующим образом:

$$\tilde{W}(S_v) = \sum_{i=1}^4 \tilde{\rho}_i \sum_{r \in R_i} \rho_i^r \omega_i^r(S_v), v = \overline{1, N}.$$

В том случае, если для оценки альтернатив используется экспертная группа состоящая из n экспертов, то на основе обобщенного критерия полезности формируется n кортежей с одинаковым количеством рангов

$$\begin{array}{l} R_1(S_1), R_1(S_2) \dots R_1(S_N) \\ R_2(S_1), R_2(S_2) \dots R_2(S_N) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ R_n(S_1), R_n(S_2) \dots R_n(S_N) \end{array},$$

где $R_i(S_j)$ – ранг j -й альтернативы, который присваивается i -м экспертом.

В качестве меры согласованности мнений n экспертов будем использовать коэффициент конкордации, предложенный Кэнделом и Смиттом в виде формулы:

$$V = \frac{12\bar{S}}{n(N^3 - N)},$$

$$\bar{S} = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^n R_i(S_j) - \frac{n(N+1)}{2} \right)^2$$

и является суммой квадратов отклонений рангов от их среднего значения. Коэффициент конкордации $V \in [0, 1]$. Ноль соответствует полному отсутствию статистической связи между оценками, полученными от разных экспертов, а единица означает полное совпадение мнений экспертов.

Если среди кортежей есть совпадения, то коэффициент конкордации вычисляется следующим образом

$$V = \frac{12\bar{S}}{n^2(N^3 - N) - n \sum_{j=1}^n T_j},$$

где $T_j = \sum_{i=1}^k (t_{ij}^3 - t_{ij})$, k – число совпадающих рангов, t_{ij} – количество элементов в i -й связке для j -го эксперта.

На третьем подэтапе для определения достаточности степени согласованности мнений экспертов (оценка значений коэффициента конкордации) используется критерий χ^2 , который подчиняется χ^2 -распределению с числом степеней свободы $(N-1)$. Критические значения \bar{S} при доверительных вероятностях 0,95 и 0,99 для V приведены в работах [3,4]. Вычисляется критерий χ^2 по формуле:

$$\chi^2 = n(N-1)V.$$

В том случае, если его значение будет больше табличного для соответствующего числа степеней свободы, то при заданном уровне значимости (уровне доверительной вероятности) можно утверждать, что выявлена неслучайная согласованность мнений экспертов.

Перейдем к рассмотрению четвертого подэтапа экспертизы, который посвящен вычислению агрегированной согласованной экспертной оценки. Возможны два подхода к решению данной проблемы.

Первый подход основан на обработке матрицы рангов. При этом в научной литературе рассматриваются различные методы получения агрегированных согласованных экспертных оценок. Одним из них является метод Борда в котором вычисляется значение

$$\tilde{R}(S_v) = \sum_{i=1}^n R_i(S_v), v = \overline{1, N}$$

для каждого альтернативного варианта ведения бизнеса и проводится их ранжирование. Альтернатива S_k для которой величина $\tilde{R}(S_k)$ имеет наибольшее значение занимает первое место. Все остальные альтернативные варианты располагаются по убыванию их величин.

Второй подход основан на использовании весовых коэффициентов компетентности экспертов. Для определения весовых коэффициентов возможны различные подходы, однако наиболее известными являются: метод компараторной оптимизации, а также методы, основанные на парных сравнениях, из которых наиболее известным является метод Саати. Кратко его рассмотрим.

Так как в нашем случае участвуют в экспертизе n экспертов, то необходимо сформировать матрицу количественных суждений о парах экспертов

$$A = \{a_{ij}; i, j = \overline{1, n}\},$$

элементы которой удовлетворяют следующим условиям:

1) каждый элемент a_{ij} определяет значимость i -го эксперта по сравнению с j -м экспертом;

2) $a_{ij} = 1$ если $i = j$;

3) $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$.

Для оценки значимости i -го эксперта по сравнению с j -м используются шкала предложенная Саати. Если i -й и j -й эксперты равноценны с точки зрения компетентности, то $a_{ij} = 1$. Максимальная степень предпочтения i -го эксперта по сравнению с j -м равна девяти. Согласно методу Саати для нахождения вектора приоритетов (значимости) экспертов необходимо найти вектор ω , который удовлетворяет условию

$$A_{\omega} = \lambda_{\max} \omega,$$

где λ_{\max} – наибольшее собственное значение. С целью получения нормализованного решения для вектора весовых коэффициентов важности $\{a_i, i = \overline{1, n}\}$ необходимо произвести следующие преобразования:

$$a_i = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}, i = \overline{1, n},$$
$$a_i \geq 0, i = \overline{1, n}; \sum_{i=1}^n a_i = 1.$$

С целью проверки уровня согласованности матрицы парных сравнений производится расчет индекса согласованности (ИС) по формуле:

$$\lambda = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}.$$

Отношение ИС к среднему значению согласованности для случайной матрицы называется отношением согласованности (ОС). Значение ОС меньше или равны 0,1 считаются приемлемыми.

Определение наилучшей альтернативы осуществляется по формуле:

$$\widehat{W}_v = \sum_{i=1}^n a_i W_i(S_v), v = \overline{1, N}.$$

где $W_i(S_v)$ – обобщенная функция полезности на основе мнений i -го эксперта.

Выбор логистических посредников. Следующим этапом является выбор логистических посредников на базе полученной стратегии. Для этого применяется тот же математический аппарат. Основное отличие заключается в том, что в этом случае альтернативами являются провайдеры логистических услуг. Для каждого провайдера формируется список характеризующих его факторов. Результатом является ранжированный список логистических посредников, которые используются при синтезе иерархической организационной структуры управления.

Выводы. В данной статье рассмотрен первый этап формирования структуры и системы организационного управления логистической сетью цепочек поставок при стратегическом управлении. Данная область носит слабо формализованный характер и описана в литературе на вербальном уровне. Потому главный акцент работы – использование математического аппарата для решения задачи формирования участников логистической сети. За основу взят метод экспертных оценок в совокупности со SWOT-анализом. В результате применения предложенного подхода производится выбор стратегии ведения бизнеса. На основании выбранной стратегии формируется ранжированный список логистических посредников.

Дальнейшие исследования автора будут посвящены формированию центров влияния в логистической сети, а также анализу процессов и связей в цепочках поставок, что позволит синтезировать иерархическую организационную структуру управления логистической сетью и решать задачи оптимизации на основании межфункциональной и межорганизационной координации.

Список литературы: 1. *Годлевский М. Д.* Технологии формирования системы организационного управления логистикой дистрибуции при стратегическом планировании / *М. Д. Годлевский, А. А. Станкевич, И. М. Годлевский* // Восточно-европейский журнал передовых технологий – № 4/3. – 2012. – С. 17–21. 2. *Крючковский В. В.* Интроспективный анализ. Методы и средства экспертного оценивания: монография / *В. В. Крючковский, Э. Г. Петров, Н. А. Соколова, В. Е. Ходаков.* – Херсон. : Гринь Д. С., 2011. – 168 с. 3. *Кобзарь А. И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / *А. И. Кобзарь.* – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с. 4. *Кэндел М.* Ранговые корреляции / *М. Кэндел.* – М. : Статистика, 1975. – 196 с.

Надійшла до редколегії 06.12.2012

Л. М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, проф., зав. каф. КМММ, НТУ «ХП»;
Р. О. ШАФЄЄВ, студент НТУ «ХП»

РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ОБМЕЖЕННЯМИ ЗА ЧАСОМ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТАЕВРИСТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

У статті розглядається задача маршрутизації транспортних засобів з урахуванням часу обслуговування клієнтів, для вирішення якої була побудована дискретна модель і реалізована обчислювальна схема на базі метаевристичного алгоритму. Ефективність запропонованого алгоритму була перевірена на тестових задачах великої розмірності.

Ключові слова: транспортна задача, алгоритм пошуку із заборонами, метаевристика, дискретна оптимізація.

В статье рассматривается задача маршрутизации транспортных средств с учетом времени обслуживания клиентов, для решения которой была построена дискретная модель и реализована вычислительная схема на базе метаэвристического алгоритма. Эффективность предложенного алгоритма была проверена на тестовых задачах большой размерности.

Ключевые слова: транспортная задача, алгоритм поиска с запретами, метаэристика, дискретная оптимизация.

In the paper the routing vehicle problem is considered taking into account the service time, for which the discrete model was developed and the numerical scheme based on metaheuristic algorithm was implemented. The effectiveness of the proposed algorithm was checked on the high-dimensional test problems.

Keywords: vehicle routing problem, tabu search, metaheuristics, discrete optimization.

Вступ. Розробка та впровадження нових ефективних методів розв'язання транспортних задач (ТЗ) забезпечує автотранспортним підприємствам можливість зменшення витрат, підвищення якості обслуговування, скорочення часу очікування транспортних засобів тощо. При вирішенні проблеми маршрутизації транспортних засобів необхідно додатково враховувати часові обмеження [1]. Таким чином, виникає новий клас ТЗ, а саме транспортні задачі з обмеженнями за часом, що відносяться до класу NP-складних задач. В даній статті розглядається підхід до розв'язку вказаної задачі, який базується на імовірнісному методі пошуку із списком заборон, який належить до класу метаевристичних алгоритмів локального пошуку і є одним з найбільш ефективних засобів для рішення задач дискретної оптимізації [2]. Цій метод був запропонований Ф. Гловером [3,4] і добре показав себе при рішенні ТЗ із обмеженнями за часом [5, 6].

Постановка задачі. Транспортну задачу, що розглядається, можна описати у такий спосіб. Підприємство має деяку кількість автотранспортних засобів (АТЗ), що утворюють множину C , $\dim C = n$, за допомогою яких необхідно виконати m замовлень від клієнтів, які відповідно створюють

© Л. М. Любчик, Р. О. Шафєєв, 2013

множину Q , $\dim Q = m$. Для кожного транспортного засобу потрібно скласти маршрут, за яким він відвідує ряд клієнтів з метою доставки вантажу в назначені пункти $\vec{P}_j, j \in Q$. Кожен пункт задається у вигляді вектора, компонентами якого є географічні координати (широта і довгота). Прибуття в назначений пункт повинно бути виконане в заданий проміжок часу $[t_j, t_j + \Delta t_j], \forall j \in Q$. Значення t_j визначає час прибуття транспортного засобу в пункт призначення j -ї заявки, Δt_j – припустимий час очікування клієнтом АТЗ. Часові витрати, що пов'язані з розвантаженням товарів дорівнюють ω_j .

Кінцевим пунктом призначення АТЗ є депо v_{depot} , задане вектором \vec{P}_{depot} .

Для даної задачі метою є вимога мінімізації вартості обслуговування всіх клієнтів. Необхідно скласти оптимальні за витратами маршрути пересування АТЗ для виконання всіх замовлень з урахуванням обмежень за часом.

Дискретна модель ТЗ. Математично модель пересування АТЗ можна представити у вигляді орієнтованого графа $G(V = C \cup Q \cup \{v_{depot}\}, E = E_{car} \cup E_{que} \cup E_{depot})$, де E_{car} – множина дуг, у яких початкова вершина належить множині C , а кінцева – множині Q , E_{que} – множина дуг, вершини яких з множини Q , E_{depot} – множина дуг, у яких початкова вершина належить множині $C \cup Q$, а кінцевою вершиною є v_{depot} .

Час, коли буде виконана j -та заявка і АТЗ може почати обслуговувати іншого клієнта дорівнює сумі часу прибуття в назначений пункт \vec{P}_j та часу, необхідного для обслуговування клієнта:

$$(t_{out})_j = \tilde{t}_j + \omega_j \quad (1)$$

Час прибуття в j -й пункт призначення дорівнює:

$$\tilde{t}_j = (t_{out})_i + T[\vec{P}_i, \vec{P}_j], \quad (2)$$

де T – час, необхідний для виконання переміщення з пункту \vec{P}_i в пункт \vec{P}_j .

Невідомі змінні задамо у вигляді послідовності матриць $\{X^k\}_{k=1}^n$. Елемент $x_{i,j}^{(k)}$ матриці $X^{(k)}_{(m+1) \times (m+1)}$ приймає значення з множини $\{0,1\}$:

$$x_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} 1, & \text{машина } c_k \text{ рухається з } i\text{-го вузла в } j\text{-й} \\ 0, & \text{в протилежному випадку} \end{cases} \quad (3)$$

де $i \in Q \cup \{c_k\}, j \in Q \cup \{v_{depot}\}$.

Введемо до розгляду вагову функцію $\Omega_{v,\omega}^k$, відповідні значення якої визначають вартість використання k -го автомобілю у процесі пересування з вузла $v \in C \cup Q$ в вузол $\omega \in Q \cup \{v_{depot}\}$.

З урахуванням наведених вище позначень математичне формулювання ТЗ з обмеженнями за часом можна представити у вигляді задачі мінімізації наступної цільової функції:

$$F(X) = \sum_{k \in C} \left[\sum_{i \in C \cup Q, j \in Q \cup \{k\}} \Omega_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^{(k)} \right] \rightarrow \min. \quad (4)$$

з обмеженнями виду:

$$\sum_{k \in C} \sum_{j \in Q} x_{i,j}^k = 1, \quad \forall i \in C \cup Q; \quad (5)$$

$$\sum_{j \in Q \cup \{v_{depot}\}} x_{k,j}^k - x_{i,j}^k \geq 0, \quad \forall i, k \in C; \quad (6)$$

$$\sum_{i \in Q \cup \{c_k\}} x_{i,\omega}^k - \sum_{j \in Q} x_{\omega,j}^k = 0, \quad \forall \omega \in Q, \forall k \in C; \quad (7)$$

$$\sum_{i \in C \cup Q} x_{i,j}^k = 1, \quad \forall k \in C, j = v_{depot}; \quad (8)$$

$$t_j \leq \tilde{t}_j \leq t_j + (\Delta t)_j, \quad \forall j \in Q. \quad (9)$$

Обмеження (5) забезпечує можливість виконання заявки тільки одним АТЗ. Обмеження (6) запобігає початок руху більш ніж по одній дузі. Обмеження (7) враховує той факт, що автомобіль може покинути пункт призначення тільки в тому випадку, якщо він виконав цю заявку. Обмеження (8) означає, що усі АТЗ повинні повернутися в депо. Обмеження (9) забезпечує виконання вимоги, що прибуття АТЗ в пункт \bar{P}_j заявки $j \in Q$ повинно мате місце в заданий проміжок часу.

Алгоритм розв'язання ТЗ. Для розв'язання транспортної задачі з обмеженнями за часом, що розглядається, був обраний імовірнісний алгоритм пошуку із списком заборон. Розглянемо загальну схему алгоритму.

Представимо набір матриць $\{X^k\}_{(m+1) \times (m+1)}$ у вигляді вектора, визначеного на гіперкубі $E^\eta = \{0,1\}^\eta$, де $\eta = n \cdot (m+1)^2$.

Метою задачі є мінімізація цільової функції (4):

$$F(\bar{x}) \rightarrow \min, \quad \bar{x} \in E^\eta. \quad (10)$$

Позначимо через $\delta(\bar{x}, \bar{y})$ відстань Хеммінга між векторами \bar{x} та \bar{y} . Через $N_l(\bar{x})$ позначимо околицю вектора \bar{x} радіуса l , тобто:

$$N_l(\bar{x}) = \{\bar{y} \in E^\eta : \delta(\bar{x}, \bar{y}) \leq l\}, \quad l = \overline{1, \eta}. \quad (11)$$

Стандартний алгоритм локального спуску починає свою роботу з довільно обраного вектора \bar{x}^0 (для побудови початкового рішення можна скористатися евристичним методом конструювання маршруту). На i -му кроці алгоритму здійснюється перехід з поточного вектору в сусідній, що має мінімальне значення цільової функції в околиці даного вектору:

$$F(\bar{x}^{i+1}) = \min \{F(\bar{y}) : \bar{y} \in N_l(\bar{x}^i)\}. \quad (12)$$

Алгоритм закінчує роботу в локальному оптимумі, коли $F(\bar{x}^{i+1}) = F(\bar{x}^i)$. Для того, щоб алгоритм не зупинявся в локальному мінімумі, а переходив до іншого, з околиці викидається центральна точка і застосовується наступне правило. Нехай $l = 2$ і при переході від \bar{x}^{i-1} до \bar{x}^i змінюються значення в координатах (x_u^i, x_v^i) . Алгоритм зберігає такі пари за останні h кроків і на наступному кроці забороняє рух у даних напрямках. Список пар $\phi^i = \{(x_u^i, x_v^i), \dots, (x_u^{i-h+1}, x_v^{i-h+1})\}$ називається *списком заборон*.

По побудові в списку всі пари різні і пара $(x_u, x_v), u \neq v$ не забороняє рух по парах (x_u, x_u) та (x_v, x_v) . При $l > 2$ аналогічним чином будуються трійки координат, четвірки і т.д. Множину незаборонених векторів позначимо через $N_l(\bar{x}^i, \phi^i)$. Позначимо через $N_l(\bar{x}^i, \phi^i, p)$ імовірнісну околицю, яка виходить із детермінованої $N_l(\bar{x}^i, \phi^i)$ наступним чином: кожний вектор $\bar{y} \in N_l(\bar{x}^i, \phi^i)$ з імовірністю p входить в околицю $N_l(\bar{x}^i, \phi^i, p)$ незалежно від інших точок.

Найбільш трудомістка частина алгоритму пошуку із заборонами містить перегляд околиці $N_l(\bar{x}^i, \phi^i)$ поточної точки \bar{x}^i . Беручи до уваги особливості розглянутої дискретної задачі, було використано наступний прийом визначення околиці. На i -му кроці алгоритму складаємо з маршрутів пари: $\{R_1, R_2\}, \dots, \{R_{n-1}, R_n\}$. Потім над кожною парою маршрутів виконуються операції переміщення клієнтів [6]. Отримані в результаті переміщень вектори

$\{\bar{x}\}$ і є околицею $N(\bar{x}^i, \phi^i)$. Для переміщення використовувалися операції обміну та поглинання вузлів графу між маршрутами.

В якості критерію зупинки використовується загальна кількість кроків N_{stop} , у ході яких не змінюється значення F_{opt} . Величини l, p, N_{stop} є параметрами алгоритму, їхній вибір залежить від типу та розмірності задачі.

Тестові задачі. Для оцінки ефективності запропонованої схеми алгоритму шляхом обчислювального експерименту була створена java бібліотека, яка містить різноманітні модифікації алгоритму пошуку із заборонами для розв'язання транспортних задач. Для тестування алгоритмів були обрані тестові задачі, розроблені Крістофайдсом (14 задач) [7], Голденом (10 задач) [8] та Тейлардом (13 задач) [9]. Ці задачі мають задану кількість клієнтів, місце розташування яких визначено в евклідовому просторі. Відомо що, історично кращі рішення були знайдені різними алгоритмами, тобто немає алгоритму, який добре працює для всіх типів задач, й тому похибка коливалась від 3.41% до 14.26% в залежності від класу задач. У той же час за допомогою реалізованих алгоритмів вдалося знизити загальну кількість АТЗ без значного збільшення пройденої відстані в порівнянні з існуючими рішеннями.

Висновки. Для розв'язання транспортної задачі з обмеженнями за часом була побудована обчислювальна схема на базі метаевристичного алгоритму пошуку із списком заборон. За допомогою розглянутого методу були знайдені розв'язки тестових задач Крістофайдса, Голдена і Тейларда та проведено аналіз впливу параметрів алгоритму. Отримані рішення мали в більшості випадків прийнятне відхилення від відомих найкращих рішень.

Список літератури: 1. *Емельянова Т. С.* Эвристические и метаэвристические методы решения динамической транспортной задачи // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. – №3 (31). – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2007. – С. 33–43. 2. *Glover F.* Tabu Search // Dordrecht : Kluwer Acad. Publ. – 1997. 3. *Glover F.* Tabu search: part I // ORSA J. Comp. – 1989. – P. 190–206. 4. *Glover F.* Tabu search: part II // ORSA J. Comp. – 1990. – P. 4–32. 5. *Taillard E.* A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows / *P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin, J. Potvin* // Transportation Science. – 1997 – № 31. – P. 170–186. 6. *Christopher G.* Parallel and serial algorithms for vehicle routing problems // Robert H. Smith School of Business. – 2008. – 456 P. 7. *Christofides N.* An algorithm for the vehicle dispatching problem // Operational Research Quarterly. – 1969 – № 20. – P. 309–318. 8. *Golden B.* The impact of metaheuristics on solving the vehicle routing problem: Algorithms, problem sets and computational results / *E. Wasil, J. Kelly, I-M. Chao* // Fleet Management and Logistics, Kluwer, Boston, 1998 – P. 33–56. 9. *E. Taillard.* VRP benchmarks. <http://mistic.heig-vd.ch/taillard> – 1993.

Надійшла до редколегії 11.12.2012

В. Я. КОПП, д-р тех. наук, проф. СевНТУ, Севастополь;
С. А. КАЧУР, канд. тех. наук, доц. СНУ ЯЭиП, Севастополь

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ В СЛУЧАЕ НЕТОЧНОГО ИЗМЕРЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Запропоновано рішення завдання настроювання вимірювальної системи, що включає кілька різних класів вимірників, для спостереження за об'єктом в умовах великої априорної невизначеності. Розроблено структурну схему й модель вимірювальної системи з використанням мереж Петри. Застосування мережної моделі дозволяє знизити тимчасові витрати на одержання інформації про об'єкт і підвищити швидкодія алгоритмів керування.

Ключові слова: оптимальне керування, вимірювальна система, складна система, мережі Петри

Предложено решение задачи настройки измерительной системы, которая включает несколько разных классов измерителей, для наблюдения за объектом в условиях большой априорной неопределенности. Разработана структурная схема и модель измерительной системы с использованием сетей Петри. Применение сетевой модели позволяет снизить временные затраты на получение информации об объекте и повысить быстродействие алгоритмов управления.

Ключевые слова: оптимальное управление, измерительная система, сложная система, сети Петри.

Solution of task of tuning of the measuring system including a few different classes of measuring devices is offered, for the supervision after an object in the conditions of large a priori vagueness. A flow diagram and model of the measuring system with the use of the Petri nets is developed. Application of net model allows to reduce temporal expenses on the receipt of information about an object and promote the fast-acting of algorithms of management.

Keywords: optimum management, measuring system, difficult system, the Petri nets.

Введение. Для ряда сложных систем, управление которыми должно осуществляться и в случаи нештатных ситуаций, существует необходимость разработки моделей, описывающих недетерминированную динамику поведения в различных состояниях в условия неопределенности, а также алгоритмов управления на их основе. Решению данной задачи посвящено большое количество работ, однако проблема повышения быстродействия при выработке управления сложными системами, в том числе при получении информации об объекте управления, остается актуальной и сегодня

Анализ проблемы

Предположим, что объект управления описывается стохастическим дифференциальным уравнением [1, 2]. Если процесс смены состояний структуры $L(t)$ удовлетворяет определенным марковским закономерностям, то совокупный процесс $Y(t) = \{Y^{(1)}(t), \dots, Y^{(s)}(t)\}$ является марковским со случайной структурой в самом широком смысле. Цель управления для

каждого из состояний системы может быть различной, поэтому различными могут быть и критерии оптимальности. Формирование оптимальных управлений $u(t)$ производится на основе измерений $Z(t)$ фазовых координат системы.

В случае неточного измерения фазовых координат единственной информацией для формирования управления являются измерения. Процесс $Z(t)$ несет в себе всю имеющуюся информацию о фазовых координатах системы $Y(t)$ и ее текущем состоянии.

Структурная схема системы изображена на рис. 1, где КН – канал наблюдения выходного процесса; УУ – управляющее устройство. Так как текущее состояние системы в точности неизвестно и имеются лишь некоторые апостериорные данные о нем, то в ряде задач не удастся распределить управления по отдельным состояниям и приходится использовать единое управление $u(t)$.

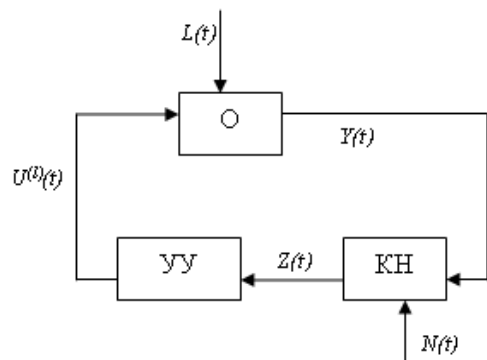


Рис. 1 – Структура системы при неточном измерении

Представляется, что при решении задачи оптимального управления целым этапом функционирования сложной системы в условиях априорно не заданной ситуации при жестких требованиях к быстродействию [3] целесообразно использовать на практике приближенные алгоритмические подходы на основе сетевых моделей объекта, в частности сетей Петри (СП) [4, 5].

Цель исследования, постановка задачи

Цель исследования – разработка измерительной системы, предоставляющей достоверную информацию с требуемой скоростью для оптимального управления сложными системами в условиях аварийной ситуации.

Рассмотрим возможности использования моделей на базе СП [5] при решении задачи оптимального управления в общем виде для совокупности измерительных систем.

Каждая измерительная система представляет собой стохастическую систему. Связи между измерительными системами носят вероятностный характер и определяются в процессе функционирования системы в целом. Такая совокупность систем может быть описана СП, синтезирующей возможности стохастических и функциональных СП с введением сдерживающих событийных гипердуг при наличии ограничений, присущих простым СП [5]. Примером измерительной системы может служить множество телеметрических датчиков, входящих в состав радиотелеметрической системы (РТС).

Предположим, имеется ситуация, когда необходимо передать информацию об объекте O от m измерителей (датчиков), независимо работающих и подключающихся к объекту в различные моменты времени, определяемые состоянием рассматриваемого объекта. Передача информации от измерителей происходит по одному каналу наблюдения КН. Необходимо выбрать из каждого класса $Q_i (i = \overline{1, n})$ не более одного измерителя $D_j^{(Q_i)} (j = \overline{1, k_i})$, наилучшим образом отражающему состояние объекта в текущий момент времени, и выполнить его настройку. Такая совокупность $D_j^{(Q_i)}$ определяет текущую l -ю измерительную систему. Таким образом, в каждый момент времени может быть сформирована новая измерительная система на базе имеющихся классов объектов. Структурная схема системы управления измерителями приведена на рис. 2. Если выходным сигналам каждого класса измерителей сопоставить определенную полосу частот, то в каждый момент времени будем иметь РТС с частотным разделением каналов (число каналов $k_l \leq n$).

Будем считать, что l -я измерительная система описывается уравнением следующего вида

$$\dot{Y}^{(l)} = (D^{(l)}(t) + A^{(l)}(t))\varphi^{(l)}(Y, t) + W^{(l)}(Y, t)F^{(l)}(t) + H^{(l)}(Y, t)V(t) + M^{(l)}(Y, t)U^{(l)}(t),$$

$$Y(t_0) = Y_0, \quad (1)$$

где $Y(t)$ – m -мерный вектор фазовых координат;
 $Y^{(l)}(t)$ – k_l -мерный вектор фазовых координат ($Y^{(l)}(t) \subseteq Y(t)$);
 $D^{(l)}(t)$ – $(k_l \times k_l)$ - матрица детерминированных параметров;
 $A^{(l)}(t)$ – $(k_l \times k_l)$ - матрица случайных параметров типа белого гауссова шума;
 $\varphi^{(l)}(Y, t)$ – k_l -мерный вектор нелинейных функций;
 $W^{(l)}(Y, t)$, $H^{(l)}(Y, t)$ и $M^{(l)}(Y, t)$ – $(k_l \times k_l)$ -матрицы известных дифференцируемых по Y функций;
 $F^{(l)}(t)$ – k_l -мерный вектор входных сигналов;
 $V(t)$ – k_l -мерный вектор гауссова белого шума;
 $U^{(l)}(t)$ – k_l -мерный вектор управления.

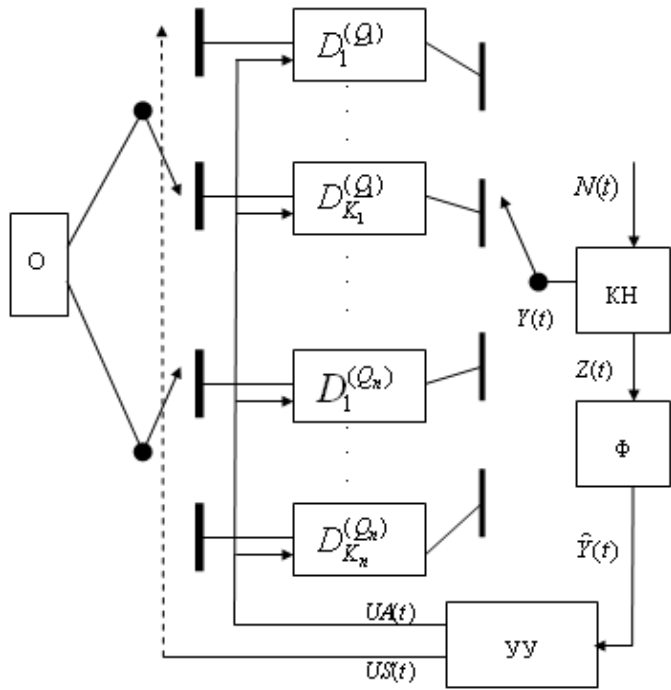


Рис. 2 – Структурная схема управления измерителями

Уравнения канала наблюдения записываются в виде m_1 -мерного вектора

$Z(t)$ ($m_1 < n_1$, $n_1 = \sum_{i=1}^n k_i$, где k_i – количество выходов i -го элемента)

$$Z(t) = C(t)X(t) + N(t),$$

где $C(t)$ – ($m_1 \times n_1$)-матрица измерения фазовых координат $X(t)$;

$N(t)$ – m_1 -мерный вектор центрированного гауссова белого шума.

На вход устройства управления YY поступает оценка вектора состояний $\hat{Y}(t)$, полученная в результате фильтрации Φ . На выходе YY – вектор оптимальных значений параметров UA и вектор оптимальной структуры US , определяющий подключение датчиков.

Вектор параметров в случае отсутствия управления описывается уравнением

$$\dot{a} = V'(t), \quad a(t_0) = a_0, \quad (2)$$

где a – вектор случайных параметров;

$V'(t)$ – вектор центрированного белого шума.

Вектор UA должен удовлетворять ограничениям вида

$$u_H^{(i)} \leq ua_i \leq u_B^{(i)},$$

где $u_H^{(i)}, u_B^{(i)}$ – верхние и нижние предельные значения параметра ua_i .

Модель на основе СП САУ измерительной системы

Структура разработанной модели приведена на рис. 3. Объекту сопоставлен переход T_0 , измерителям – переходы $T_1 \dots T_m$, каналу наблюдения – переход T_{KH} , фильтру – переход T_Φ , YY – переход T_{YY} . При срабатывании перехода выполняются функции соответствующей ему системы.

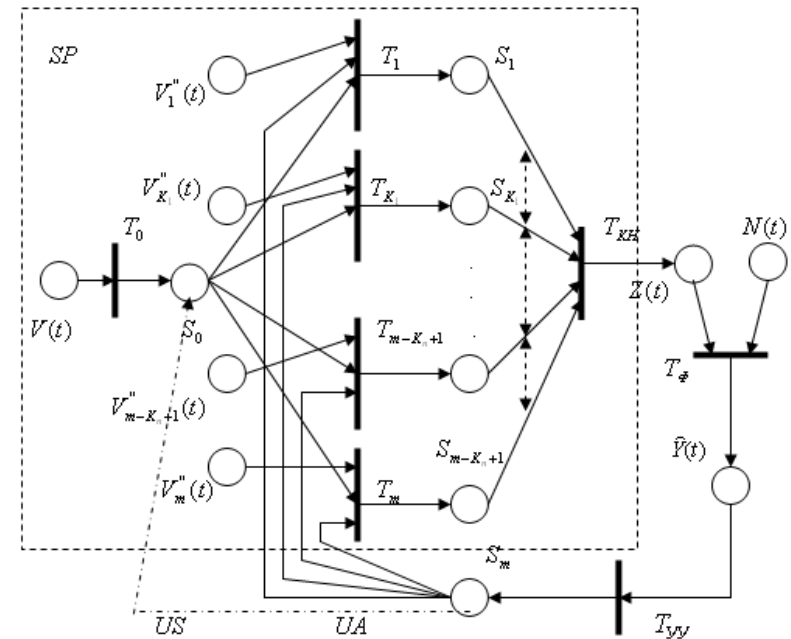


Рис. 3 – Структура модели на основе СП САУ измерительной системы

Содержащие событийные гипердуги отражают множества взаимоисключающих событий. Каждой позиции S_i сопоставлен вектор математических ожиданий $mp_i(t)$ и средних квадратических отклонений $\sigma p_i(t)$ вероятности передачи сигналов по дугам, исходящим из данной позиции.

Начальные значения $mp_i(t_0)$ и $\sigma p_i(t_0)$ заданы. Для S_0 первоначально $mp_0(t_0)=0$ и $\sigma p_0(t_0)=0$. В процессе управления элементы $mp_0(t_i)$ могут принимать значения только из множества $\{0, 1\}$. Распределения шумов заданы.

При отсутствии управляющих воздействий входные позиции перехода $T_i (i=1, m)$ определяются уравнением (2). Фрагмент структуры для описания случайных параметров приведен на рис. 4.

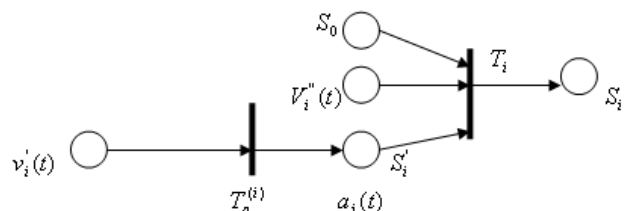


Рис. 4 – Фрагмент СП, описывающий вектор случайных параметров

В качестве конкретного примера применения предложенной модели измерительной системы при соответствующем ее уточнении, связанном со спецификой функционирования наблюдаемого объекта, была рассмотрена измерительная система, предназначенная для диагностики внутриреакторных аномалий, а именно, нарушения теплообмена в активной зоне реактора [6, 7]. Был выполнен сравнительный анализ по одному из важнейших показателей эффективности, каким является время предоставления необходимой информации оперативному персоналу в аварийной ситуации, для существующих систем внутриреакторного контроля (СВРК) и предложенной информационно-измерительной системы (ИИС) на базе СП.

Сравнительная характеристика диагностики внутриреакторных аномалий существующими СВРК и ИИС на базе СП

Предлагаемая адаптивная система управления измерительной системой позволяет за счет самообучения, т.е. формирования в процессе функционирования вероятностных характеристик состояния активной зоны, не производя сканирования всех технологических каналов, выдавать информацию с задержкой приблизительно 2 с.

Сравним время получения информации СВРК в результате сканирования датчиков технологического канала и при использовании предлагаемой адаптивной системы на основе СП.

В реакторе типа ВВЭР-1000 для получения информации, например, о расходе воды, изменении температуры, давления устанавливают датчики в нижней и верхней части канала. Таким образом, при частоте опроса $f = 50$ Гц и числе измерительных каналов $N = 900$ время получения информации $t_1 = 2 \times 900 \times 0,02 = 36$ с.

Время, затрачиваемое на получение информации от 900 датчиков, при диагностике внутриреакторных аномалий с использованием «шумового» анализа при частоте $f = 50$ Гц составляет 18 с.

Время получения информации является функцией от числа измерений $n = \varphi(N)$ и для измерительных подсистем СВРК вычисляется по формуле $t_1 = n \times (1/f)$.

Обработка информации для ИИС на базе СП ведется в три этапа, для каждого из которых имеется своя схема расположения датчиков. Схема расположения датчиков определяются так, чтобы при минимальном числе датчиков была возможность получить информацию о состоянии каждого технологического канала. Необходимое количество датчиков для каждого этапа измерения в случае одной аномальной зоны $k=1$ есть функция от числа каналов N . Максимальное количество аномальных зон k_{max} для управляемого процесса определяется в соответствии с правилом 3σ и составляет 2 % от N . Для наихудшего случая вероятность p , что аномальные зоны изменят свое положение или появятся новые, равна 0,5.

Общее количество измерений для ИИС на основе моделей СП определяется по формуле

$$n_c = (n_1 + k_{max} \cdot n_2) p + n_3,$$

где n_1, n_2, n_3 – количество измерений соответственно на 1, 2 и 3 этапах измерения.

Для $N = 900$ количество областей примем $6 \times 6 = 36$, каждая из которых разбивается на $3 \times 3 = 9$ зон, причем между центрами зон расположено по одной ячейке, т.е. каждая область содержит 25 ячеек (центры областей и зон также являются ячейками). Таким образом, рассматривается $36 \times 25 = 900$ измерительных каналов. При $N = 625$ количество областей примем равным $5 \times 5 = 25$, расположение зон и ячеек аналогично описанному выше.

Соответствующие расчеты числа измерений приведены в таблице и на рис. 5.

Таблица 1 - Объем измерений на основе моделей СП

N	k_{max}	n_1	n_2	n_3	n_c $p=1, k=1,$	n_c $p=0.5, k=k_{max}$
900	18	36	8	1	45	91
625	12	25	8	1	34	63
81	2	9	4	1	14	10

При времени обработки информации от оптического датчика 0,02 с и быстрейшей реакции программы управления оптической системы не более 0,02 с суммарное время обработки информации для $N=900$ составляет $t_2 = 91 \times 0,02 = 1,82$ с.

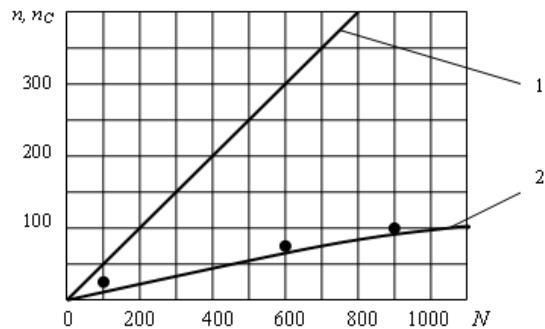


Рис. 5 – Зависимости $n = N$ (график 1) и $n_c = f(N)$ для случая $k = k_{\max}$, $p = 0,5$ (график 2)

Таким образом, использование адаптивной системы управления оптической ИИС на основе моделей СП позволяет примерно в $10 \div 20$ раз повысить быстродействие СВРК при диагностике внутрореакторных аномалий, связанных с нарушением теплообмена.

Выводы. Предложена модель, предназначенная для решения задачи управления измерительными системами с целью их быстрой адаптации к изменению поведения наблюдаемого объекта. Модель может быть применена при создании адаптивно-адресной РТС с частотно-временным разделением каналов (частотным – для измерительной системы, временным – для совокупности измерительных систем). Эффективность применения предложенной модели показана на примере анализа ее быстродействия и существующих систем внутрореакторного контроля в аварийных ситуациях. Комплексное рассмотрение управления сложными объектами и измерительными системами связано с организацией САУ на базе систем интеллектуального управления

Список литературы: 1. Казаков И. Е. Методы оптимизация стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. – М. : Наука, 1987. – 304 с. 2. Кравец В. Г. Основы управления космическими полетами / В. Г. Кравец, В. Е. Любинский. – М. : Машиностроение, 1983. – 224 с. 3. Бахметьев А. М. Методы оценки и обеспечения безопасности ЯЭУ / А. М. Бахметьев, О. Б. Самойлов, Г. Б. Усынов. – М. : Энергоиздат, 1988. – 136 с. 4. Амосов Н. М. Нейрокомпьютеры и интеллектуальные роботы / Н. М. Амосов, Т. Н. Байдык, А. Д. Гольцев. – К. : Наук. думка, 1991. – 272 с. 5. Качур С. А. Модель стохастических систем и их соединений на основе сетей Петри / С. А. Качур // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 1. – С. 93–98. 6. Попов И. А. Адаптивное управление процессом кипения ядерного реактора ВВЭР на основе моделей сетей Петри и метода наиболее «горячих» точек / И. А. Попов, С. А. Качур // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП – № 31, вып. 3. – 2009. – С. 40–48. 7. Попов И. А.. Идентификация процесса поверхностного кипения теплоносителя в активной зоне АЭУ с ВВЭР / И. А. Попов, С. А. Качур // Зб. наук. пр. СНУЯЕтаП – № 32, вып. 4. – 2009. – С. 68–76.

Надійшла до редколегії 05.02.2012

УДК 681.5

В. Я. КОПП, д-р техн. наук, профессор, СевНТУ, Севастополь;
Ю. В. ДОРОНИНА, канд. тех. наук, доцент, СевНТУ, Севастополь

АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ К МОНИТОРИНГОВОЙ СИСТЕМЕ

Пропонуються методи класифікації вимог до моніторингової системи на основі апіорного співвідношення оцінки часу реалізації вимоги з часом циклу функціонування моніторингової системи. Запропонована постановка завдання оптимального проектування моніторингової системи за умови специфікації вимог.

Ключові слова: вимоги, моніторингова система, реінжиніринг, вдосконалення системи, специфікація.

Предлагаются методы классификации требований к мониторинговой системе на основе априорного соотношения оценки времени реализации требования со временем цикла функционирования мониторинговой системы. Предложена постановка задания оптимального проектирования мониторинговой системы при условии спецификации требований.

Ключевые слова: требования, мониторинговая система, реинжиниринг, совершенствование системы, специфицирование.

There have been proposed methods of classification of requirements to the monitoring system on the basis of apriori correlation of estimation of realization time of requirement in course of time cycle of functioning to the monitoring system. Offered raising of task of the optimum planning of the monitoring system on condition specification of requirement.

Keywords: requirements, monitoring systems, reengineering, perfection of the system, specificationm.

Введение. Интенсивный рост потребностей в современных средствах сбора и обработки мониторинговых данных обусловлен важностью решаемых задач. К ним относятся: задачи мониторинга показателей внешней среды, в частности экологический, гидрологический, гидрохимический мониторинг, оценка показателей производства с непрерывным циклом и т.п. В работе [1] требование определяется как каждая отдельная работа из всего множества однотипных работ, заданных некоторой целесообразностью. Для систем обслуживания (СО), к которым в общем случае можно отнести мониторинговые системы (МС) с анализом данных, требования являются категорией внешней, предопределяющей назначение и развитие системы, поэтому первым этапом при проектировании как СО, так и МС, является идентификация и систематизация требований.

Для построения поля заявок, которое представляет собой систематизированное множество требований, их необходимо ранжировать по одному из параметров. Для класса МС важным показателем является время реализации требования по отношению ко времени цикла системы. Схема функционирования мониторинговой системы циклического типа изображена

© В. Я. Копп, Ю. В. Доронина, 2013

на рис.1, где t_w – время реализации реакции на w -е требование; T_{δ} – время цикла мониторинговой системы.

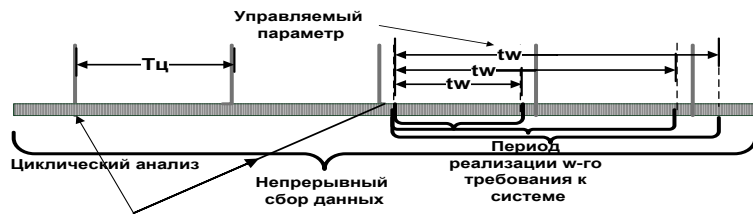


Рис. 1 – Схема функционирования мониторинговой системы

Существующие научные исследования, в основном, касаются или подробного описания процесса проектирования, или ограничиваются идеями совершенствования СО в целом. Для систем, которые функционируют непрерывно, с циклическими процедурами анализа, не существует четких методов совершенствования, с учетом того, что такие системы связаны, в том числе, с проблемами безопасности жизнедеятельности. Поэтому, исследования, направленные на разработку теоретических основ создания метода совершенствования информационных мониторинговых систем и анализа требований к МС, является актуальными.

Постановка задачи. Для построения формальной модели совершенствования МС предположим, что требования к системе представляют собой вектор $\Theta = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m]^T$. Элементы вектора соответствуют значениям признаков требований. Относительно введенного ранее определения времени реализации реакции на некоторое требование t_w , введем понятие возможности реализации требования. Реализация реакции на требование возможна, когда все составляющие вектора конструктивных параметров МС, или интегральный показатель эффективности E удовлетворяют условиям:

$$\tau_{ij} \leq x_{kj}; i \in \{1, 2, \dots, N_i\}; \forall j \in \{1, 2, \dots, (n-1)\}; k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (1)$$

где τ_{ij} – j -я составляющая вектора Θ_i i -го требования;

x_{kj} – j -я составляющая вектора проектных параметров k -й структуры МС.

При этом время реализации реакции на некоторое требование t_w находится в соотношении со временем цикла системы:

$$t_w^{\tau_{ij}} \sim T_{\delta}; w \in \{1, 2, \dots, W\}, \quad (2)$$

где j – индекс стратегии совершенствования МС, $j = \overline{1, J}$;

ξ_j – вектор параметров развития системы;

Z_j – заявка, породившая требование к МС на совершенствование.

Определение 1. Назовем систему обслуживания **полной**, если выполняются следующие условия: любое требование $\Theta \in \{Z\}$ может быть обслужено; любое требование может быть априорно специфицировано и соотнесено со временем цикла системы.

По определению любая полная система обслуживания должна удовлетворять условию

$$Q(K^g) = \bigcup_{\forall k} Q_k(\chi^g(t)) \Big|_{t=t_0}^{T_0} \rightarrow \bigcup_{\forall \chi} (Z_{\chi}(t)) \Big|_{t=t_0}^{T_0}, \text{ при } \tau_{ij} \leq x_{kj}, t_w^{\tau_{ij}} \sim T_{\delta}, \quad (3)$$

где τ_{ij} – j -я составляющая вектора Θ_i i -го требования;

Q_0 – область обслуживания МС;

$Q_k(\chi^g)$ – область обслуживания некоторой версии МС;

χ^g – совокупность требований, которые могут быть обслужены k -й версией МС.

Обозначим интегральную эффективность некоторой версии МС K^g как $E(K^g)$, стоимость обслуживания МС $\sigma_k (k \in K^g)$.

Определение 2. Оптимальной называется такая полная система МС, для которой выполняется условие

$$E(K) = \max_g E(K^g) = \sum_{k=1}^K E_k \left[\left(\sum_{\chi_k=1}^{K_k} Z_{k_{\chi}} \right) \Big| \xi_j \leq \check{\xi}_j^y \right] j = \overline{1, J}, E(K) > E(K)_{\min}, \quad (4)$$

где $\check{\xi}_j^y$ – значения пределов ограничений;

J – количество контролируемых параметров системы;

K_k – количество требований, которые могут быть реализованы версией МС;

$E(K)_{\min}$ – предельно допустимый интегральный показатель эффективности системы (в случае его уменьшения вследствие устаревания версий).

При расчете стоимости

$$\sigma(K) = \min_g \sigma(K^g) = \min_g \sum_{k=1}^K \sigma_k \left[\left(\sum_{\chi_k=1}^{K_k} Z_{k_{\chi}} \right) \Big| (\check{\xi}_j \leq \check{\xi}_j^y, e_i \geq e^*) \right], j = \overline{1, J}, \quad (5)$$

$$e^* = \sup(W) | e_i \in E_w, \forall s \in E_w : e^* \leq s.$$

Учитывая, что среди множества требований $\Theta = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m]^T$ существует подмножество $P \subset \Theta$, связанное с реализацией требований на совершенствование системы. Причем, e_i – i -е требование к системе; e^* – необходимое состояние системы после реализации i -го требования к системе; E_w – множество верхних граней множества W , равных или больших всех элементов W .

Область определения функционала E ограничена множеством версий МС K^g ($g \in \{g\}$ – номер версии), которые могут быть синтезированы из генерального множества возможных версий.

В целом, затраты на создание и эксплуатацию всей МС с момента начала работы над ее созданием ($t = t_0$) до конца срока ее эксплуатации без реинжиниринга ($t = T_r$) [2]:

$$\sigma_k = \sum_{\forall k \in \{K^g\}} \int_{t_0}^T \sum_{\chi_k=1}^{K_k} \sigma_{k_x} dt. \quad (6)$$

Каждый интеграл суммы соответствует затратам на создание и эксплуатацию МС одного вида, предназначенных для обслуживания заявок из множества K_k . Таким образом, задача эффективного построения и совершенствования оптимальной МС сводится к минимизации функционала стоимости при условии своевременного обслуживания всех требований, в том числе подмножества требований, влекущих реализацию реинжиниринговых процедур данной системы.

Метод специфирования требований к АИМС. Исходя из анализа функционалов (5), (6) и условий (2) – (4), для нахождения минимума необходимой стоимости МС требуется специфирование требований к МС [1, 3].

На рис.2 представлена схема спецификации некоторого требования к МС по карте требований. Схема спецификации требований представляет собой матричную структуру и охватывает основные уровни требований, классифицированные по группам. Представленная спецификация требований содержит четыре уровня: проектный, программный, функциональный и организационный и четыре категории: I – характерные требования, II – малоресурсные, III – ресурсоёмкие, IV – аналитико-проектные. Принадлежность требования определенной группе определяет его категорию (I – IV), которые позволяют предварительно оценить время, требуемое для реализации этого запроса. Например, на программном уровне к I-й категории в группе характерных запросов к СУБД относятся стандартные требования-

запросы из множества «горячих клавиш», которые реализуются пользователем, а ко II-й категории того же уровня относятся SQL-запросы, которые могут быть нестандартными требованиями и реализуются уже специалистом в области манипулирования БД, но требующие все же минимальных ресурсов.

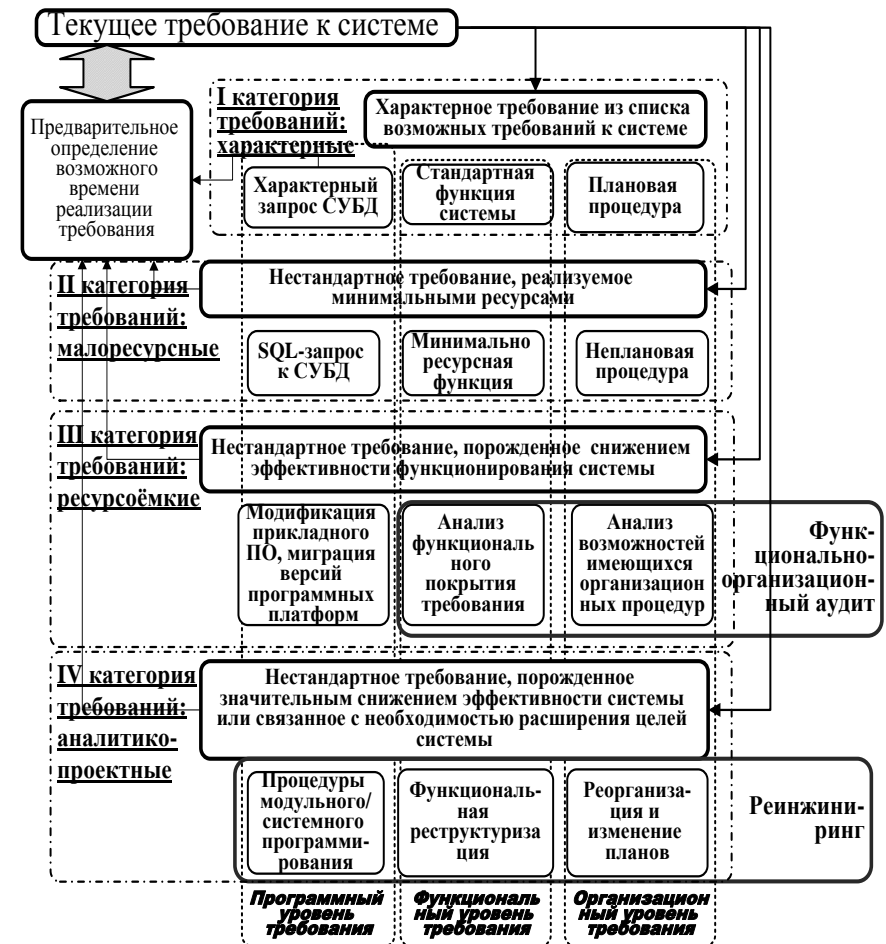


Рис.2 – Спецификация требований к МС

На рис. 3 изображена схема специфирования некоторого требования к МС по карте классификации требований. В общем случае к системе спецификации требований добавляется проектный уровень с тем, чтобы

учесть как первоначальное проектирование и построение системы, так и необходимость возврата к проектным процедурам на этапах репроектирования и реинжиниринга.

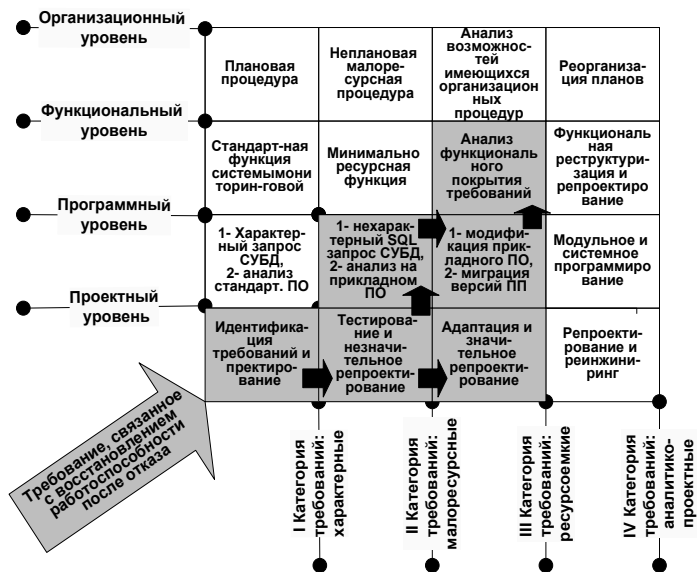


Рис.3 – Схема спецификации некоторого требования к МС

Выводы. Предложена постановка задачи оптимального проектирования и совершенствования МС на основе специфицирования требований к системе. На основе сделанных предположений и определений представлена спецификация основных требований и проведено специфицирование некоторого требования к МС по карте классификации требований. Метод специфицирования требований был апробирован в системе контроля качества изделий сборочного производства. Предполагается развитие предложенного метода в направлении получения количественных оценок ожидаемого времени реализации текущего требования к МС, связанного с реинжинирингом этой системы.

Список литературы: 1. Дабаян А. В. Проектирование технических систем / А. В. Дабаян. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с. 2. Доронина Ю. В. Модель управления совершенствованием автоматизированной информационной системы на основе гибкого реинжиниринга / Ю. В. Доронина // Вестник СевГУ «Автоматизация процессов и управления»: сб. науч. тр. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. – Вып.125. – С.107–110. 3. Копп В.Я. Моделирование автоматизированных линий / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. – 240 с.

Надійшла до редколегії 07.12.2012

.УДК 007.5

С. Ф. ЧАЛИЙ, д-р техн. наук, проф. ХНУРЭ, Харьков;
А. А. КРИВЧИКОВА, асп. ХНУРЭ, Харьков

ПОДХОД К ВЕРИФИКАЦИИ ПРАВИЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ

Запропоновано підхід до верифікації правил в задачах інтелектуального аналізу процесів, спрямований на виявлення протиріч у обмеженнях на процес в умовах використання скритих (неявних) знань.

Ключові слова: бізнес-процеси зі змінною структурою, бізнес-правила, бізнес-процедури, інтелектуальний аналіз процесів.

Предложен подход к верификации правил в задачах интеллектуального анализа процессов, направленный на выявление противоречий в ограничениях на процесс в условиях использования скрытых (неявных) знаний.

Ключевые слова: бизнес-процессы с изменяемой структурой, бизнес-правила, бизнес-процедуры, интеллектуальный анализ процессов.

The approach to the rules verification in mining tasks processes aimed at identifying inconsistencies in the constraints on the process in terms of hidden (implicit) knowledge.

Keywords: business processes with changeable structure, business rules, business procedures, process mining.

Введение. Актуальность разработки современных подходов к верификации процессов обработки ресурсов связана с быстрым развитием научного направления интеллектуального анализа процессов (Process Mining). Данное направление ориентировано на построение систем, моделирующих интеллектуальную деятельность человека по нахождению новых и доступных для интерпретации знаний, необходимых для выявления взаимосвязей между элементами процессов обработки ресурсов (в частности, бизнес-процессов (БП)), ограничений и условий их выполнения, а также восстановления структуры процесса [1, 2].

В качестве исходной информации для Process Mining используются зафиксированные во времени данные о результатах функционирования существующих процессов, а также документальные требования к таким БП.

Все больше и больше процессов оставляют свой «след» в виде журнала событий или логов, что расширяет возможности применения методов Process Mining. Будущие знание-ориентированные системы интеллектуального анализа процессов должны будут совместно с системами управления процессами обработки ресурсов обеспечить поддержку всего их жизненного цикла. Полученные методами Process Mining знания о процессах в перспективе позволят выполнить верификацию таких процессов в целом.

© С. Ф. Чалий, Г. О. Кривчикова, 2013

Следует отметить, что верификация знаний в условиях неопределенности является особенно важной для гибких бизнес-процессов с изменяемой структурой, т. к. для таких процессов характерны динамические изменения во время выполнения.

Анализ исследований и публикаций. Вопросам формальной верификации посвящено значительное количество работ. В частности, исследования, проведенные в [3, 4] позволяют утверждать, что верификация моделей правил ориентирована на оценку различных числовых параметров, входящих в состав рассматриваемой модели, которые характеризуют динамику выполнения реализаций процесса.

Одним из основных методов верификации является метод Model checking, основанный на проверке того, что на данной формальной модели заданная логическая формула выполняется (т.е. принимает истинное значение). Впервые этот метод был разработан для моделей систем переходов, так называемых «темпоральных» или CTL* логик [3].

В [2] был разработан метод оценивания непротиворечивости правил для процесса с изменяемой структурой на основе проверки соответствия входных и выходных наборов данных. Совокупность таких правил формирует систему ограничений на процесс. Частичное использование неформализованных знаний при реализации процесса влияет на систему ограничений, приводя ее к нечеткости и последующей необходимости верификации совокупности нечетких правил. Это и определяет актуальность темы данной работы.

Постановка задачи. Формально задача верификации моделей процесса методами Model checking формулируется следующим образом. Дана модель $M = P_1 \parallel \dots \parallel P_n$, где $P_1 \parallel \dots \parallel P_n$ – это помеченные системы переходов процесса из одного состояния в другое. Задана логическая формула φ относительно модели M . Необходимо проверить выполнимость формулы φ на модели M (т.е. $M \models \varphi$).

В соответствии с изложенным, задача верификации правил бизнес-процесса с использованием лингвистических переменных процесса формулируется следующим образом.

Исходными данными задачи являются:

- входные данные пары правил Vpr_1 и Vpr_2 – это два пересекающихся множества A и B , которые имеют много пересекающихся вершин;
- модель бизнес-правил верхнего уровня знание-ориентированной модели [5], которая отражает взаимодействие правил и объектов бизнес-процесса с помощью логической сети.
- в результате применения пары правил имеем единственный набор выходных данных, множество C .

Требуется выполнить проверку того, похожи ли наборы входных данных или нет для заданного набора выходных и непротиворечивых действий,

связанных с правилами. Если множества не похожи, тогда правила, которые задают выполнение процесса верные или непротиворечивы. Если множества похожи, то необходимо определить, степень схожести и доказать или опровергнуть противоречивость правил.

В практическом аспекте метод должен обеспечивать возможности для построения такого набора бизнес-правил, которые, во-первых, позволяли бы достичь конечного состояния бизнес-процесса, а во-вторых обеспечивали бы возможность проверки достижимости конечного состояния БП.

Верификация бизнес-правил с использованием лингвистических переменных. При построении предлагаемого подхода необходимо применять этапы обработки информации с использованием нечеткой логики, которые были обоснованы в работе [6]. К ним относится этап фаззификации – преобразование численного значения в символьное нечеткое значение, и этап дефаззификации (необязательный) – преобразование нечеткого символьного значения в число.

На этапе фаззификации опишем с помощью лингвистических переменных бизнес-правила Vpr_1 и Vpr_2 . Лингвистические переменные – это переменные, которые нельзя описать с помощью математического языка, т.е. им сложно придать точную (объективную) количественную оценку. Согласно Л. Заде, лингвистической переменной называется такая переменная, значениями которой являются слова или предложения естественного языка [6, 7].

Формируем два нечетких бизнес-правила Vpr_1^* и Vpr_2^* (см. табл. 1), которые имеют следующую фреймовую структуру.

Таблица 1 – Фреймовое представление бизнес-правил

Имя бизнес-правила	Vpr_1^*	Vpr_2^*
Нечеткий набор входных данных	$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$	$B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$
Хранимые процедуры	$Br_j(x), j = \overline{1, J}$	$Br_i(x), i = \overline{1, I}$
Типы действий	TD_1^*	TD_2^*
Выходные данные	$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$	$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$

Кроме этого, необходимо построить функции принадлежности $\mu_{Vpr_1^*}(A)$ и $\mu_{Vpr_2^*}(B)$ которые задают степень или уверенность, с которой элементы множеств A и B принадлежат заданному нечеткому множеству Vpr_1^* и Vpr_2^* . Функция принадлежности должна ставить в соответствие множеству

А и множеству В отрезок [0,1] и выбирается субъективно. Для нашей задачи будем использовать трапециевидные функции принадлежности. Зададим функции принадлежности для нечеткого множества в формальном виде:

$$\mu_{Bpr_1^*}(A) = \left(1 + |a_j - 1|^n\right)^{-1}; \quad (1)$$

$$\mu_{Bpr_2^*}(B) = \left(1 + |b_i - 1|^n\right)^{-1}. \quad (2)$$

Имеем лингвистические переменные $\langle A^*, U_1, Bpr_1^* \rangle$ и $\langle B^*, U_2, Bpr_2^* \rangle$, где U_1 и U_2 – область определения множеств А и В соответственно.

Нечеткое множество называется нормальным, если для его функций принадлежности $\mu_{Bpr_1^*}(A)$ и $\mu_{Bpr_2^*}(B)$ справедливо утверждение: $\exists a_j \in A \wedge \exists b_j \in B$: и $\mu_{Bpr_1^*}(A) = 1, \mu_{Bpr_2^*}(B) = 1$; $\mu_{Bpr_1^*}(A) \in [0;1]$; $\mu_{Bpr_2^*}(B) \in [0;1]$.

При построении функций использовались прямые методы с учетом специфики предметной области. Такие методы характеризуются тем, что эксперт непосредственно задает правила определения значений функции принадлежности $\mu_{Bpr_1^*}(A)$ и $\mu_{Bpr_2^*}(B)$, характеризующей элементы множеств А и В. К прямым методам относится непосредственное задание формулой функции принадлежности. Недостатком этой группы методов является большая доля субъективизма.

На следующем этапе нечеткого вывода с помощью построенных функций принадлежности определяем много или мало пересекающихся вершин входных данных, похожи они или нет.

Много пересекающихся входных вершин, если $A \vee B$, $\max(\mu_{Bpr_1^*}(A), \mu_{Bpr_2^*}(B))$;

Мало пересекающихся входных вершин, если $A \wedge B$, $\min(\mu_{Bpr_1^*}(A), \mu_{Bpr_2^*}(B))$;

Похожи множества А и В, если $\mu_{Bpr_1^*}(A) \approx \mu_{Bpr_2^*}(B)$; А и В непохожи, если $\mu_{Bpr_1^*}(A) \neq \mu_{Bpr_2^*}(B)$.

В табл. 2 сформировано множество объектов основе фреймового представления в базе знаний.

Таблица 2 – Фреймовое представление объектов

Объект Bg	
Имя объекта	$Bg_i, i = \overline{1, I}$
Атрибуты объекта	$bg_k = \{bg_k^1, bg_k^2, \dots, bg_k^M\}, k \in [1, K]$
Операции	$O_j(y), j = \overline{1, J}$
Переменные	$z_i, z = \overline{1, Z}$

На основании вышесказанного, осуществим проверку противоречивости типов действий с объектами. Определим множество типов действий.

Введем два непересекающихся множества действий: множество К – множество заведомо противоречивых типов действий и множество Ф – множество непротиворечивых типов действий, а $TD = K \cup \Phi$. Если $\forall O_j \in K, j = \overline{1, J}$, тогда действия с набором объектов B_j являются противоречивыми, а если $\forall O_j \notin K, j = \overline{1, J} \Rightarrow O_j \in \Phi$, тогда действия с набором объектов B_j являются непротиворечивыми. Необходимо проверить, противоречивы ли типы действий, при условии, что объект относится к одной группе правил. Если противоречивы, то необходимо оценить количество пересекающихся вершин входных данных.

Шаг 1. Исходя из модели бизнес-правил, вводим нечеткое множество типов действий $TD_1^* = K_1^* \cup \Phi_1^*$ и $TD_2^* = K_2^* \cup \Phi_2^*$ для первого и второго типов правил соответственно, а также противоречивые действия $\forall O_j \in K_1^*, j = \overline{1, J}, \forall O_i \in K_2^*, i = \overline{1, I}$ для каждого из бизнес-правил. Обозначим объект Bg, который относится к типу правил Bpr_1^* .

Шаг 2. Построение функции принадлежности для множеств K_1^* и для K_2^* , а именно $\mu_{K_1^*}(Bg)$ и $\mu_{K_2^*}(Bg)$. Построение таких функций проводится исходя из рассуждений, которые приведены ранее

$$\mu_{K_1^*}(Bg) = \left(1 + |O_j - 1|\right)^{-1}, \quad (3)$$

$$\mu_{K_2^*}(Bg) = \left(1 + |O_i - 1|\right)^{-1}. \quad (4)$$

Шаг 3. Сделать вывод о том, насколько велико противоречие, можно исходя из следующих соотношений:

Противоречие слабое, если $\min(\mu_{K_1^*}(Bg), \mu_{K_2^*}(Bg)) = \mu_{K_1^* \cap K_2^*}$

Противоречие сильное, если $\max(\mu_{K_1^*}(Bg), \mu_{K_2^*}(Bg)) = \mu_{K_1^* \cap K_2^*}$.

Очень существенным является определение того факта, являются ли «важными» входные данные A и B для выполнения (т.е. для конечного результата) бизнес – правил Bpr_1^* и Bpr_2^* . Для определения этого предположения вводим нечеткие множества $A^* = \{a_1^*, a_2^*, \dots, a_m^*\}$ и $B^* = \{b_1^*, b_2^*, \dots, b_n^*\}$ и, соответственно, функции принадлежности

$$\mu_{A^*}(C) = (1 + |c_j - 1|)^{-1} \quad (5)$$

и

$$\mu_{B^*}(C) = (1 - |c_j - 1|)^{-1}. \quad (6)$$

Далее проводим сравнение функций принадлежности, на основе ранее приведенных рассуждений.

Алгоритм проверки непротиворечивости бизнес-правил. Разработаем алгоритм проверки непротиворечивости бизнес-правил, который основан на идеях работы [6]. Исходные данные для алгоритма:

- множество бизнес-правил Bpr и множество объектов Bg ;
- пространство T , на котором определены бизнес-правила и объекты;
- заданные ограничения в виде функции принадлежности $g : Bpr_1 \times Bpr_2 \rightarrow \{0, 1\}$
- множество дужек (T, Bpr, Bg) .

Необходимо проверить противоречивость входных данных бизнес-правил и атрибутов объектов.

Предлагаемый алгоритм основывается на результатах работы [6] и называется алгоритмом вычеркивания дужек третьего порядка и состоит в следующем.

1. Исходные данные алгоритма составляет четверка $\langle T, Bpr, Bg, g \rangle$ с целочисленной функцией g .

2. Выбрать число $\varepsilon < \frac{1}{2|Bg|}$; для каждого $t \in T$ определить множество

$K(t) = K$; выполнить эквивалентное преобразование функции g в

ε -согласованную; найти максимальное число c , не превосходящее

$$\sum_{t' \in Bg} \max_{k \in K, k' \in K} g((t, k), (t', k')).$$

3. Найти бизнес-правило $Bpr_i \in T$, для которого $|K(Bpr_i)| > 1$; если такого объекта нет, то перейти на п.5.

4. Для каждой метки $k^* \in K(Bpr_i)$

{ выполнить над функцией g фиксирование вершины (k^*, Bpr_i) , результат которого запомнить как g' ;

преобразовать функцию g' в эквивалентную ей ε -согласованную функцию g'' ;

если $\sum_{t' \in Bg} \max_{k \in K, k' \in K} g''((Bpr_i, k), (Bpr_j, k')) > c$, то выполнить

{ $K(Bpr_i) = \{k^*\}$;

$g = g''$;

перейти на п.3;

} }

5. Закончить работу алгоритма. Работа алгоритма заканчивается, когда будут вычеркнуты все дужки или какая-либо из дужек останется не вычеркнутой.

Таким образом, алгоритм проверяет противоречивы или нет бизнес-правила и атрибуты объекта. Если между бизнес-правилами и атрибутами объекта не осталось не вычеркнутых дужек, тогда они противоречивы, а если после окончания работы алгоритма все дужки оказались вычеркнутыми, то непротиворечивы.

Сравнительная оценка подходов к верификации с использованием классической и нечеткой логики. Особенности применения аппаратов четкой и нечеткой логики к построению методов верификации бизнес-правил заключается в следующем:

- при верификации правил, точные рассуждения рассматриваются как частный случай нечетких рассуждений;
- в соответствии с предлагаемым в работе подходом каждое правило интерпретируется как набор гибких или нечетких ограничений на наборе нечетких переменных;
- логический вывод рассматривается как процесс распространения нечетких ограничений;
- обобщение четких правил-ограничений, представленных в [2] может требовать из фазификации.

Нечеткая логика использует некоторые численные параметры для того, чтобы оценивать ошибку и скорость изменения ошибки, но точные значения этих величин обычно не требуется.

Основное отличие подходов к верификации с использованием четкой и нечеткой логики видно еще при постановке задачи. При построении метода верификации правил бизнес-процесса с использованием входных параметров и типов действий [2] исходными данными является определенный набор бизнес-правил у которых имеются пересекающиеся множества входных данных.

Выводы. В статье предложен подход к верификации бизнес-правил с использованием лингвистических переменных в задачах интеллектуального анализа процессов. Предлагаемый подход учитывает влияние неформализованных (или слабоформализованных) факторов, вызывающих отклонение в ходе выполнения процесса.

Дальнейшее развитие данного подхода связано с верификацией отдельных фрагментов процесса и, в дальнейшем, всего процесса в целом. Разработанный подход позволяет выявить ошибки при реорганизации бизнес-процесса во время его выполнения. Достоинством подхода является то, что он учитывает нечеткости и неопределенности в исходных данных и тем самым расширяет сферу применения разработанных методов верификации.

В рамках предлагаемого подхода разработан алгоритм проверки непротиворечивости правил, который создает возможности для реализации предлагаемого подхода к верификации в программных продуктах.

Список литературы: 1. *Van der Aalst, Wil M. P.* Trends in Business Process Analysis: From Verification to Process Mining // Proceedings of the 9th International Conference on Enterprise Information Systems «ICEIS 2007». – Portugal: Institute for Systems and Technologies of Information, Control and Communication, 2007. – P. 12–22. 2. *Чалый С. Ф.* Оценка непротиворечивости правил бизнес-процесса на основе проверки наборов входных и выходных данных / С. Ф. Чалый, А. А. Кривчикова // Бионика Интеллекта. – 2011. – №1. – С. 79–83. 3. *Wil M. P.* Process Mining Discovery, Conformance and Enhancement of Business Processes / Wil M. P., Van der Aalst – Springer, New York – 2011. – 352 p. 4. *Boudewijn van Dongen* Process Mining and Verification / Boudewijn van Dongen – Stellingen, Eindhoven, 2007. – 263 p. 5. *Левыкин В. М.* Логическая модель представления бизнес-процесса для решения задач интеллектуального анализа процессов / В. М. Левыкин, С. Ф. Чалый, А. А. Кривчикова [и др.] // Бионика Интеллекта. – 2010. – №1. – С. 24–29. 6. *Шлезингер М. И.* Оптимизационные задачи разметки и их эквивалентные преобразования / М. И. Шлезингер, К. В. Антонюк, Е. В. Водолазский // Управляющие системы и машины. – 2011, № 2. – с. 55-70.

Поступила в редколлегию 06.11.2012.

УДК 519.7

Д. А. ПОЛЯКОВ, аспирант ХНУРЭ, Харьков

О ПОСТРОЕНИИ АЛГЕБРО-ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЛОВООБРАЗОВАНИЯ МОТИВИРОВАННЫХ ПРЕФИКСАЛЬНО-СУФФИКСАЛЬНЫХ НАРЕЧИЙ РУССКОГО ЯЗЫКА

В данной работе рассмотрена часть системы словообразования наречий, а именно предлагается формализованная модель словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий русского языка, построенная на языке алгебры конечных предикатов (АКП). Предлагаемая модель позволяет определять словообразовательные структуры и свойства мотивированных префиксально-суффиксальных наречий с одной мотивирующей основой, мотивация которых является единственной, в зависимости от структуры и свойств мотивирующих слов.

Ключевые слова: алгебра конечных предикатов, система словообразования наречий, мотивированные префиксально-суффиксальные наречия, мотивирующая основа, словообразовательная структура, семантический анализ, естественный язык.

У даній роботі розглянута частина системи словотворення прислівників, а саме пропонується формалізована модель словотворення мотивованих префіксально-суфіксальних прислівників російської мови, побудована на мові алгебри скінчених предикатів (АСП). Запропонована модель дозволяє визначати словотворчі структури і властивості мотивованих префіксально-суфіксальних прислівників з однією мотивуючою основою, мотивація яких є єдиною, в залежності від структури і властивостей мотивуючих слів.

Ключові слова: алгебра скінчених предикатів, система словотворення прислівників, мотивовані префіксально-суфіксальні прислівники, мотивуюча основа, словотворча структура, семантичний аналіз, природна мова.

In this paper we consider the part of the of word formation of adverbs, namely the proposed formalized model of word formation motivated prefixal-suffixed adverbs of the Russian language, based on the language of algebra finite predicates (AFP). The proposed model allows us to determine the structure and properties of word formation motivated adverbs prefixal-suffixed with a motivational basis, the motivation of which is unique, depending on the structure and properties of the motivational words.

Keywords: algebra of finite predicates, the system of word formation of adverbs, adverbs prefixal-suffixed motivated, motivating basis derivational structure, semantic analysis, natural language.

Введение. Данная статья является логическим продолжением цикла статей [1-3]. Отличием данной работы от предыдущих является рассмотрения построения модели словообразования префиксально-суффиксальных наречий русского языка. Рассмотренный в данной работе способ словообразования является одним из наиболее распространенных в русском языке, что и определило их выбор, помимо префиксального и суффиксального, рассмотренных в работах [1–2]. Вместе эти три способа образуют группу, благодаря которой образуется подавляющее число наречий русского языка.

© Д. О. Поляков, 2013

Для построения данной модели используется АКП, как и в предыдущих работах [1–3], т.к. этот математический аппарат наилучшим образом подходит для формализации правил словообразования.

Цель статьи состоит в разработке модели словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий русского языка.

Основная часть. За основу для построения модели словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий русского языка возьмем правила словообразования данного типа наречий, приведенные в §§ 994–1025 из [4]. В указанных параграфах приводятся правила словообразования префиксально-суффиксальных наречий, мотивированных рилагательными, существительными, числительными, глаголами, наречиями.

Для построения модели на базе [4] необходимо выделить и описать факторы, характеристики, оказывающие непосредственно влияния на процесс словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий. Кроме того, необходимо выделить и классифицировать те свойства и характеристики, которыми обладают мотивированные префиксальные наречия. В качестве ключевых характеристик исследуемой системы можно выделить следующие предметные переменные:

x_1 – вид слов, связанных отношением мотивации, со значениями: 1 – мотивирующее, 2 – мотивированное;

x_2 – способ словообразования: 1 – суффиксальный, 2 – префиксальный, 3 – префиксально-суффиксальный;

x_3 – самостоятельная часть речи, со значениями: 1 – имя существительное, 2 – имя прилагательное, 3 – имя числительное, 4 – глагол, 5 – наречие;

x_4 – орфографическое представление префиксального морфа;

x_5 – морфофонематическое представление префиксального морфа;

x_6 – орфографическое представление суффиксального морфа;

x_7 – морфофонематическое представление суффиксального морфа;

x_8 – значение слова: 1 – значение признака слова мотивирующей части речи и значение наречия как части речи; 2 – значение отношения к предмету, явлению; 3 – так, как свойственно тому, что названо мотивирующей основой слова; 4 – относительное; 5 – обозначают свойственность тому, что названо основой мотивирующего слова; 6 – обозначают тот же признак, что и мотивирующее слово, но с оттенком усиления; 7 – обозначают признак, характеризующийся отношением к предмету, явлению, названному мотивирующим словом; 8 – обозначают увеличение во столько раз, сколько названо мотивирующим словом; 9 – присущее мотивирующему слову значение процессуального признака и значение наречия как части речи; 10 – обозначают ослабленную степень признака, названного мотивирующим

словом; 11 – обозначают некоторое усиление признака с различными экспрессивными оттенками; 12 – имеют усилительно-ласкательное значение; 13 – имеют экспрессивное ласкательное значение; 14 – отрицательное; 15 – обозначают направленность к признаку, названному мотивирующим словом; 16 – обозначают временную отнесенность к признаку, названному мотивирующим словом; 17 – обозначают доведенность до признака, названного мотивирующим словом; 18 – обозначают исхождение (во времени или пространстве) от признака, названного мотивирующим словом; 19 – называет слабый по степени проявления признак; 20 – счетное; 21 – присущее мотивирующему слову значение очередности при счете + значение наречия как части речи; 22 – значение цвета; 23 – обозначают оттенок цветового признака; 24 – обозначают похождение от признака, названного мотивирующим словом; 25 – обозначают исхождение от признака, названного мотивирующим словом; 26 – признак, характеризующийся отнесенностью к тому, что названо мотивирующим словом; 27 – локализацию признака по знач. мотивирующего слова (все – как ответ на вопрос "где?"); 28 – обозначают признак группы лиц в соответствии с количеством, названным мотивирующим словом; 29 – обозначают признак как увеличение или уменьшение во столько раз, сколько названо мотивирующим словом; 30 – признак по разделенности на столько частей, сколько названо мотивирующим словом; 31 – степень проявления признака в соответствии со значением мотивирующего слова; 32 – признак по отсутствию действия, названного мотивирующим словом; 33 – исхождение от действия, названного мотивирующим словом; 34 – тот же признак, что и мотивирующее слово, но проявляемый неоднократно или относящийся ко многим; 35 – стилистическое снижение синонима мотивирующего слова; 36 – обозначают признак, характеризующийся неосуществленностью действия, названного мотивирующим словом; 37 – значение наречия как части речи + значение процессуального признака, конкретизируемое в первом компоненте сложения; 38 – обозначает внешний признак, свойственный тому, что названо мотивирующим словом; 39 – обозначает повторяемость столько раз, сколько названо мотивирующим словом; 40 – разговорный или просторечный синоним мотивирующего слова; 41 – обозначает значение отвлеченного действия; 42 – значение наречия как части речи + значение процессуального признака;

x_9 – продуктивность, принимает значения: 1 – продуктивен, 2 – высокопродуктивен, 3 – непродуктивен;

x_{10} – ударение, со значениями: 1 – на суффиксе; 2 – на первом слоге суффикса; 3 – на втором слоге суффикса; 4 – на корне; 5 – на том же слоге, что и в исходной форме мотивирующего слова; 6 – на том же слоге, что и в основе мотивирующего слова; 7 – как в форме творительного падежа мотивирующего слова; 8 – как в форме винительного падежа мотивирующего

слова; 9 – как в форме предложного падежа мотивирующего слова; 10 – как в форме дательного падежа мотивирующего слова; 11 – на предсуффиксальном слого; 12 – на предпоследнем слого; 13 – на префиксе; 14 – на флексии; 15 – как в отглагольных существительных с суффиксом -к- и флексией (а); 16 – на основе; 17 – на последнем слого; 18 – на том же слого, что и в мотивирующем слове; 19 – на мотивирующей части; 20 – в полных формах на флексии; 21 – во всех формах на основе; 22 – переносится в кратких формах прилагательного с основы на флексию; 23 – как в исходной форме мотивирующего слова; 24 – на первом слого;

x_{11} – область применения: 1 – официальная речь; 2 – художественная речь; 3 – старая народная речь; 4 – фольклор; 5 – разговорная речь; 6 – просторечие;

x_{12} – разряд прилагательного: 1 – качественное; 2 – относительное; 3 – притяжательное;

x_{13} – форма качественного прилагательного: 1 – полная; 2 – краткая;

x_{14} – род слова: 1 – мужской; 2 – женский; 3 – средний;

x_{15} – вид слова по виду расположения в словообразовательной цепочке: 1 – немотивированное, 2 – мотивированное;

x_{16} – вид мотивационного отношения: 1 – непосредственная, 2 – опосредованная;

x_{17} – числительное: 1 – один; 2 – два; ...;

x_{18} – способ употребления: 1 – препозитивно рядом с формами мотивирующих прилагательных; 2 – с наречиями на -о, мотивированными теми же прилагательными; 3 – непосредственно перед мотивирующим глаголом с целью усиления; 4 – рядом с прилагательными, обозначающими цвет; 5 – после наречий на -о, мотивированными теми же прилагательными;

x_{19} – вид глагола: 1 – совершенный; 2 – несовершенный;

x_{20} – историческое происхождение слова: 1 – исконно русское;

x_{21} – финаль;

x_{22} – вид финали: 1 – отсекаемая; 2 – не отсекаемая;

x_{23} – смежная часть речи, со значениями: 1 – причастие, 2 – деепричастие, 3 – местоименное прилагательное, 4 – местоименное числительное, 5 – отглагольное существительное;

x_{24} – склонение: 1 – первое; 2 – второе; 3 – третье;

x_{25} – отношение омонимии: 1 – есть; 2 – нет;

x_{26} – падеж: 1 – именительный; 2 – родительный; 3 – дательный; 4 – винительный; 5 – творительный; 6 – предложный;

x_{27} – число: 1 – единственное; 2 – множественное;

x_{28} – разряд числительного: 1 – количественное; 2 – собирательное; 3 – порядковое;

x_{29} – слово: 1 – много.

Используя введенные переменные и указанные выше правила словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий, в математическом виде исследуемую зависимость можно записать в виде системы из предикатных уравнений (1)–(69), имеющей следующий вид (в привязке к параграфам из [4]):

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (1)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (2)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (3)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (4)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (5)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (6)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (7)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (8)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (9)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (10)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (11)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6^6 x_7^7 x_8^8 x_9^9 x_{10}^{10} x_{11}^{11} x_{12}^{12} x_{13}^{13} x_{14}^{14} x_{15}^{15} x_{16}^{16} = x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5^{no} x_6^{jnoj} (x_{6,1}^{omy} \vee x_{6,1}^{eny}) x_{7,1}^{[omy]} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{11}^2 x_{12}^5; \quad (12)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{19} x_{12}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{no} x_5^{j|o|} x_{6,1}^{o|} x_{7,1}^{o|} x_8^1 x_{11}^6 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (13)$$

$$x_1^1 x_3^2 \left(x_{6,1}^n \vee x_{6,1}^{oo} \vee x_{6,1}^m \right) x_{10}^{20} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^1 x_{7,1}^{j|o|} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (14)$$

$$x_1^1 x_3^2 \left(x_{6,1}^u \vee x_{6,1}^{oo} \vee x_{6,1}^m \right) x_{10}^{21} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^1 x_{7,1}^{j|o|} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (15)$$

$$x_1^1 x_3^2 \left(x_{6,1}^u \vee x_{6,1}^{oo} \vee x_{6,1}^m \right) x_{10}^{22} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^1 x_{7,1}^{j|o|} x_8^1 x_9^1 \left(x_{10}^2 \vee x_{10}^{18} \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (16)$$

$$x_1^1 x_2^3 x_5^1 x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_5^1 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) x_{6,1}^e x_{7,1}^e x_8^1 x_9^3 \left(x_{10}^2 \vee x_{10}^4 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (17)$$

$$x_1^1 x_2^3 x_2^4 x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_5^1 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) x_{6,1}^e x_{7,1}^e x_8^1 x_9^3 \left(x_{10}^2 \vee x_{10}^4 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (18)$$

$$x_1^1 x_3^3 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_{6,1}^u x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (19)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^u x_{7,1}^{j|o|} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (20)$$

$$x_1^1 x_3^3 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^{15} x_9^3 x_{10}^4 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (21)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{20} x_{10}^{14} x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^{ux} \vee x_{6,1}^{bx} \right) x_{7,1}^{j|o|} x_8^{21} x_9^3 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (22)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{20} x_{10}^5 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^{ux} \vee x_{6,1}^{bx} \right) x_{7,1}^{j|o|} x_8^{21} x_9^3 x_{10}^6 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (23)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} \left(x_{6,1}^a \vee x_{6,1}^r \right) x_{7,1}^{j|o|} x_8^{17} \left(x_9^4 x_{11}^2 \vee x_9^3 x_{11}^2 \right) \left(x_{10}^1 \vee x_{10}^{13} \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (24)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^4 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^1 x_9^3 x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (25)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{22} x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^a \vee x_4^c \right) x_5^{j|o|} \left(x_{6,1}^a \vee x_{6,1}^r \right) x_{7,1}^{j|o|} x_8^{23} \left(x_9^3 x_{11}^2 \vee x_9^1 x_{11}^2 \right) x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (26)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{22} x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^a \vee x_4^c \right) x_5^{j|o|} \left(x_{6,1}^a \vee x_{6,1}^r \right) x_{7,1}^{j|o|} \left(x_8^1 \vee x_8^{18} \right) x_9^3 x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (27)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{6,1}^{oo} x_8^{22} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^1 \left(x_9^3 x_{11}^2 \vee x_9^1 x_{11}^2 \right) x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (28)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{22} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^1 \left(x_9^3 x_{11}^2 \vee x_9^1 x_{11}^2 \right) x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (29)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{22} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^1 \left(x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^1 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \right) x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (30)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_8^{22} x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^o x_{7,1}^{o|} x_8^1 \left(x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^1 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \right) x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (31)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^e x_{7,1}^{e|} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (32)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{j|o|} x_5^{j|o|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} x_8^1 x_9^1 x_{10}^2 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (33)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^c \vee x_4^{co} \right) x_5^{j|o|} x_{6,1}^a x_{7,1}^{a|} \left(x_8^1 \vee x_8^{25} \right) x_9^3 \left(x_{10}^1 \vee x_{10}^4 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (34)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^c \vee x_4^{co} \right) x_5^{j|o|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} x_8^{25} x_9^3 x_{10}^4 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (35)$$

$$x_1^1 x_3^2 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^{cb} x_5^{j|o|} x_{6,1}^a x_{7,1}^{a|} \left(x_8^1 \vee x_8^{25} \right) x_9^3 x_{10}^{13} x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (36)$$

$$x_1^1 x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{15} x_9^3 x_{10}^8 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (37)$$

$$x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{26}^4 x_{27}^1 = x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{15} x_9^3 x_{10}^8 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (38)$$

$$x_1^1 x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{41} \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{16}^1 = x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{26} \left(x_9^1 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \right) x_{10}^8 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (39)$$

$$x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{41} \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{26}^4 x_{27}^1 = x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{j|} \vee x_4^e x_5^{j|o|} \right) \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{26} \left(x_9^1 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \right) x_{10}^8 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (40)$$

$$x_1^1 x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{ocmb} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{16}^1 = x_2^3 x_3^5 x_4^{na} x_5^{j|o|} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{15} x_9^3 x_{10}^8 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (41)$$

$$x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{ocmb} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{26}^4 x_{27}^1 = x_2^3 x_3^5 x_4^{na} x_5^{j|o|} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{15} x_9^3 x_{10}^8 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (42)$$

$$x_1^1 x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{ocmb} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{41} \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{16}^1 = x_2^3 x_3^5 x_4^{na} x_5^{j|o|} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{y|} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{26} \left(x_9^1 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \right) x_{10}^8 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (43)$$

$$x_3^1 \left(x_{6,1}^{k(a)} \vee x_{6,1}^{v(a)} \vee x_{6,1}^{ocmb} \vee x_{6,1}^{\otimes} \right) x_8^{41} \left(x_{14}^1 \vee x_{14}^2 x_{24}^3 \right) x_{15}^1 x_{26}^4 x_{27}^1 =$$

$$= x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{na} x_6^{|na|} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^{\emptyset} \right) x_8^{26} \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) \vee x_9^3 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{10}^8 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (44)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^e x_{7,1}^{|e|} \vee x_{6,1}^u x_{7,1}^{|u|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (45)$$

$$x_3^1 x_{26}^6 = x_2^3 x_3^5 x_4^5 \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^e x_{7,1}^{|e|} \vee x_{6,1}^u x_{7,1}^{|u|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (46)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^4 x_3^6 x_4^5 \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee \left(x_{6,1}^{|ax|} \vee x_{6,1}^{|ax} \right) x_{7,1}^{|ax|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (47)$$

$$x_3^1 x_{26}^6 = x_2^4 x_3^6 x_4^5 \left(x_{7,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee \left(x_{6,1}^{|ax} \vee x_{6,1}^{|ax} \right) x_{7,1}^{|ax|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (48)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{no} x_6^{|no|} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^e x_{7,1}^{|e|} \vee x_{6,1}^u x_{7,1}^{|u|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (49)$$

$$x_1^1 x_{26}^3 = x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{no} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^e x_{7,1}^{|e|} \vee x_{6,1}^u x_{7,1}^{|u|} \right) x_8^{26} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{25}^1; \quad (50)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{14}^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{ao} x_6^{|ao|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{17} x_9^3 \left(x_{10}^4 \vee x_{10}^{13} \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (51)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{27} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (52)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{25} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (53)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^u x_{7,1}^{|u|} x_8^{27} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (54)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{15} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (55)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 \left(x_{17}^2 \vee x_{17}^3 \vee \dots \vee x_{17}^{10} \right) x_{28}^2 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} \left(x_{6,1}^{au} \vee x_{6,1}^{eu} \right) x_{7,1}^{|au|} x_8^{28} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (56)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 \left(x_{17}^2 \vee x_{17}^3 \vee \dots \vee x_{17}^{10} \right) x_{28}^2 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} \left(x_{6,1}^o \vee x_{6,1}^e \right) x_{7,1}^{|o|} x_8^{29} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (57)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 \left(x_{17}^2 \vee x_{17}^3 \right) x_{28}^2 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{na} x_6^{|na|} \left(x_{6,1}^o \vee x_{6,1}^e \right) x_{7,1}^{|o|} x_8^{30} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (58)$$

$$x_1^1 \left(x_{23}^4 \vee x_{29}^1 \right) x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{na} x_6^{|na|} \left(x_{6,1}^o \vee x_{6,1}^e \right) x_{7,1}^{|o|} x_8^{31} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (59)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_4^4 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{|e|} \vee x_4^u x_5^{|u|} \right) x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{42} x_9^3 x_{10}^9 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (60)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 \left(x_4^e x_5^{|e|} \left(x_{6,1}^{ax} \vee x_{6,1}^{ax} \right) x_{7,1}^{|ax|} \vee x_4^u x_5^{|u|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \right) x_8^{42} x_9^3 x_{10}^9 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (61)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{36} x_9^3 x_{10}^9 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (62)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{ao} \left(x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} \vee x_{6,1}^a x_{7,1}^{|a|} \right) x_8^{17} x_9^3 x_{10}^9 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (63)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{33} x_9^3 x_{10}^9 \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (64)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^4 x_3^5 x_4^5 x_5^{no} x_{6,1}^y x_{7,1}^{|y|} x_8^{34} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (65)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^{\emptyset} x_{7,1}^1 x_8^{34} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (66)$$

$$x_1^1 x_2^2 x_3^4 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^{\emptyset} x_8^{42} \left(x_{11}^2 \vee x_{11}^5 \right) x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (67)$$

$$x_1^1 x_3^1 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^{\emptyset} x_8^{36} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1; \quad (68)$$

$$x_1^1 x_{23}^5 x_{16}^1 = x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^5 x_5^{|e|} x_{6,1}^{\emptyset} x_8^{36} x_9^3 x_{10}^9 x_{15}^2 x_{16}^1. \quad (69)$$

Выводы. В данной работе построена вторая часть системы словообразования наречий, а именно предложена формализованная модель словообразования мотивированных суффиксальных наречий русского языка, построенная на языке АКП. Первая часть данной модели приведена в работе [1], вторая в работе [2]. Построенная модель позволяет определять словообразовательные структуры и свойства, мотивированных префиксально-суффиксальных наречий с одной мотивирующей основой, мотивация которых является единственной, в зависимости от структуры и свойств мотивирующих слов.

Следующим этапом планируется проведение комплексного анализа моделей, приведенных в работах [1], [2], а также в текущей работе. Это позволит выявить закономерности, присутствующие в словообразовании мотивированных наречий русского языка.

Список литературы: 1. Поляков Д. А. О построении базовой алгебро-логической модели словообразования мотивированных префиксальных наречий русского языка // Системы управління, навігації та зв'язку. – Х. : ХУПС, 2012, 1(21), т.2. – С. 209–212. 2. Поляков Д. А. О построении базовой алгебро-логической модели словообразования мотивированных суффиксальных наречий русского языка // Збірник наукових праць ХУПС. – Х. : ХУПС, 2012, 4(33). – С. 188–191. 3. Шабанов-Кушнарченко С. Ю., Поляков Д. А., Петрова Л. Г. О построении базовой алгебро-логической модели образования наречий русского языка // Системы обробки інформації. – Х. : ХУПС, 2011, 5(95). – С. 143–146. 4. Шведова Н.Ю. и др. Русская грамматика, т.1; Академия наук русского языка. Институт русского языка. – М. : Наука, 1980. – 789 с. 5. Бондаренко М. Ф., Шабанов-Кушнарченко Ю. П. Теория интеллекта. Учебник. – Х. : СМІТ, 2007. – 576 с. 6. Широков В. А. Феноменология лексикографічних систем. К. : Наукова думка, 2004. – 327 с. 7. Бондаренко М. Ф., Шабанов-Кушнарченко Ю. П. Об алгебре предикатов // Бионика интеллекта. – 2004. – № 1. – с. 4–15. 8. Бондаренко М. Ф., Осыка А. Ф. Автоматическая обработка информации на естественном языке: Учеб. пособие. – К. : УМК ВО, 1994. – 144 с. 9. Марчук Ю. Н. Лингвистическая прагматика и общение с ЭВМ.; Отв. ред. Ю. Н. Марчук. – М., 1989. – 142 с.

Надійшла до редколегії 29.11.2012

В. Є. СОКОЛ, асистент, каф. «АСУ», НТУ «ХПІ»;
М. В. ТКАЧУК, д-р техн. наук, проф., проф. каф. «АСУ» НТУ «ХПІ»

РОЗРОБКА ТА ЗАСТОСУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ЗАСОБУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ІТ-ІНФРАСТРУКТУРОЮ УНІВЕРСИТЕТУ (НА ПРИКЛАДІ НТУ «ХПІ»)

Розглянуто проблему оцінки ефективності застосування систем управління інформаційно-технологічними послугами (СУІП) із урахуванням наявності багатокритеріальних альтернатив. Із застосуванням Web-технологій розроблено інструментальний засіб, який дозволяє практичне використання комплексної методики для кількісної оцінки ефективності впровадження різних конфігурацій модулів типової СУІП. Працездатність цього підходу перевірено на реальному прикладі опрацювання даних щодо можливого впровадження СУІП для управління ІТ-інфраструктурою НТУ «Харківський політехнічний інститут».

Ключові слова: статистичні дані, обробка, клас, класифікація, соціологічне опитування, алгоритм.

Рассмотрена проблема оценки эффективности применения систем управления информационно-технологическими услугами (СУИТ) с учетом наличия многокритериальных альтернатив. С применением Web-технологий разработано инструментальное средство, которое позволяет практическое использование комплексной методики для количественной оценки эффективности внедрения различных конфигураций модулей типовой СУИТ. Работоспособность этого подхода проверена на реальном примере обработки данных относительно возможного внедрения СУИТ для управления ИТ-инфраструктурой НТУ «Харьковский политехнический институт».

Ключевые слова: системы УИТ, ИТ-инфраструктура, прецедент, эффективность, управление проблемами.

The effectiveness estimation problem of IT-services management (ITSM) systems with respect to multi-criteria alternatives is considered. Using Web-technologies a tool is developed, which allows to apply a complex method to quantitative estimation of several ITSM-system's module configurations. Serviceability of given approach is tested on the real example to process data concerning possible ITSM-system's usage to manage IT-infrastructure of NTU "Kharkov Polytechnic Institute".

Keywords: ITSM - systems, IT infrastructure, precedent, efficiency, problem management.

1. Вступ. Актуальність та мета дослідження. Проблеми формування та розвитку інфраструктури інформаційних технологій (або ІТ-інфраструктури) сучасних підприємств та організацій, і, зокрема, розробка та впровадження нового класу автоматизованих систем управління, а саме: систем управління інформаційно-технологічними послугами (СУІП) стало одним із актуальних напрямів досліджень в ІТ-галузі [1–3]. Зважаючи на значну складність їх архітектури та функціональності, як це показано в [4,5], важливою задачею є розробка підходів щодо оцінки ефективності впровадження таких систем в різних організаціях та на підприємствах.

© В. Є. Сокол, М. В. Ткачук, 2013

Зокрема, в роботі [5] запропоновано комплексну методику оцінки ефективності впровадження СУІП в умовах багатокритеріальних альтернатив і розроблено математичне та інформаційне забезпечення для вирішення цієї проблеми. При цьому відповідні алгоритми та моделі даних подані у досить загальному вигляді, зокрема, із застосуванням онтологічних специфікацій для опису предметної області застосування СУІП, яка підлягає процедурі оцінки її ефективності, та із формалізованим визначенням різних схем впровадження окремих функціональних модулів цих систем [5].

Метою дослідження даної роботи є розробка інструментального засобу, який дозволяє практичне використання запропонованої раніше комплексної методики оцінки ефективності впровадження СУІП та дослідження її працездатності на реальному прикладі вирішення цієї проблеми для організації із розвинутою ІТ-інфраструктурою. Типовим представником такої організації, зокрема, можна вважати сучасний університет III–IV рівня акредитації, і тому у даній статті в подальшому в якості предметної області дослідження обрано ІТ-інфраструктуру НТУ «Харківський політехнічний інститут» (www.kpi.kharkov.ua).

2. Аналіз деяких особливостей ІТ-інфраструктури університету на прикладі НТУ «ХПІ». У відповідності із запропонованим в роботі [5] підходом, на першому етапі вирішення задачі оцінки ефективності застосування СУІП у деякій організації, необхідно провести ретельний аналіз певних показників її інфраструктури, зокрема, таких як: 1) топологія мережевої конфігурації ІТ-інфраструктури; 2) дані щодо її основних типів апаратно-програмних компонентів; 3) опис основних типів проблемних ситуацій (інцидентів), що виникають в системі та причин, які їх зумовлюють та деяких ін. (див. детальніше в [5]).

Велика розмірність та функціональна складність ІТ-структури НТУ «ХПІ» зумовлена топологією її мережевої конфігурації, що представлена у вигляді спрощеної схеми на рис. 1, а також даними, що містяться у табл. 1 (станом на 01.05.2012).

Під час аналізу ІТ-інфраструктури університету було розглянуто основні типи проблемних ситуацій та виникаючих у їх контексті конкретних збоїв, або інцидентів (incident) у термінах стандарту ІТІЛ [2], які виникають у роботі її користувачів і адміністраторів, а також, насамперед, яким чином відбувається їх ідентифікація (див. табл. 2).

Встановлено, що на даний час для управління ІТ-ресурсами не використовується жодної СУІП, а документування інцидентів, причин (тобто проблем, що їх зумовлюють) та методів вирішення лише ведеться частково, в ручному режимі.

Саме тому спеціалістам служби підтримки користувачів у головному обчислювальному центрі (ГОЦ) університету важко відслідковувати відповідні зв'язки між проблемними ситуаціями і причинами їх виникнення, та формувати відповідні рішення щодо їх розв'язання, враховуючи при цьому

вже існуючий досвід пошуку адекватних технічних або організаційних рішень у подібних інцидентах.

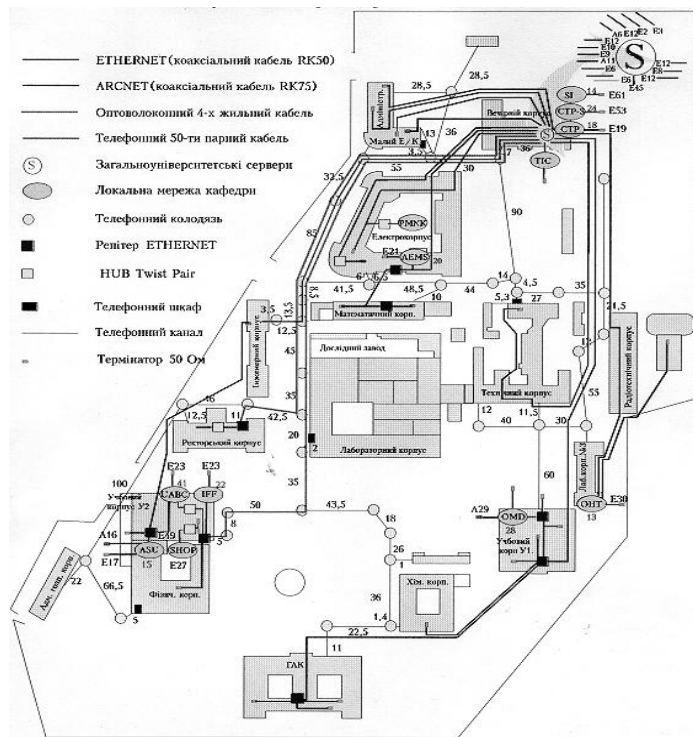


Рис. 1 – Спрощена схема ІТ-інфраструктури НТУ «ХПІ»

Таблиця 1 - Деякі облікові характеристики ІТ – інфраструктури НТУ «ХПІ»

Характеристика	Кількість (од.)
Персональних комп'ютерів, які є підключеними до мережі	1525
Користувачів, які є зареєстровані в мережі	2070
Корпусів (будівель)	23
Серверів (різних типів)	60
Маршрутизаторів	80
Периферійне обладнання	6000
Осіб у службі підтримки	6
Інцидентів на день	3-5

Шляхом аналізу даних щодо ІТ-інфраструктури, проблемних ситуацій та основних інцидентів, які виникають в роботі її користувачів (див. табл.1-2),

були виявлені наявні проблеми функціонування ІТ-інфраструктури та запропоновані можливі варіанти їх вирішення із використанням функціональних модулів типової СУІП, архітектура та деякі особливості застосування яких детально розглянуто в роботах [4,5].

Таблиця 2 - Основні типи інциденти та найчастіші причини їх виникнення

№	Тип інциденту	Причина (проблемна ситуація)
1	Відсутність Інтернету у підрозділі чи на локальному ПК	- вимкнення комутатору; - обрив мережевого кабелю; - вихід з ладу комутаційного обладнання; - неправильні налаштування мережевих пристроїв; - проблеми з ПЗ на локальному ПК.
2	Висока завантаженість процесору ПК при малій кількості активних програм користувача	- наявність комп'ютерних вірусів, - висока ступінь засміченості локального ПК (наявність тимчасових файлів та/або ПЗ, яке не використовується). - висока ступінь фрагментації жорстких дисків ПК).
3	Ускладнення при встановленні нового ПЗ	- наявність комп'ютерних вірусів, - відсутність додаткового (проміжного ПЗ), що є необхідним для його встановлення.
4	Неможливість відправки електронної пошти	- некоректні налаштування локальних серверів (проксі-серверів), - проблема із центральним e-mail сервером.
5	Ускладнення в процесі використання стороннього ПЗ	- відсутність спеціальних налаштувань, - неправильне використання системних сервісів.

Зокрема, до таких модулів належать наступні:

- модуль управління інцидентами (Incident Management), функціональність якого забезпечує підтримку користувачів при вирішенні окремих інцидентів;
- модуль управління конфігураціями (Configuration Management), що дозволяє створювати та підтримувати в актуальному стані інфологічні моделі ІТ-інфраструктури організації;
- модуль управління проблемами (Problem Management), який включає процедури та засоби виявлення та усунення проблемних ситуацій (тобто причин), які зумовлюють виникнення окремих інцидентів в роботі користувачів;

- модуль управління змінами (Change Managment), що забезпечує можливість відстеження та координації змін, що відбуваються в ІТ-інфраструктурі організації;
- підсистема Service Desk, що є функціональною частиною модуля управління інцидентами і яка дозволяє у діалоговому режимі приймати запити користувачів ІТ-послуг та отримання ними відповідної підтримки щодо розв'язання поточних інцидентів.

3. Застосування методики комплексної оцінки ефективності впровадження системи. Згідно методики оцінки ефективності впровадження СУІТП, яка запропонована в роботі [5], на початку процесу її застосування в певній організації необхідно визначити:

а) множини можливих альтернатив послідовності впровадження окремих модулів СУІТП, а саме:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{x_i, i = \overline{1, n}\}. \quad (1)$$

б) множини глобальних та локальних критеріїв, що характеризують ці альтернативи, тобто:

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\} = \{K_j, j = \overline{1, m}\}; \quad (2)$$

$$K_j = \{k_{j1}, k_{j2}, \dots, k_{jq}\} = \{k_{jq}, q = \overline{1, Q}\}. \quad (3)$$

На підставі даних, які були описані в попередньому розділі, для визначення елементів із виразу (1), було обрано чотири можливі альтернативи впровадження конфігурацій модулів СУІТП, які наведені в табл. 3.

Таблиця 3 - Альтернативи для дослідження ефективності

Позначення	Опис альтернативних конфігурацій модулів СУІТП
X_1	Впровадження підсистеми Service Desk та модуля управління інцидентами (Incident Management)
X_2	Впровадження підсистеми Service Desk, модуля управління інцидентами (Incident Management) та модуля управління конфігураціями (Configuration Management)
X_3	Впровадження підсистеми Service Desk, модуля управління інцидентами (Incident Management) та модуля управління змінами (Change Managment)
X_4	Впровадження підсистеми Service Desk, модуля управління інцидентами (Incident Management) та модуля управління проблемами (Problem Management)

На наступному етапі потрібно визначитися з критеріями для кількісної оцінки запропонованих альтернатив та показниками їх ефективності, які входять до множин у виразах (2) – (3). Вони наведені у табл. 4.

Ці критерії та показники їх визначення (метрики) взяті з [6], як такі, що є рекомендованими для загального процесу оцінки ефективності управління ІТ-інфраструктурою підприємств. Для подальшого застосування цього підходу необхідно мати відповідний програмний інструментарій, деякі питання розробки якого обговорюються в наступному розділі цієї статті.

Таблиця 4 - Критерії для дослідження ефективності

Позначення глобальних та локальних критеріїв	Семантика показників виміру критеріїв та їх цільові значення	Небезпечне значення	Ефективне значення	Можливе значення
K_1	Ефективне управління інцидентами			
k_{11}	Середній час вирішення інциденту $\rightarrow \min$	>30 хв.	20хв.	9999хв.
k_{12}	Відсоток інцидентів вирішених про активно $\rightarrow \max$	0%	15%	0-100%
k_{13}	Відсоток інцидентів вирішуються на першому рівні підтримки $\rightarrow \max$	<65%	85%	100%
k_{14}	Відсоток інцидентів, що є вирішеними з першого разу $\rightarrow \max$	<75%	90%	100%
K_2	Ефективне управління проблемами			
k_{21}	Загальне число інцидентів(од.) $\rightarrow \min$	200	100	999
k_{22}	Відношення кількості вирішених проблем до загальної кількості проблем(%) $\rightarrow \max$	<10%	25%	0-100%
k_{23}	% інцидентів, які не вдалося пов'язати з проблемою $\rightarrow \min$	40%	25%	0-100%
K_3	Якість підтримки користувача			
k_{31}	Ступінь задоволеності клієнтів $\rightarrow \max$	<3	4	0-5
k_{32}	Число порушень SLA $\rightarrow \min$	35%	15%	0-100%
k_{33}	Число послуг, які не покриваються SLA $\rightarrow \min$	<35%	25%	0-100%

4. Розробка програмного прототипу інструментального засобу. Для проектування програмного забезпечення (ПЗ) інструментального засобу, що має реалізувати запропоновану методику, було обрано мову системного моделювання UML 2.0 [7], зокрема, на рис. 2 представлена діаграма варіантів його використання. З неї видно, що користувач системи буде мати наступні

можливості для визначення оцінки ефективності впровадження певної СУІП:

- управління альтернативами;
- управління критеріями;
- управління оцінками;
- управління процесом обчислення оцінок ефективності різних альтернатив та формування відповідних звітів.

Діаграма основних класів ПЗ, що вони мають забезпечити потрібну функціональність інструментального засобу, представлена на рис. 3.

- клас `UserDataForm`: це інтерфейс, який забезпечує безпосередню взаємодію системи з її користувачами;
- клас `Alternative`: у ньому реалізовані методи для роботи з альтернативами, тобто можливість додавати, видалити та редагувати дані щодо окремої альтернативи;
- клас `Criterion`: він імплементує ті ж самі функції щодо множин глобальних та локальних критеріїв;
- клас `CalculationEfficiency`: у ньому виконується обчислення відповідних оцінок ефективності.

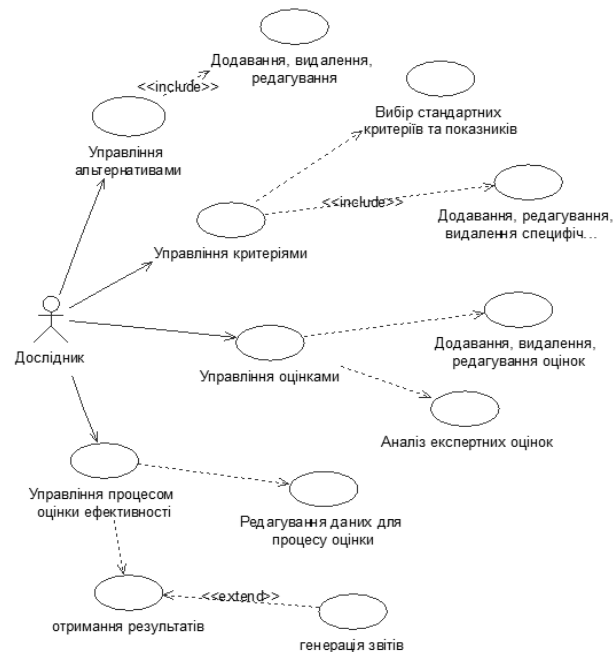


Рис. 2 – Діаграма варіантів використання розробленого ПЗ

Фрагмент діалогового інтерфейсу користувача, а саме – діалогове вікно для введення даних про окремі альтернативи, показано на рис.4.

За допомогою цього інструментарію, продовжуючи застосування методики оцінки ефективності впровадження СУІП (див. розділ 3), було обчислено тестовий приклад визначення ефективності впровадження альтернативних конфігурацій модулів СУІП.

5. Тестовий приклад та аналіз отриманих результатів. Для всіх альтернатив, що представлені в табл. 3, виставляються експертні оцінки по кожному з критеріїв, які визначені виразами (2)–(3).

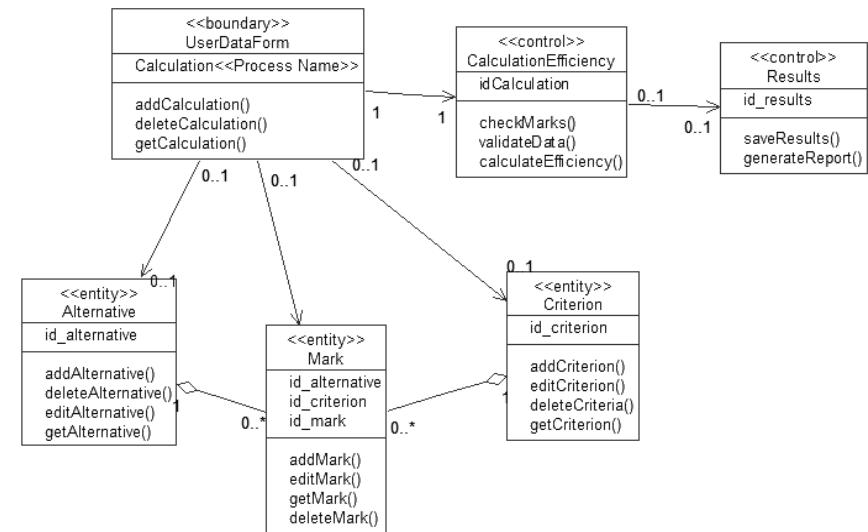


Рис. 3 – Діаграма класів ПЗ

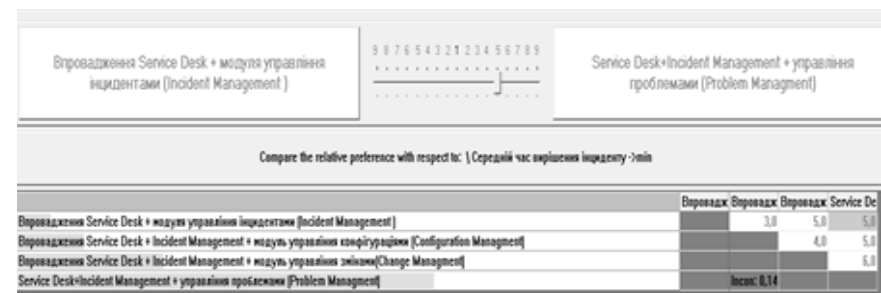


Рис. 4 – Діалогове вікно для введення даних

Наприклад, оцінка 10 для альтернативи X_2 по критерію k_{14} (див. табл. 4) показує, що впровадження підсистеми Service Desk та модулю управління інцидентами допоможе підняти показник відсотка інцидентів, які вирішуються на першому рівні підтримки, до його ефективного значення 90% (див. табл. 4). Отримані у такій спосіб результати виставлення оцінок експертами наведені у табл.5

На наступному етапі застосування запропонованого підходу за допомогою методу попарних порівнянь були визначені коефіцієнти відносної важливості окремих критеріїв, які показані в табл. 6.

Таблиця 5 - Таблиця оцінок альтернатив по критеріям

	K_1 :Ефективне управління інцидентами → opt			
	k_{11} (opt =20м)	k_{12} (15%)	k_{13} (85%)	k_{14} (90%)
X_1	5	5	5	6
X_2	6	7	6	6
X_3	5	5	5	6
X_4	7	6	8	7
	K_2 :Ефективне управління проблемами → opt			
	k_{21} (opt =100)	k_{22} (25%)	k_{23} (25%)	
X_1	6	5	4	
X_2	7	6	5	
X_3	7	6	5	
X_4	7	7	7	
	K_3 :Якість підтримки користувача → opt			
	k_{31} (opt =4)	k_{32} (15%)	k_{33} (25%)	
X_1	5	5	5	
X_2	7	8	6	
X_3	6	6	6	
X_4	7	7	6	

Використовуючи відповідні значення цих оцінок, із урахуванням коефіцієнтів відносної важливості для критеріїв,

$$\{w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jq}\} = \{w_{jq}, q = \overline{1, Q}\}, \quad (4)$$

де додатково повинна виконуватися умова, така, що:

$$\sum_{q=1}^Q w_{jq} = 1, \quad (5)$$

знаходиться згортка відповідних локальних критеріїв за допомогою наступного співвідношення (більш детально його особливості розглянуто в [5]), а саме:

$$\varphi_{k_j}(x_i) = \sum_{q=1}^Q w_{jq} \varphi_{k_{jq}}(x_i). \quad (6)$$

В результаті виконання алгоритму багатокритеріального ранжування за формулами (1) – (6), отримаємо наступний кінцевий результат для чисельних значень для оцінок ефективності окремих альтернатив.

$$X_1 = 0,537, X_2 = 0,671, X_3 = 0,578, X_4 = 0,727. \quad (7)$$

Таблиця 6 - Коефіцієнти відносної важливості критеріїв

Критерій	Альтернативи
Коефіцієнти відносної важливості критеріїв для K_1	
k_{11}	0,239458
k_{12}	0,239458
k_{13}	0,432749
k_{14}	0,088335
Коефіцієнти відносної важливості критеріїв для K_2	
k_{21}	0,68334
k_{22}	0,19981
k_{23}	0,11685
Коефіцієнти відносної важливості критеріїв для K_3	
k_{31}	0,332516
k_{32}	0,527836
k_{33}	0,139648
Коефіцієнти відносної важливості критеріїв для K_i	
K_1	0,527836
K_2	0,332516
K_3	0,139648

Для підтвердження достовірності отриманих результатів було проведено їх порівняльний аналіз із умовними статистичними даними (це так звані “best practices” дані) щодо впровадження СУІП. Для цього були використані дані компанії IDC [8], яка є провідним глобальним постачальником ринкової інформації, консультаційних послуг і організатор заходів на ринках інформаційних технологій. Для отримання статистичних даних співробітниками компанії IDC були розглянуті приблизно 600 організацій по усьому світу, у яких СУІП застосовуються більше року (зокрема, обрана для дослідження система HP OpenView Service Desk допомогла значно поліпшити стан ІТ-інфраструктури на цих підприємствах.). Усі організації вибиралися за принципом наявності 1000 і більше співробітників, які безпосередньо користуються типовими ІТ-сервісами (файл-сервери, електронна пошта, сервіси Інтернет тощо). Проведене компанією комплексне опитування та аналіз показали, що в більшості випадків впровадження СУІП підвищило ефективність використання ІТ-інфраструктури в середньому на 25 – 40%.

Також цією компанією було проаналізовано необхідність та пріоритетність впровадження окремих модулів систем УІТП. На рис. 5 наведено результат порівняння цих даних із коефіцієнтами із виразу (7).

На підставі аналізу цих даних можна зробити наступні висновки.

- Отримані розрахунковим методом дані можуть дещо відрізнитися від статистичних, що, в першу чергу, пов'язано з використанням в запропонованому алгоритмі експертних оцінок. Також слід враховувати той факт, що у обраних критеріях (2)-(3) можуть міститися нелінійні залежності, що, в свою чергу, може призвести до деяких похибок при їх підрахунку за формулами (4)-(6).

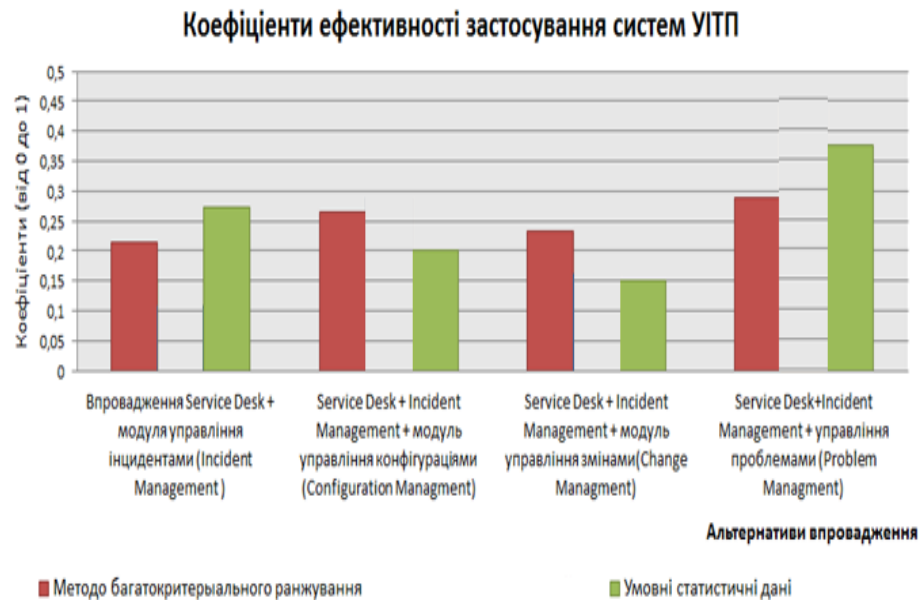


Рис. 5 – Порівняльні результати розрахунку ефективності використання модулів СУІТП

- При впровадженні модулів управління змінами та управління конфігураціями необхідна наявність БД конфігурацій ІТ-інфраструктури та БД проблемних ситуацій та способів їх вирішення, ці процедури є досить витратними для відповідної організації і тому впровадження цих модулів не є пріоритетним.
- Виходячи з отриманих результатів, найбільш ефективною альтернативою для НТУ «ХПІ» можна вважати впровадження модулю управління інцидентами та базової підсистеми Service Desk.

- Після деякого часу функціонування цих модулів (приблизно 0,5 - 1 рік), буде зібрана детальна БД інцидентів та методів їх вирішення, що, в свою чергу, дозволить впровадити модуль управління проблемами.

5. Висновки та напрямки подальших досліджень. В даній науковій статті: 1) показано актуальність розробки підходів щодо визначення ефективності застосування систем управління інформаційно-технологічними послугами (СУІТП) із урахуванням наявності багатокритеріальних альтернатив; 2) проаналізовані особливості побудови та функціонування ІТ-інфраструктури університету на прикладі НТУ «ХПІ»; 3) із застосуванням запропонованої раніше методики розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення інструментального засобу, який дозволяє отримувати кількісні оцінки ефективності впровадження різних конфігурацій модулів типової СУІТП.

Накопичено та оброблено реальну статистику щодо функціонування певних сервісів головного обчислювального центру НТУ «ХПІ» та його підрозділів, отримано чисельні результати оцінок ефективності впровадження альтернативних конфігурацій відповідних модулів типової СУІТП, що дозволяє, в перспективі, зменшити кошти та підвищити якість обслуговування користувачів ІТ-інфраструктури університету. В подальшому планується розробити додаткові модулі СУІТП, які будуть використовувати знання-орієнтовані підходи для розв'язання проблемних ситуацій в роботі користувачів таких систем.

Список літератури: 1. Radhakrishnan R. Enterprise Architecture & IT Service Management. : A White Paper. – IBM Global Technology Services, April 2008. – 32 p. 2. Giese H. A Model-Driven Configuration Management System for Advanced IT-Service Management /Giese H., Seibel A., Vogel T.// Proceedings of the 12th IEEE/ACM International Conference in Model Driven Engineering Languages and Systems (MoDELS 2009), Denver, Colorado, USA, vol. 509, pages 61–70. 3. Miron E., Ph. INNOTRAIN IT: Innovation Training in IT-Service Management for SME's in Central Europe / Miron E., T. Kueller //Proc. of 2nd Symposium on Business Informatics in Central and Eastern Europe, May 2011, Vienna, Austria. : – P. 169–176. 4. Ткачук М. В. Деякі проблеми управління ІТ-інфраструктурою підприємств: сучасний стан та перспективи розвитку / Ткачук М. В., Сокол В. С.// Східно-Європейський журнал передових технологій, № 6/2 (48). – 2010. – С. 68–72. 5. Ткачук М. В. Розробка методики комплексної оцінки ефективності впровадження систем управління ІТ-інфраструктурою організацій / Ткачук М. В., Сокол В. С., Черкашенко О. В.// Вісник Національного технічного університету "ХПІ" - Харків: НТУ "ХПІ, № 30. – 2012. – С. 94 – 104. 6. Брукс П. Мерики для управления ІТ – услугами. – М: Альпина Бизнес Букс 2008. – С. 345. 7. Ларман К. Применение UML 2.0 и шаблонов проектирования: практическое руководство – : Пер. с англ. – М. : ООО «И.Д. Вильямс», 2009. – С. – 736. 8. Количественные оценки бизнес-преимуществ, полученных в результате внедрения систем управления ИТ-услугами // h41110.www4.hp.com (переглянуто 11.12.2012)

Надійшла до редколегії .11.12.2012

В. М. ЛЕВЫКИН, д-р. техн. наук, проф., зав. каф. ИУС ХНУРЭ,
Харьков;
О. С. ГНИДЕНКО, асп. каф. ИУС ХНУРЭ, Харьков

МЕТОД СТРАТЕГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССАМИ

Разработан метод стратегического управления бизнес-процессами. Он позволяет учитывать влияние мероприятий на отклонения показателей эффективности с учетом ограничений по времени и стоимости, осуществлять управление бизнес-процессов в соответствии со стратегическими целями предприятия. Реализация разработанного метода осуществляется алгоритмами на основании определенного перечня мероприятий для каждого бизнес-процесса, нечетких оценок степени влияния данных мероприятий на показатели эффективности.

Ключевые слова: бизнес-процесс, показатель эффективности, функция контроля, activity-диаграмма, мероприятие

Розроблено метод стратегічного управління бізнес-процесами. Він дозволяє враховувати вплив заходів на відхилення показників ефективності з урахуванням обмежень за часом і вартості, здійснювати управління бізнес-процесів у відповідності зі стратегічними цілями підприємства. Реалізація розробленого методу здійснюється алгоритмами на підставі визначеного переліку заходів для кожного бізнес-процесу, нечітких оцінок ступеня впливу даних заходів на показники ефективності.

Ключові слова: бізнес-процес, показник ефективності, функція контролю, activity-діаграма, захід

A method for the strategic management of business processes is developed. It allows to consider the impact of activities on the deviation of the performance against the constraints of time and cost, to manage business processes in line with the strategic goals of the enterprise. The implementation of the method is realized by algorithms that are based on a specific list of activities for each business process, fuzzy assessments of the impact of these measures on the performance indicators.

Keywords: business process, performance indicators, function of monitoring, activity diagram, the event

Введение. В настоящее время постоянно изменяющаяся среда, в которой функционирует объект управления (ОУ), предъявляет серьезные требования к его стратегическому управлению. Стратегическое управление состоит в формировании и реализации стратегии развития ОУ на основе непрерывного контроля и оценки происходящих изменений в его деятельности с целью поддержания его способности к выживанию и эффективному функционированию в условиях нестабильной внешней среды [1]. Реализация стратегии предполагает выделение стратегических целей и анализ бизнес-процессов (БП). БП на верхнем уровне иерархии поддерживают выделенные стратегические цели ОУ [2]. Связь БП с целями осуществляется с помощью показателей эффективности, которые являются индикаторами степени достижения выделенных стратегических целей и качества реализации БП

© В.М. Левикін, О.С. Гніденко, 2013

верхнего уровня. Показатели таких БП агрегируют показатели эффективности БП уровня подразделений и элементарных функции нижнего уровня, которые не разбиваются на дальнейшие составляющие, и представляются в виде иерархического дерева.

На основании показателей эффективности осуществляется управление каждым БП в отдельности с учетом стратегических целей ОУ. Такое управление направлено на изменение параметров БП для получения требуемого результата на выходе каждого экземпляра. Для этих целей необходима разработка графических функциональных моделей процессов, которые показывают [3]: действия, следующие в определенном порядке и имеющие узлы принятия решений (условия), «субъектов», исходные ресурсы и результаты действия, критерии начала и завершения БП, движение информации, количественные показатели эффективности, регламент. При этом процесс управления представляет собой совокупность действий по выработке управляющего воздействия на каждый экземпляр при отклонении показателей эффективности БП от шаблона его показателей.

Осуществление контроля отклонений значений установленных показателей от заданных целевых значений при управлении БП предполагает:

- предупреждающее (по возмущению) управление с помощью опережающего распознавания отклонений значений показателей от плана на основе прогнозирования;

- обеспечение механизма обратной связи, для чего в ОУ должна существовать система сбора, обработки и обобщения информации, характеризующей степень достижения целей. Обеспечение хранения как информации для стратегического управления, так и детальных данных, на основе которых эта информация была получена, позволит осуществить оперативный контроль реализации стратегии. Накопленная информация за ряд периодов позволит статистически проверять взаимосвязи между показателями. Кроме того, появляется канал обратной информации от персонала: предложения по альтернативам решения поставленных задач, запросы на дополнительные ресурсы для их решения;

- осуществлять корректирующее (по отклонению) управление, на базе которого проводится анализ текущих результатов и прогнозов. Оценка отклонений может осуществляться ежегодно, ежеквартально, ежемесячно, ежедневно или ежечасно, в зависимости от необходимой срочности выявления проблемы.

Метод стратегического управления бизнес-процессами. Для реализации задачи корректирующего управления БП с учетом стратегии ОУ разработан метод стратегического управления БП, который реализует следующие задачи:

- формирование точек контроля БП;

- учет и контроль фактических значений показателей эффективности БП;
- контроль рационального использования ресурсов ОУ при управлении БП;
- контроль отклонений фактических значений показателей эффективности от целевых;
- анализ причин отклонений фактических значений показателей эффективности от целевых.

Диаграмма прецедентов, показывающая взаимосвязь выделенных задач в рамках стратегического управления представлена на рисунке 1.

Эти задачи реализуются методом стратегического управления БП следующими этапами:

Этап 1. Регламентация функций контроля БП.

Этап 2. Определение границ отклонений каждого показателя эффективности.

Этап 3. Контроль фактических значений показателей.

Этап 4. Выбор мероприятия по устранению отклонений.

Этап 1 предполагает выделение функций контроля для каждого БП. Для осуществления стратегического и операционного управления БП они дополняются бизнес-функциями, представляющими собой функции контроля процесса. Функция контроля – это работа, целью которой является проверка соответствия результатов БП целевым значениям. В случае обнаружения несоответствия организуется обратная связь, в рамках которой результат должен быть скорректирован.

При этом функции контроля могут быть двух типов [3]:

– «управляющие», где процесс может быть заблокирован для дальнейшего исполнения, а также может быть возвращен на одну из предыдущих стадий. В «управляющих» точках контролируется качество работ в данном экземпляре реализации процесса, то есть такая точка активируется на каждой «неправильной» итерации процесса;

– «наблюдательные», где собираются данные, на основании которых проводится оценка качества организации процесса в целом, а также анализ соответствия БП стратегии и целям.

Для реализации этого этапа необходимо выделить функции БП, на которых имеется достаточно информации о качестве реализации процесса и результат влияет на его успех в целом. В качестве ключевых функций контроля БП предлагается выбор точек сбора информации. В процессном подходе такими точками являются стыки между бизнес-процессами, в которых можно оценить показатели качества результата и показатели удовлетворённости потребителя результатов процесса. Также в качестве функций контроля БП выбираются работы, в которых можно измерить финансовые показатели бизнес-процесса или показатели движения

материалов. Регламентация функций контроля определяется тем, что плановые показатели в таких работах задаются строго по тем значениям, которые могут быть прямо или косвенно (например, путём консолидации) измерены при выполнении. Таким образом, за каждым БП закрепляются функции управления и сотрудники, ответственные за эти функции.

Этап 2 предполагает определение границ отклонений каждого показателя эффективности. При этом устанавливаются размеры отклонений фактических результатов показателей от целевых. Все отклонения подразделяются на три группы: положительное отклонение; отрицательное «допустимое» отклонение El ; отрицательное «критическое» отклонение Cr . Для проведения такой градации на предприятии должны быть определены критерии «критических» и «допустимых» отклонений для показателей стратегических целей, которые могут быть дифференцированы по контрольным периодам [2]. При этом следует учесть, что пределы допустимых отклонений должны обеспечить выполнение поставленных задач и не должны давать повода для «ложной» тревоги, когда отклонения связаны с объективными особенностями контролируемой деятельности. На практике при определении границ отклонений в основном используют два подхода: экспертное оценивание и статистический анализ.

Экспертные оценки используются при недостаточном количестве накопленных данных для проведения статистического анализа. Статистический анализ отклонений предшествующих периодов позволяет дать обоснованную оценку границ допустимых отклонений. Оценивая существенность отклонений, следует руководствоваться «правилом трех сигм», в соответствии с которым почти все значения запланированных показателей деятельности компании находятся в интервале [4]:

$$\Delta cpI_{BRj} - 3\sigma < I_{ji}^f < \Delta cpI_{BRj} + 3\sigma, \quad (1)$$

где ΔcpI_{BRj} — среднее значение анализируемого j -го показателя эффективности I_{BRj} БП за несколько отчетных периодов. Чтобы повысить точность оценки допустимых границ отклонений рекомендуется проводить анализ за два-три года;

σ — среднеквадратическое отклонение (СКО) по показателю эффективности;

I_{ji}^f — фактическое значение j -го показателя эффективности за i -ый

период.

Для определения критичности отклонения фактически достигнутых результатов деятельности ОУ необходимо руководствоваться следующими рекомендациями (вариантами):

- отклонения нормальны, если разница между фактическим значением и плановым не превышает значения σ ;
- отклонения «допустимые», если разница между фактическим значением и плановым находится в интервале от σ до $2*\sigma$;
- отклонение существенно и требует немедленного вмешательства менеджмента, если расхождение фактических и плановых показателей в два раза превышает значение σ .

Этап 3 предполагает контроль фактических значений показателей, что позволяет ответственным за выполнения БП сотрудникам текущее состояние реализации БП относительно определить плана в виде:

- величины отклонения ΔI_{BRji} текущего значения показателя (I_{ji}^f) от планируемого значения (I_{ji}^p) за период i :

$$\Delta I_{BRji} = I_{ji}^p - I_{ji}^f, \quad (2)$$

- среднего значения отклонения $\Delta cp I_{BRj}$ показателя за несколько периодов:

$$\Delta cp I_{BRj} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta I_{BRji}}{l}, \quad (3)$$

где ΔI_{BRji} – отклонение текущего показателя от планируемого за период i ;

l - число периодов.

Выявление основных причин отклонений фактических результатов показателей от целевых значений проводится по ОУ в целом и по отдельным подразделениям. Для обеспечения эффективности анализа «критических» отклонений должна быть представлена следующая информация: размер отклонения фактически достигнутого значения контролируемого показателя от целевого значения и описание причин отрицательных отклонений по показателю в целом и отдельным его составляющим.

Этап 4 предполагает осуществление выбора мероприятия по устранению отклонений на основании проведенного анализа. Оптимальный набор стратегических мероприятий для устранения отклонения значений показателя БП BR_k , можно выбрать, используя методы решения задачи оптимизации в нечеткой постановке. Пусть имеется множество мероприятий, влияющих на отклонение показателей эффективности k -го БП:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, a_n\}, \quad (4)$$

где a_i – i -е мероприятие для устранения отклонений показателей БП;

n - количество мероприятий.

Для некоторого j -го показателя эффективности k -го БП (I_{BRkj}) может быть рассмотрено нечеткое множество $A^{\Delta I_{BRkj}}$:

$$A^{\Delta I_{BRkj}} = \{\mu I(a_1)/a_1, \mu I(a_2)/a_2, \dots, \mu I(a_n)/a_n\}, \quad (5)$$

где ΔI_{BRkj} – отклонение j -го показателя эффективности k -го БП;

$\mu I(a_i)$ – оценка мероприятия a_i , которая характеризует степень влияния мероприятия на отклонение значения показателя ΔI_{BRkj} ;

$$\forall (i = \overline{1, n}) \mu I(a_i) \in [0, 1].$$

При этом, степень влияния мероприятий может иметь следующие градации:

$$\mu I(a_i) = \begin{cases} 0,1 - 0,2 - \text{при отрицательном влиянии } a_i \text{ на } \Delta I_{BRkj}; \\ 0,3 - 0,4 - \text{при незначительном отрицательном влиянии } a_i \text{ на } \Delta I_{BRkj}; \\ 0,5 - 0,6 - \text{если } a_i \text{ не оказывает влияния на } \Delta I_{BRkj}; \\ 0,7 - 0,8 - \text{при незначительном положительном влиянии } a_i \text{ на } \Delta I_{BRkj}; \\ 0,9 - \text{при положительном влиянии } a_i \text{ на } \Delta I_{BRkj}; \\ 1 - \text{если } a_i \text{ устраняет } \Delta I_{BRkj}. \end{cases} \quad (6)$$

Так как показатели имеют разную важность, то оценка мероприятия $\mu I(a_i)$ требует учета коэффициентов важности показателя v_j . При этом оценка мероприятия $\mu I(a_i)$, которая характеризует степень влияния мероприятия на отклонение значения показателя ΔI_{BRkj} , возводится в степень v_j :

$$A^{\Delta I_{BRkj}} = \{(\mu I(a_1))^{v_j}/a_1, (\mu I(a_2))^{v_j}/a_2, \dots, (\mu I(a_n))^{v_j}/a_n\}, \quad (7)$$

Поиск оптимального мероприятия ($\mu I(a_i^*)$) для устранения отклонений показателей БП предполагает выбор максимального значения оценки влияния i -го мероприятия на отклонение j -го показателей эффективности k -го БП из множества минимальных значений:

$$\mu I(a_i^*) = \max_{i=1, n} \min_{j=1, m} (\mu I_j(a_i))^{v_j} * x_i, i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

где $\mu_j(a_i)^{v_j}$ – оценка мероприятия a_i , которая характеризует степень его влияния на отклонение значения j -го показателя $\Delta I_{BR_{kj}}$ k -го БП с учетом его важности v_j ;

x_i – оценка возможности применения мероприятия, определяемая с помощью разработанных правил, при этом $x_i \in \{0;1\}$;

n – количество мероприятий;

m – количество показателей эффективности.

Для выбора оптимального мероприятия $a_i \in A$ разработаны следующие правила:

Правило 1. ЕСЛИ $(\mu I(a_i) \leq 0,3) \cap (v_j \geq 0,75)$, ТО мероприятие $a_i \in A$ не может применяться ($x_i = 0$).

Правило 2. ЕСЛИ $(\mu I(a_i) \leq 0,3) \cap (v_j < 0,75)$, ТО решение о применимости мероприятия $a_i \in A$ принимает эксперт ($x_i = 1$).

Правило 3. Если $\forall (a_i \in A) x_i = 1$, $cost_i \leq cost_{max}$ и $T_i \leq T$ ($cost_i$ – денежные затраты, необходимые для выполнения i -го мероприятия; T_i – время, необходимые для выполнения i -го мероприятия; $cost_{max}$ – максимально возможные денежные затраты; T – максимально возможные затраты времени), ТО мероприятие может применяться ($x_i = 1$).

Если имеется несколько отклонений фактических значений показателей эффективности БП BR_k : $\Delta I_{BR_{k1}}, \Delta I_{BR_{k2}}, \dots, \Delta I_{BR_{kj}}, \dots, \Delta I_{BR_{km}}$ ($j=1, m$), то лучшим считается то мероприятие $a_i \in A$, которое максимально корректирует отклонения этих показателей. Тогда правило для выбора наилучшего варианта ($\mu I_D(a_i)$) может быть записано в виде пересечения нечетких множеств [5]:

$$\mu I_D(a_i) = \min_{j=1, m} (\mu I_j(a_i))^{v_j} * x_i, i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

При этом оптимальным мероприятием является мероприятие, имеющее максимальную оценку в полученном нечетком множестве $\mu I_D(a_i)$:

$$\mu I_D(a^*) = \max_{i=1, n} \mu I_D(a_i), \quad (10)$$

Если не найдено наилучшее мероприятие a^* , устраняющее отклонения показателей, то для устранения отклонения следует выбирать несколько мероприятий. Пусть имеется несколько мероприятий a_1, a_2, \dots, a_n для

устранения отклонений фактических значений показателей эффективности: $\Delta I_{BR_1}, \Delta I_{BR_2}, \dots, \Delta I_{BR_m}$ ($j=1, m$), из которых на $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{1, b}$ влияют $a_i, i = \overline{1, l}$ мероприятия, на $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{b, c}$ влияют $a_i, i = \overline{l, p}$ мероприятия, на $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{c, m}$ влияют $a_i, i = \overline{p, n}$ мероприятия. Тогда при выборе мероприятий необходимо учитывать следующие дополнительные правила:

Правило 4. Если для всех отклонений показателей эффективности, принадлежащих одному множеству $\forall \Delta I_{BR_j}, j = \overline{1, b}$ величина влияния мероприятий из другого множества $\forall a_i, i = \overline{l, p}$ не является отрицательной $\forall (i = \overline{l, p}) \mu I(a_i) \neq 0, 1$, то такие мероприятия могут применяться для устранения отклонения показателей множества $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{b, c}$.

Правило 5. Если существуют отклонения показателей эффективности, принадлежащих одному множеству $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{1, b}$, для которых величина влияния мероприятий из другого множества $a_i, i = \overline{l, p}$ является отрицательной $\mu I(a_i) = 0, 1, (i = \overline{l, p})$, и существует мероприятие множества $a_i, i = \overline{1, l}$ величина влияния которых больше $\mu I(a_i) > \mu I(a_i)$, то такие мероприятия $a_i, i = \overline{l, p}$ могут применяться для устранения отклонения показателей множества $\Delta I_{BR_j}, j = \overline{b, c}$.

Правило 6. Для всех мероприятий должны выполняться условия: $\sum_{i=1}^n cost_i \leq cost_{max}$ и $\sum_{i=1}^n T_i \leq T$.

Если отклонения показателей БП не было устранено, то мероприятия выбираются с другими ограничениями или экспертным решением. После проведения мероприятия оценивается его эффективность для проведения более точного выбора мероприятия в дальнейшем на основе накопленной статистики.

Реализация метода стратегического управления бизнес-процессами. Реализация метода управления БП осуществляется с помощью алгоритмов в виде activity-диаграмм [6], что дает возможность оценить планируемые мероприятия с учетом ограничений по времени и стоимости, на основе чего осуществляется управление БП ОУ в соответствии со стратегическими целями ОУ.

Разработанные алгоритмы реализуют прецеденты «Учет фактических значений показателей», «Контроль фактических значений показателей I», «Анализ причин отклонений показателей», «Выбор мероприятий»,

выделенные на диаграмме прецедентов взаимосвязи задач в рамках стратегического управления (см. рис.1).

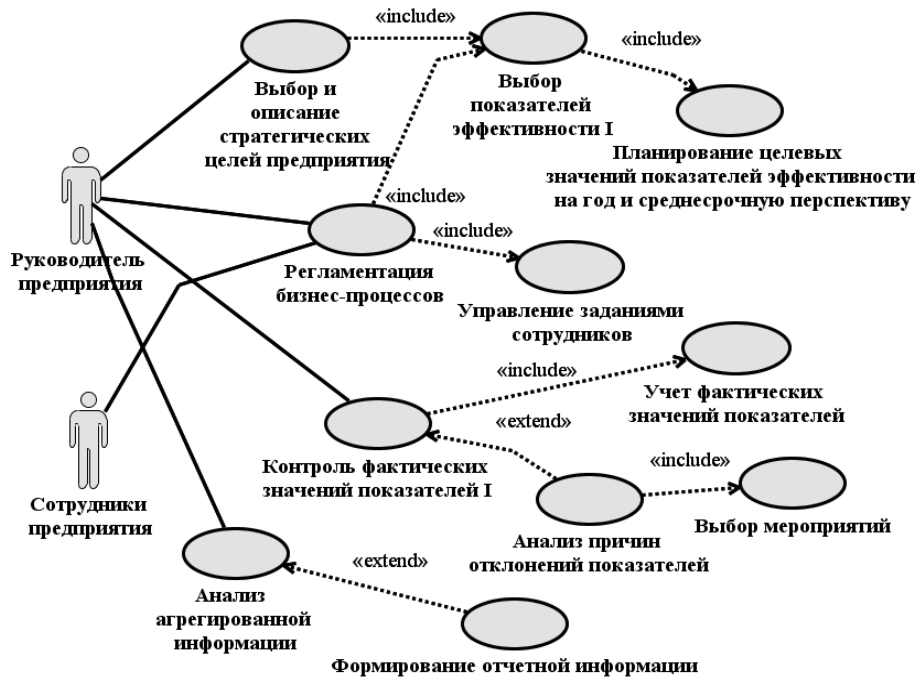


Рис. 1 – Диаграмма прецедентов взаимосвязи задач в рамках стратегического управления

Activity-диаграмма, описывающая этапы регламентации точек контроля БП, определения границ отклонений показателей эффективностей, представлена на рис. 2.

Выполнение алгоритма, реализующего этапы регламентации точек контроля БП и определения границ отклонений, инициируется руководством ОУ в начале периода планирования. Необходимость повторного выполнения может возникнуть при выборе мероприятий, предусматривающих корректировку структуры БП.

Выполнение алгоритма, реализующего этапы контроля фактических значений показателей, выбора мероприятия для устранения отклонений осуществляется в процессе оперативного управления в течении запланированного периода. Activity-диаграммы реализации данного метода описывают функций учета показателей эффективности в выделенных контрольных точках, контроля, анализа деятельности ОУ и модификации БП

в случае необходимости. Результатами разработанных алгоритмов является выбор мероприятий и формирование отчетов о деятельности ОУ на основании анализа показателей эффективности БП в рамках стратегического управления.

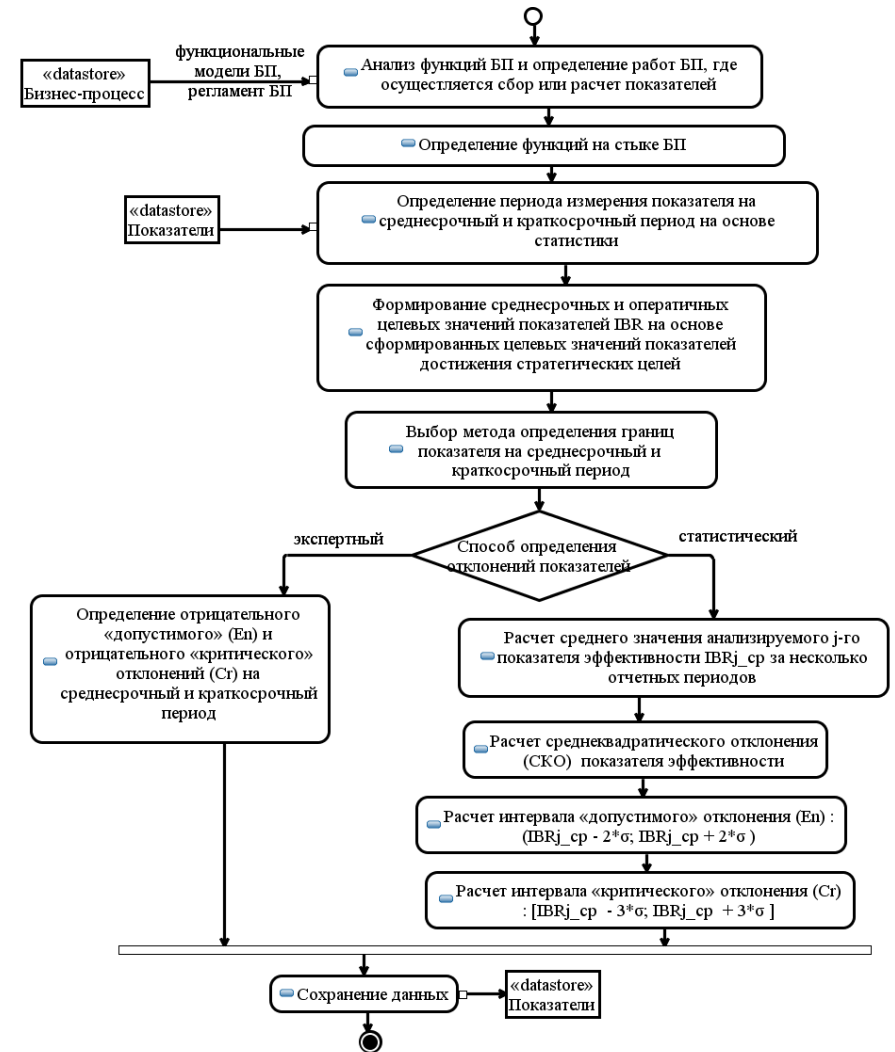


Рис. 2 – Activity-диаграмма этапов регламентации точек контроля БП и определения границ отклонений

Activity-диаграмма, описывающая этапы контроля фактических значений показателей, выбора мероприятия для устранения отклонений, представлена на рис. 3.

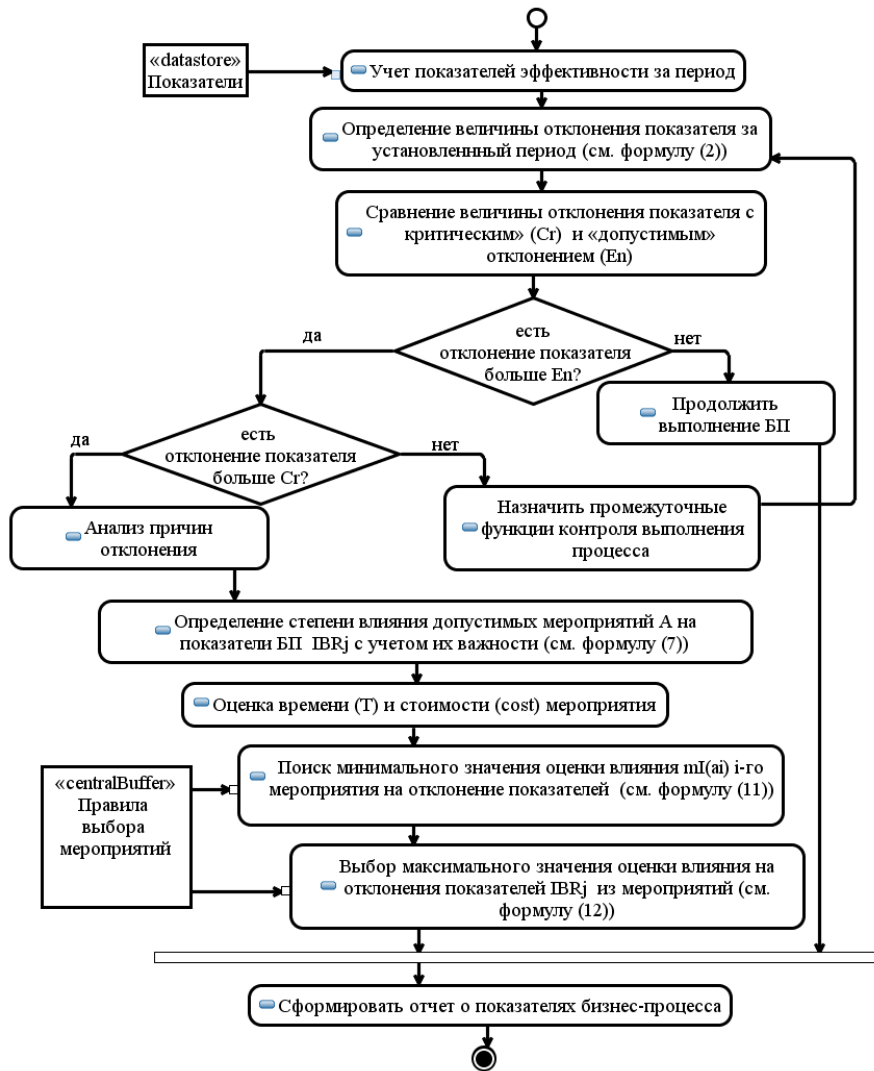


Рис. 3 – Activity-диаграмма этапов контроля фактических значений показателей и выбора мероприятия для устранения отклонений

Реализация данного метода, описанная activity-диаграммами, предполагает выявление логических ошибок, предварительное проведение комплекса работ по анализу и описанию процессов и проведение мероприятий по их оптимизации, которые включают:

- выявление логических ошибок БП на основе анализа его графической функциональной модели. Устранение таких недочетов позволит в значительной степени повысить эффективность БП;
- устранение процедур создания не используемой информации, для чего в регламенте БП следует указать, где именно используется информация, или изменить процесс таким образом, чтобы исключить выполнение лишней работы;
- выявление информации, необходимой для выполнения процесса, и создание четких, предельно понятных следующих регламентов:
 - регламентация поступления информации по процессу;
 - регламентация процесса. Создание регламентов процессов является одной из основных задач, которая должна быть решена в ходе описания и оптимизации процессов.

– устранение ошибок интерфейса, т.к. входящий и исходящий потоки информации представляются в разных форматах. Исправить подобную ситуацию можно при условии детального описания процессов и введения внутрифирменных стандартов передачи данных (профилей).

Выполнение перечисленных работ дает возможность интегрировать подсистемы ИАС ОУ на уровне данных, что необходимо для реализации метода стратегического управления. Осуществление обмена данными о БП, показателях и мероприятиях в рамках интегрированных подсистем предполагает использование языка XML. Существуют несколько технологий описания XML-форматов, предназначенных для обмена данными между бизнес-приложениями. Для реализации обмена данных в рамках разработанного метода используется технология описания бизнес-объектов, в результате применения которой создается XML-документ, в котором выполняется классификация объектов предметной области. Создается XML-документ каждого объекта, который содержит теги, описывающие свойства этих и, возможно, дочерних объектов. Структура базы данных информационной системы, участвующей в обмене такими документами, может соответствовать структуре документа или совершенно не походить на нее. Для каждой системы создаются уникальные процедуры импорта и экспорта, обрабатывающие ее стандартные документы. Такой формат универсален и может быть правильно интерпретирован разными информационными системами, независимо от их реализации.

Объекты XML-документа для реализации обмена данными выделяются на основе системы сбалансированных показателей. Структура такого документа включает: P – перспективы ОУ (элементы Perspective), G – цели

(элементы Goal), I – показатели (элементы Indicator), BP – БП (элементы Business-process); BF – бизнес-функции (элементы Business-function), A – мероприятия (элементы Activity), L – связи (элементы Link), D – подразделения ОУ (элементы Department). Выделенные объекты XML-документа позволяют осуществить интеграцию подсистем ИАС ОУ для стратегического управления.

Выводы. Таким, образом, разработанный метод стратегического управления БП, в отличие от существующих, учитывает влияние мероприятий на показатели эффективности БП, описывает взаимосвязь целевых значений показателей оперативного уровня со стратегическими целями ОУ.

Его реализация осуществляется алгоритмом регламентации точек контроля БП и определения границ отклонений и алгоритмом контроля фактических значений показателей и выбора мероприятия для устранения отклонений, представленных в виде activity-диаграмм. Данные алгоритмы описывают процессы контроля реализации бизнес-функций и выбора оптимального набора мероприятий для устранения отклонений их показателей. Реализация данных задач осуществляется на основании определенного перечня мероприятий для каждого БП, нечетких оценок степени влияния данных мероприятий на показатели эффективности. Разработанные алгоритмы позволяют определять критичные и допустимые отклонения для каждого показателя, контролировать выполнение БП за счет управления отклонениями текущих значений показателей от целевых, оценивать планируемые мероприятия с учетом ограничений по времени и стоимости, на основе чего осуществляется управление БП в соответствии со стратегическими целями ОУ.

Список литературы: 1. Томпсон А. А. Стратегический менеджмент. Концепции и ситуации для анализа / Артур А. Томпсон-мл, А. Дж. Стрикленд. – М. : Вильямс, 2007. – 928 с. 2. Нильс-Горан Ольве. Оценка эффективности деятельности компании по ССП. Практическое руководство по использованию по ССП / Нильс-Горан Ольве, Жан Рой, Магнус Веттер. – М. : Вильямс, 2006. — 304 с. 3. Репин В. В. Процессный подход к управлению. Моделирование бизнес-процессов / В. В. Репин, В. Г. Елиферов. – М. : РИА «Стандарты и качество», 2004. – 408 с. 4. Контроль исполнения бюджета [Электронный ресурс] // Журнал «Финансовый директор». – № 10. – 2006. – Режим доступа: http://www.cfin.ru/management/finance/budget/management_by_exception.shtml. 5. Деменков Н. П. Нечеткое управление в технических системах / Н. П. Деменков. – М. : МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2005. – 200 с. 6. Арлоу Д. UML 2 и Унифицированный процесс. Практический объектно-ориентированный анализ и проектирование, 2-е издание / Д. Арлоу, И. Нейштадт. – СПб. : Символ Плюс, 2007. – 624 с.

Надійшла до редколегії 07.12.2012

УДК 004.9 - 658.506

Д. Л. ОРЛОВСЬКИЙ, канд. техн. наук, доцент НТУ «ХПІ»;
В. А. СОЦКОВ, студент НТУ «ХПІ»

ЗАСТОСУВАННЯ HRM-СИСТЕМИ ДЛЯ ПІДТРИМКИ ОБґРУНТУВАННЯ РІШЕНЬ ЩОДО ЧИСЕЛЬНОСТІ УПРАВЛІНСЬКОГО ПЕРСОНАЛУ ПІДПРИЄМСТВА

У даній статті розглядаються питання інформаційної підтримки вирішення задачі управління персоналом підприємства, підтримки прийняття рішень, пов'язаних з визначенням чисельності управлінського персоналу.

Ключові слова: управління трудовими ресурсами підприємства, управлінський персонал, програмне забезпечення, база даних.

В данной статье рассматриваются вопросы информационной поддержки решения задачи управления персоналом предприятия, поддержки принятия решений, связанных с определением численности управленческого персонала.

Ключевые слова: управление трудовыми ресурсами предприятия, управленческий персонал, программное обеспечение, база данных.

This article is considered with information technology support for enterprise human resource management, support of the decision-making connected with definition of the administrative personnel number.

Keywords: enterprise human resource management, administrative personnel, software, database.

Вступ. Управління трудовими ресурсами є одним з найважливіших аспектів теорії і практики управління і саме йому належить провідне місце та роль у системі управління підприємством у цілому. Воно має на увазі під собою, насамперед, облік кадрового складу підприємства та детальний аналіз його діяльності, що включає широкий спектр факторів на кожному з етапів управління. Саме тому питання підбору кваліфікованого персоналу та визначення його чисельності є дуже важливими для керівництва підприємства.

Існуючі засоби вирішення задач управління трудовими ресурсами. Інформаційними системами, що забезпечують управління трудовими ресурсами підприємства, зараз є системи класу HRM (Human Resource Management) [1, 2, 5]. Ці системи спрямовані на підтримку автоматизації таких операцій по забезпеченню функцій керування кадровим складом підприємства, як планування потреби в кадрах, підготовки, перепідготовки, підвищення кваліфікації кадрів, їх розподілу по структурних виробничих підрозділах; централізований облік керівників, фахівців, висококваліфікованих робітників; вивчення й підбор кандидатів у резерв для висування; облік молодих фахівців і неповнолітніх працівників, а також їхніх наставників; облік і аналіз складу, руху плинності кадрів; контроль над

© Д. Л. Орловський, В. А. Соцков, 2013

виконанням рішень із питань роботи з кадрами; формування статистичної звітності по кадрам.

Постановка задачі. Для реалізації програм реформування економіки України необхідно вдосконалити керування господарським механізмом. У зв'язку з цим велике значення набуває зростання рівня менеджменту, що припускає як раціоналізацію системи керування, так і підвищення ефективності праці працівників управлінських підрозділів підприємств. Обстеження низки промислових фірм показує, що до 40% виробничих втрат пояснюється недосконалістю керування [3, 4]. Реальний результат інженерно-управлінської праці виражається, в остаточному підсумку, у техніко-економічних показниках діяльності підприємства. При досягненні заданих показників можна говорити про досить високу ефективність управлінської праці. Однак навіть у цьому випадку на підприємствах часто має місце нерівномірне завантаження управлінських підрозділів, що значно знижує ефективність керування. Причинами такої нерівномірності завантаження може бути неправильний розподіл робіт між підрозділами.

Визначення кількості управлінського персоналу на основі оцінки рівня його завантаженості. Управлінську працю прийнято розділяти по функціях, тобто по ділянках управлінської діяльності. Особливістю праці працівників апарата керування є велика питома вага творчих і логічних операцій. Сукупність таких робіт назвемо активним навантаженням. Якщо як критерій класифікації функцій керування взяти фактор часу, то ці роботи можна розглядати як послідовні етапи реалізації управлінського впливу [2, 4].

Отже, управлінську працю можна розбити на складові: X_1 – планування, X_2 – регулювання, X_3 – координування, X_4 – контроль. Функції взаємно впливають один на одного, і всі вони об'єднані в загальному процесі керування. Таким чином, ефективність керування буде залежати від ефективності функціонування кожної з його складових. Вплив кожної функції керування на ефективність усього керування є різним. На практиці має місце одночасне виконання підрозділом декількох функцій. Дослідження окремих функцій дає можливість зрозуміти сутність механізму керування, чітко представити основні напрямки його раціоналізації, усунути зайві ланки, підвищити ефективність діяльності управлінського апарата. Тому вважається доцільним визначити обсяг робіт підрозділів, пов'язаних з виконанням ними своїх функцій.

При зростанні обсягу управлінських робіт можна збільшувати число працівників у сфері керування. Однак є інший шлях – підвищити ефективність праці працівників керування. Як відомо, складність функцій керування не однакова, тому різняться активне навантаження на управлінські підрозділи. Визначити число працівників у сфері керування можна, зокрема, за допомогою методу визначення активного навантаження на управлінські підрозділи.

Цей метод заснований на використанні звітних кількісних показників. За звичай, фактори, що визначають кількість використовуваної інформації та складність функції керування, виражені в непорівнянних величинах (обсяг продукції, що випускається, серійність виробництва, норма витрати матеріалу і т.д.). Тому вважається доцільним визначити обсяг активного навантаження на управлінські підрозділи у відносних величинах. Це дасть можливість аналізувати діяльність підрозділів незалежно від їх спеціалізації. У даному методі врахований той факт, що управлінські підрозділи виконують одночасно декілька функцій.

Перш ніж на основі сукупності різних факторів знайти повний обсяг активного навантаження підрозділу, визначимо обсяг цього навантаження (K), обумовлений впливом кожного фактора окремо [1, 4]:

$$K = P_{i1,g} \cdot K', \quad (1)$$

де $P_{i1,g}$ – питома вага 1-ї функції керування в обсягу робіт g -го підрозділу;

K' – коефіцієнт, що визначає рівень участі.

$$K' = 1/u,$$

де u – число підрозділів, для яких розглянутий фактор є визначальним.

Після вибору виробничих факторів і визначення часткових коефіцієнтів активного навантаження по 1-й функції керування, повний коефіцієнт буде дорівнювати:

$$K_p = \sum_f K_f, \quad (2)$$

де K_1, K_2, \dots, K_f – часткові коефіцієнти, f – число чинників.

Підставивши в (1) значення часткових коефіцієнтів з (2), одержимо наступну формулу розрахунку повного коефіцієнта активного навантаження для підрозділу даної функції керування:

$$K_{pg} = P_{i1,g} \cdot K_1 + P_{i2,g} \cdot K_2 + \dots + P_{if,g} \cdot K_f.$$

Повне активне навантаження g -го підрозділу розраховується по формулі:

$$N_{pg} = \sum_1 K_{pg,1},$$

де $K_{pg,1}$ – повний коефіцієнт активного навантаження g -го підрозділу по 1-й функції керування.

Розрахунок чисельності управлінських підрозділів виконують виходячи з вимог підвищення ефективності праці їх працівників. Існуючі нормативи чисельності інженерно-технічних працівників і службовців для підприємств

по галузях дозволяють визначити необхідну чисельність службовців по підприємству в цілому. Однак це не вирішує до кінця проблему нормування їх праці, тому що залишається відкритим питання обґрунтованого розподілу нормативної чисельності між підрозділами.

Для того щоб чисельність апарату керування відображала прогресивну організацію праці, її рівень повинен відповідати оптимальній інформаційній навантаженості працівників, розрахованій на основі питомого оптимального активного навантаження базових підрозділів підприємства. Базовий підрозділ вибирається у такий спосіб:

- з усіх розглянутих підрозділів відбираються ті, які працюють ритмічно, інші підрозділи надалі в аналізі не беруть участь;
- з відібраних підрозділів за базове приймається те, у якому питома активне навантаження буде найбільшим.

При цьому чисельність управлінських підрозділів підприємства, що мають величину питомого активного навантаження нижче базового рівня, повинна зменшуватися. Це приведе до збільшення обсягу активного навантаження на кожного працівника підрозділу і, таким чином, підвищить ефективність праці.

Визначимо чисельність окремих управлінських підрозділів:

$$Q_{r,g} = Q_g \cdot K_{pr,g},$$

де $Q_{r,g}$ – розрахункова чисельність g-го підрозділу;

Q_g – фактична чисельність g-го підрозділу;

$K_{pr,g}$ – поправочний коефіцієнт g-го підрозділу.

У свою чергу:

$$K_{pr,g} = L_{i,g} / L_{i,b},$$

де $K_{pr,g}$ – питома активне навантаження на працівників g-го підрозділу;

$L_{i,g}$ – питома активне навантаження в базовому підрозділі,

($L_{i,b} = L_{i,g} / Q_b$).

Підставляючи значення $L_{i,g}$ та $L_{i,b}$ у формулу розрахунку чисельності, одержимо:

$$Q_{r,g} = L_{i,g} \cdot Q_g / L_{i,b}. \quad (3)$$

З наведених розрахунків виходить, що чисельність управлінських підрозділів піддається нормуванню на основі вимог підвищення ефективності управлінської праці. Здійснивши на основі такого нормування перерозподіл

працівників, можна отримати чисельність працівників підрозділів, що забезпечує однакові значення ефективності управлінської праці підрозділів.

Завдяки цьому з'являється можливість уникнути ситуації, коли через відсутність норм для управлінських робіт на однотипних підприємствах і в однакових управлінських підрозділах чисельність працівників різна. Крім того, змінюючи чисельність управлінських підрозділів, можна вирівняти завантаженість керівників в аналогічних підрозділах підприємств.

Інформаційна підтримка вирішення задачі. Розрахунок кількості управлінського персоналу можливий на основі докладної інформації про кадровий склад підприємства, облік його зайнятості, що у свою чергу потребує створення та ведення відповідної бази даних, а також розробки прикладного програмного забезпечення. Програмний продукт було реалізовано на основі сучасних інформаційних технологій з використанням середовища розробки Microsoft Visual Studio та системи управління базами даних Microsoft SQL Server. Одним з ключових компонентів програмного забезпечення є база даних. Її структура представлена у вигляді моделі в нотації IDEF1X, яку наведено на рисунку 1. Наявність такої бази даних забезпечить можливість вести облік даних про персонал підприємства, а також вирішувати основні задачі управління персоналом, ґрунтуючись на облікових даних.

Отримані результати та їх аналіз. За допомогою розробленого програмного забезпечення було проведено контрольні розрахунки на основі тестових даних, максимально наближених до реальних.

Для отримання користувачем інформації про стан кадрового складу підприємства можуть бути застосовані різні графічні засоби (графіки, діаграми тощо). Це підвищує наочність інформації, спрощує її сприйняття. Приклад однієї з діаграм наведений на рисунку 2.

Для підтримки прийняття рішення щодо кількості управлінського персоналу в підрозділах було розглянуто дані по трьом підрозділам: планово-економічному відділу, відділу праці і заробітної плати, відділу кадрів. Оцінка функцій керування для цих підрозділів експертами наведена в таблиці 1.

Таблиця 1 – Питома вага функцій керування в підрозділах, %

Підрозділ	Функції керування			
	Планування	Регулювання	Координування	Контроль
Планово-економічний відділ	40	18	28	14
Відділ праці і заробітної плати	37	20	23	20
Відділ кадрів	30	25	25	20

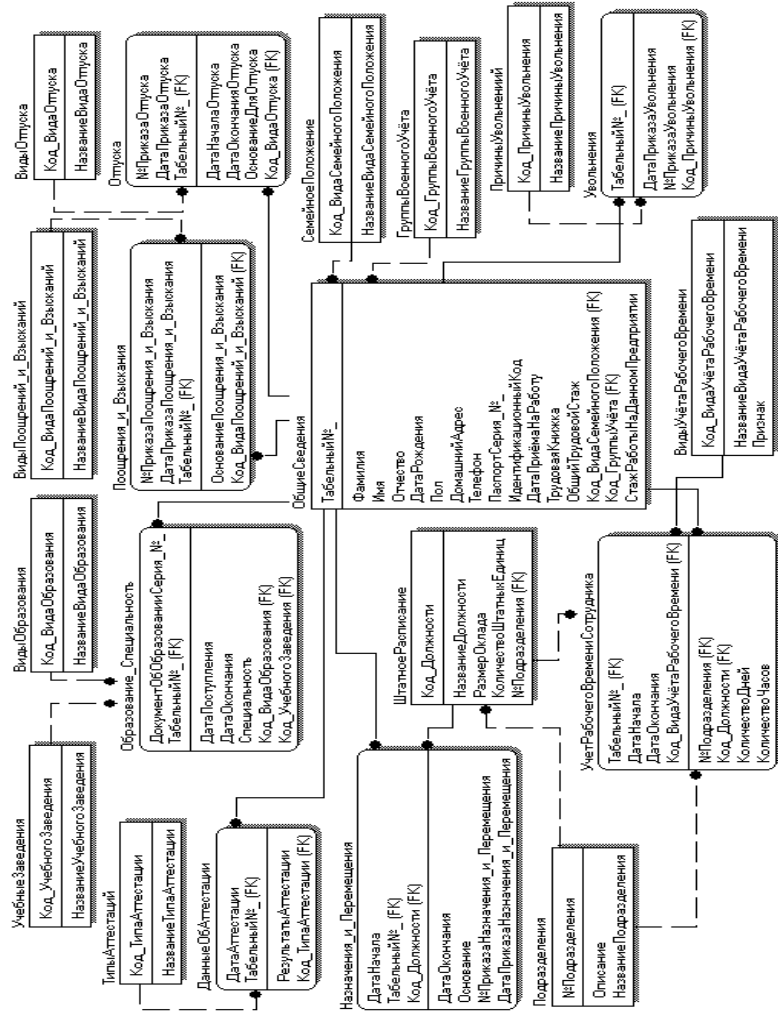


Рис. 1 – Модель даних

Згідно з методом, наведеним вище, було розраховано повний коефіцієнт активного навантаження для підрозділу по кожній функції керування, а потім повний коефіцієнт активного навантаження по всім виконуваним функціям підрозділу. Ці дані наведені у таблиці 2.

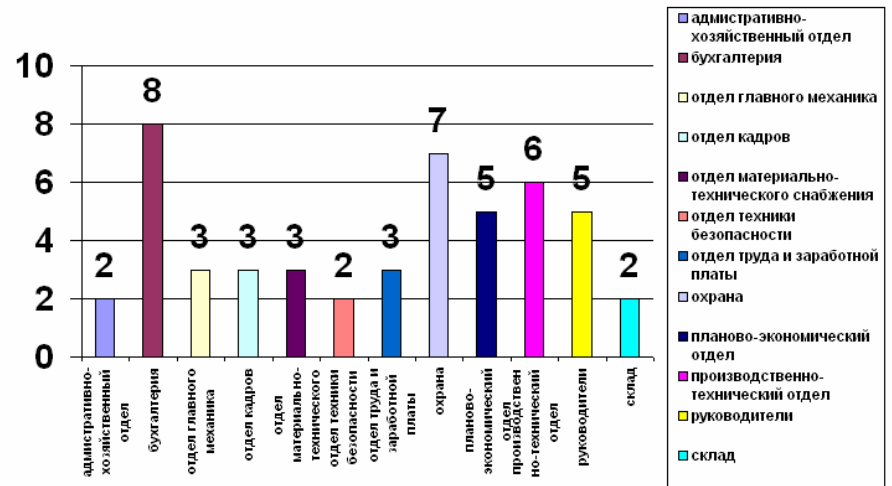


Рис. 2 – Діаграма «Кількість штатних одиниць у підрозділах»

Таблиця 2 – Повні коефіцієнти активного навантаження по підрозділах

Підрозділ	Повні коефіцієнти активного навантаження по функціям керування				Повний коефіцієнт по всім функціям
	Планування	Регулювання	Координування	Контроль	
Планово-економічний відділ	280	108	84	28	500
Відділ праці і заробітної плати	74	130	69	36.5	309.5
Відділ кадрів	60	87.5	125	56.5	329

Підрозділ, у якому є найбільше активне навантаження, приймається за базовий. Його чисельність і розподіл навантаження вважається найбільш раціональним і надалі розгляді не бере участь. Чисельність і навантаження інших підрозділів вирівнюється щодо базового.

Визначивши питоме активне навантаження на працівників кожного підрозділу, отримаємо:

- для планово-економічного відділу (чисельність 5 осіб) – 100;
- відділу праці і заробітної плати (чисельність 4 особи) – 77.375;
- відділу кадрів (чисельність 4 особи) – 109.66.

Відповідно до формули (3) було визначено раціональну чисельність розглянутих управлінських підрозділів. Для планово-економічного відділу вона склала 4.56, для відділу праці і заробітної плати – 2.82.

Таким чином, для даного прикладу можна зробити висновок про те, що у відділі кадрів найбільш раціональна чисельність і навантаження; у планово-економічному відділі чисельність можна знизити на 8.8% (на практиці це проявляється в скороченні робочого дня для окремих співробітників, перерозподілі або збільшенні навантаження і т.д.); у відділі праці і заробітної плати чисельність можна знизити на 29.5% – це значить, що можна рекомендувати скоротити одне робоче місце.

Висновки. У представленій роботі було розглянуто один з підходів до вирішення задачі підтримки прийняття рішень щодо обґрунтування чисельності управлінського персоналу підприємства. Для реалізації підходу та перевірки його працездатності було розроблено інформаційну систему, що відноситься до типу HRM. До складу системи входять база даних та прикладне програмне забезпечення. Система орієнтована на користувача, що не має спеціальної підготовки у галузі інформаційних технологій, має графічний інтерфейс користувача. За допомогою системи здійснюється автоматизація облікових задач, пов'язаних з персоналом підприємства, а також вирішення задач, які виникають у зв'язку з необхідністю підтримки управлінських рішень щодо визначення чисельності управлінського персоналу.

Список літератури: 1. Менеджмент персонала: функции и методы: Учебное пособие. – М. : МАИ, 1993. – 188 с. 2. Маслов Е. В. Управление персоналом предприятия: Учебное пособие. / Е. В. Маслов. – Москва-Новосибирск : «ИНФРА-М», 2001. – 420 с. 3. Тараненко В. А. Управление персоналом, корпоративный мониторинг, психодиагностика: Тесты для отбора персонала. / В. А. Тараненко. – К. : Ника-Центр, 2002. – 275 с. 4. Теория и практика управления персоналом: Учеб.-метод. пособ. / Авт.-сост. Г. В. Щекин. – К. : МАУП, 2003. – 280 с. 5. Армстронг М. Стратегическое управление человеческими ресурсами: Пер. с англ. / М. Армстронг. – М. : ИНФРА-М, 2002. – 328 с.

Надійшла до редколегії 11.12.2012

УДК 517.8

А. Ю. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;
А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, д-р физ.-мат. наук, проф. СГУ, Сумы

НАХОЖДЕНИЕ КВАНТИЛЕЙ ХИ-КВАДРАТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ КОРРЕЛЯЦИИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

Розглянута задача математичної статистики, що відноситься до корельованих послідовностей (часовим відлікам) з заданим фіксованим рівнем статистичного зв'язку між ними. Представлені таблиці ліво- та правосторонніх квантилів розподілу хі-квадрат при наявності кореляції, а також графіки залежності квантилів від параметрів розподілу. Показано, що отримані результати можуть бути застосовані в задачах прийняття статистичних рішень.

Ключові слова: корельовані відліки, критичне значення, ліво- та правосторонні квантилі, статистичні дані, розподіл хі-квадрат.

Рассмотрена задача математической статистики, относящаяся к коррелированным последовательностям (временным отсчетам) с заданным фиксированным уровнем статистической связи между ними. Представлены таблицы лево- и правосторонних квантилей распределения хи-квадрат при наличии корреляции, а также графики зависимости квантилей от параметров распределения. Показано, что полученные результаты могут быть применены в задачах принятия статистических решений.

Ключевые слова: коррелированные отсчеты, критическое значение, лево- и правосторонние квантили, статистические данные, хи-квадрат распределение.

The problems of mathematical statistics, related to correlated sequences (to time counts) with a given fixed level of statistical correlation between them, are considered. Tables are presented left- and right-side quantiles of distribution of the chi-squared at presence of correlation, and also graphic arts of dependence of quantiles from the parameters of distribution. It is shown that the results obtained can be applied in the tasks of making statistical decisions.

Keywords: correlated sequences, critical value, left- and right-side quantiles, statistical data, chi-squared's distribution.

Введение. В математической статистике принято считать задачу решенной, если предъявлена плотность распределения вероятностей или производящая функция случайной величины. Алгоритмы решения задач принятия статистических решений содержат также заключительный этап сравнения двух величин – наблюдаемого критерия и порогового значения (квантиля). Если критерий (1) определяется данными наблюдений, то квантиль χ_{α}^2 связан с принятой гипотетической моделью. В известных законах распределения [1–3] исходно допускается предположение о некоррелированности наблюдаемых отсчетов. Но при рассмотрении некоторых распространенных практических задач часто сталкиваются с тем, что экспериментальные данные коррелируют между собой. В связи с этим

© Г. Ю. Сидоренко, О. С. Мазманішвілі, 2013

возникает задача о степени влияния корреляции данных на χ^2_α распределения в задачах математической статистики рассматриваемых величин.

Целью данной статьи является построение и анализ лево- и правосторонних критических значений распределения χ^2 в зависимости от изменения параметров, при этом в качестве отсчетов будет использована коррелированная последовательность.

Алгоритм расчета. Рассмотрение будет проведено при следующем предположении: используемые ниже наборы отсчетов $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$ – совокупность сечений объемом $N+1$, взятых с постоянным временным шагом τ из реализации нормального марковского процесса Орнштейна-Уленбека [4, 5] $x(t)$ с интенсивностью σ и коэффициентом корреляции q .

Для интервала длительностью T рассмотрим плотность распределения вероятностей $f_J(\eta)$ случайных значений функционала

$$J = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N x_n^2, \quad (1)$$

которая выражается с помощью обратного преобразования Лапласа

$$f_J(\eta) = \frac{1}{2\pi i} \int \exp(\lambda\eta) Q_{N+1}(\lambda) d\lambda \quad (2)$$

через производящую функцию отсчетов

$$Q_{N+1}(\lambda) = \left\langle \exp\left(-\frac{\lambda}{N+1} \sum_{n=0}^N x_n^2\right) \right\rangle, \quad (3)$$

взятых с равномерным шагом $\tau = T/N$. Здесь угловые скобки $\langle . \rangle$ обозначают операцию нахождения математического ожидания относительно случайной величины (1). В работе [6] было доказано, что для нахождения плотности распределения вероятностей $f_J(\eta)$ аддитивного функционала J (1) можно использовать алгоритм N -кратной свертки

$$f_J(\eta) = (\varphi_0 * \varphi_1 * \dots * \varphi_N)(\eta), \quad (4a)$$

$$\varphi_n(\eta) = \sqrt{\frac{\lambda_n(N+1)}{2\pi\sigma^2\eta}} \exp\left(-\frac{N+1}{2\sigma^2} \lambda_n \eta\right), \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (4b)$$

Алгоритмы решения задач принятия статистических решений содержат заключительный этап сравнения двух величин – наблюдаемого критерия и

порогового значения (квантиля). Если критерий (1) определяется данными наблюдений, то квантиль η_α связан с принятой гипотетической моделью.

Критическая точка η_α распределения случайных значений η функционала качества J отвечает равенству

$$\Pr(J > \eta_\alpha) = \int_{\eta_\alpha}^{\infty} f_J(\eta) d\eta = \alpha, \quad (5)$$

где α – уровень значимости.

Основные результаты. На основе описанного метода было создано программное средство, позволяющее построить таблицы квантилей функционала при изменении различных параметров распределения.

С целью верификации результатов рассмотрено известное в математической статистике распределение χ^2 (табл. 1) с числом степеней свободы $N+1$ (так как индекс числа отсчетов функционала (1) начинается с 0) в качестве частного случая распределения квадратичного функционала J (табл. 2). Сравнение распределения χ^2 и полученного распределения квадратичного функционала (1) возможно только в том случае, когда коэффициент корреляции q будет равен 0.

Таблица 1 – Двусторонние критические точки распределения χ^2

N	α							
	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.1	13.3
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.1	12.8	15.1
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.6	12.6	14.4	16.8
10	2.56	3.25	3.94	4.87	16.0	18.3	20.5	23.2
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.3	19.7	21.9	24.7
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.3	25.0	27.5	30.6
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0

Таблица 2 – Двусторонние критические точки функционала (1), где $q = 0$, $\sigma = 1$

N	α							
	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99
3	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.1	13.3
5	0.87	1.24	1.64	2.20	10.6	12.6	14.4	16.8
7	1.65	2.18	2.73	3.49	13.4	15.5	17.5	20.1
10	3.05	3.82	4.57	5.58	17.3	19.7	21.9	24.7
15	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0
20	8.90	10.3	11.6	13.2	29.6	28.9	35.5	38.9

Сравнение указанных значений из табл. 1 и табл. 2 позволяет убедиться в правильности построения таблиц лево- и правосторонних квантилей.

В табл. 3 представлены пороговые значения, в которых изменяющимся параметром является коэффициент корреляции q .

Таблица 3 – Двусторонние критические точки функционала (1), где $N = 3, \sigma = 1$

q	α							
	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99
0.1	0.11	0.25	0.31	0.36	2.15	2.59	3.01	3.55
0.3	0.10	0.24	0.29	0.34	2.19	2.68	3.17	3.82
0.5	0.09	0.21	0.26	0.30	2.27	2.87	3.48	4.32
0.7	0.06	0.16	0.20	0.24	2.41	3.19	3.99	5.09
0.9	0.03	0.08	0.10	0.13	2.68	3.69	4.74	6.16
0.95	0.02	0.05	0.07	0.09	2.77	3.84	4.96	6.48
0.99	0.01	0.02	0.03	0.05	2.85	3.98	5.16	6.75

С уменьшением коэффициента корреляции график плотности распределения имеет тенденцию локализоваться вокруг среднего значения функционала J (1), а значения правосторонних квантилей должны увеличиваться, а левосторонних – уменьшаться. В приведенной табл. 3 можно наблюдать эту тенденцию.

В табл. 4 представлены лево- и правосторонние квантили с изменяющимся параметром $N+1$ – числом отсчетов. Анализ данной таблицы на правильность построения показывает, что, во-первых, с увеличением уровня значимости α пороговые значения увеличиваются, во-вторых, с увеличением объема выборки N квантили также возрастают.

Таблица 4 – Двусторонние критические точки функционала (1), где $q = 0.9, \sigma = 1$

N	α							
	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99
3	0.03	0.08	0.10	0.13	2.68	3.69	4.74	6.16
5	0.04	0.10	0.13	0.16	2.58	3.52	4.50	5.84
7	0.05	0.12	0.15	0.18	2.49	3.38	4.30	5.56
10	0.06	0.14	0.18	0.21	2.39	3.20	4.04	5.19
15	0.08	0.18	0.21	0.25	2.25	2.95	3.69	4.69
20	0.10	0.20	0.24	0.28	2.15	2.77	3.42	4.30
25	0.11	0.22	0.26	0.30	2.06	2.63	3.20	3.99

На рис. 1, a – b представлены зависимости a) – левосторонних и b) – правосторонних квантилей функционала J (1) от коэффициента корреляции q . Анализ зависимостей, построенных на рис. 1, показывает влияние коэффициента корреляции q на правосторонние пороговые значения η_α .

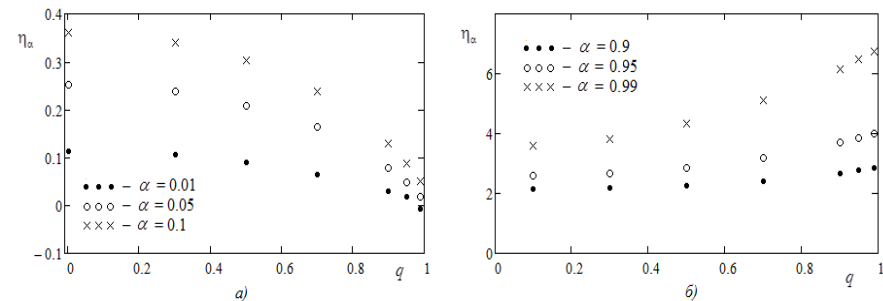


Рис. 1 – Зависимость a – левостороннего и b – правостороннего квантилей η_α от коэффициента корреляции q для $N=3, \sigma = 1$

Видно, что с увеличением коэффициента корреляции q возрастают правосторонние пороговые значения (квантили) η_α , а левосторонние – уменьшаются. Далее, анализируя рис. 1, можно убедиться в важности выбора уровня значимости α . Чем больше уровень значимости, тем больше лево- и правосторонние пороговые значения η_α . Следовательно, можно сделать вывод, что при $q > 0$ коэффициент корреляции значительно влияет на поведение критических значений функционала (1).

На рис. 2, a – b представлены зависимости a) – левосторонних и b) – правосторонних квантилей функционала J (1) от параметра N .

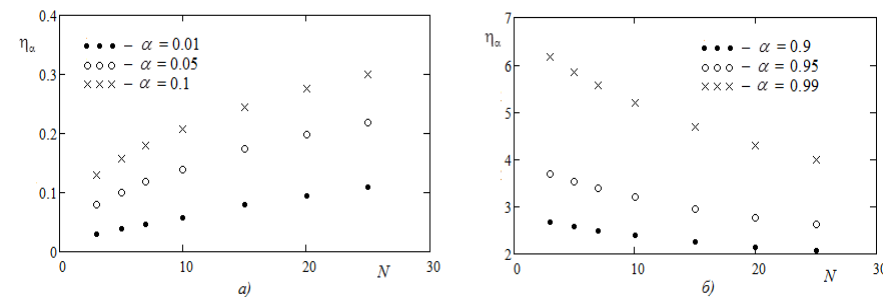


Рис. 2 – Зависимость a – левостороннего и b – правостороннего квантилей η_α от количества числа отсчетов N для $q=0.9, \sigma = 1$

Из рис. 2, a – b можно сделать вывод о том, что приведенные зависимости отвечают общим закономерностям, характерным для критических значений функционала (1). А именно, с увеличением числа отсчетов N возрастают левосторонние пороговые значения (квантили) η_α , а правосторонние –

уменьшаются. Также, при увеличении уровня значимости лево- и правосторонние пороговые значения η_α функционала (1) возрастают, о чем свидетельствует рис. 3.

На рис. 3 приведены зависимости *a)* – левосторонних и *б)* – правосторонних квантилей функционала J (1) от уровня значимости α .

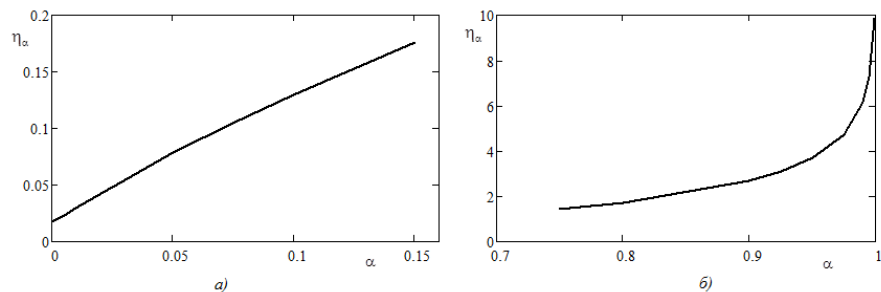


Рис. 3 – Зависимость *a* – левостороннего и *б* – правостороннего квантилей η_α от уровня значимости α для $q=0.9$, $N=3$, $\sigma=1$

В производственных процессах, в которых изначально задаются уровень значимости и коэффициент корреляции результатов (например, при шлифовании), необходимо задавать технологический квантиль, определяющий завершение процесса. На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что учет корреляции представляет не только теоретический, но и практический интерес.

Выводы. Полученные таблицы и зависимости справедливы для любых допустимых значений коррелятора q , в том числе и нулевых. Решение задач принятия статистических решений содержат заключительный этап сравнения двух величин – наблюдаемого критерия и порогового значения (квантиля). Учет коррелированности опытных данных может существенно повлиять на вид принимаемого решения.

Список литературы: 1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М.: Наука, 1961. – 406 с. 2. Королюк В. С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королюк – К.: Наукова думка. – 1978. – 584 с. 3. Мазманишвили А. С. Континуальное интегрирование как метод решения физических задач / А. С. Мазманишвили. – К.: Наукова думка, 1987. – 224 с. 4. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. – 1987. – 360 с. 5. Венцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров. – М.: Высшая школа. – 2000. – 383 с. 6. Сидоренко А. Ю. Применение методов статистического анализа при обработке опытных данных / А. Ю. Сидоренко, А. С. Мазманишвили // Вісник НТУ «ХПІ». – 2012. – № 2(976). – С. 114–121. 7. Тихонов В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.

Надійшла до редколегії 15.12.2012

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, д-р физ.-мат. наук, проф. СумГУ, Сумы;
А. Ю. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПІ»

ПОВЫШЕНИЕ ПОРЯДКА ДВУМЕРНЫХ НОРМАЛЬНЫХ МАРКОВСКИХ ПОЛЕЙ

Розглянута задача моделювання нормальних марківських полів з підвищенням порядку. Представлені алгоритми генерації полів 1-го і 2-го порядків. Показано, що отримані результати можуть бути застосовані в задачах стохастичного моделювання.

Ключові слова: нормальне марківське поле, густина розподілу, функція розподілу.

Рассмотрена задача моделирования нормальных марковских полей с повышением порядка. Представлены алгоритмы генерации полей 1-го и 2-го порядков. Показано, что полученные результаты могут быть применены в задачах стохастического моделирования.

Ключевые слова: нормальное марковское поле, плотность распределения, функция распределения.

The problem of design of the normal fields of Markov is considered with the increase of order. The algorithms of generation of the fields are presented 1th and 2th orders. It is shown that the got results can be applied in the tasks of acceptance of stochastic design.

Keywords: the normal Markov field, increase of order, density distribution, function of distribution.

Введение. Вычислительные задачи стохастического моделирования начинаются с синтеза алгоритмов генерации случайных величин с необходимыми для данной задачи свойствами. При моделировании принято использовать допущение о декартовой структуре пространства, в котором разыгрываются случайные события. Это допущение распространяется и на сами случайные объекты, которые реализуются на отрезке, или в прямоугольнике, или, наконец, в многомерном гиперкубе [1, 2]. Известные алгоритмы опираются на прямоугольную декартову систему даже в тех случаях, когда исследуемый объект мало удобен при описании в прямоугольной системе, например, тор или цилиндр [2].

Алгоритмы генерации двумерных марковских полей [3, 4] приспособлены для построения полей лишь нулевого или первого порядка. Между тем, в задачах машиностроения [5] технической электродинамики [6], навигации [7] и других случайные поля должны характеризоваться, по крайней мере, вторым порядком. Это обусловлено, прежде всего, необходимостью их применения при моделировании динамических задач, в которых рассматриваются дифференциальные уравнения, порядок которых второй или выше.

В узлах внутри заданного прямоугольника будет синтезировано стационарное и самосогласованное марковское поле. Построение алгоритма генерации искомого марковского поля будет основано на иерархическом принципе.

© О. С. Мазманишвили, Г. Ю. Сидоренко, 2013

Целью данной работы является построение алгоритма повышения порядка случайного объекта – нормального марковского поля, реализующегося на плоской поверхности.

Алгоритм генерации марковских полей. Алгоритмы генерации двумерных марковских полей приспособлены для применения в прямоугольнике, стороны которого параллельны декартовым осям координат на плоскости. В работе синтезирована последовательность вложенных алгоритмов генерации случайного объекта – нормального марковского поля второго порядка, реализующегося на плоской поверхности.

Из всего многообразия возможных вариантов и двумерных случайных моделей вещественное нормальное поле (НМД-поле) $H(x, y)$, пожалуй, чаще всего используется, если отсутствуют дополнительные априорные факторы, поскольку является удобным объектом анализа и важным в прикладном отношении. Любые его ортогональные сечения являются стационарным процессом Орнштейна-Уленбека (ОУ-процесс).

Определяющим свойством рассматриваемого нормального марковского двумерного поля является его корреляционный функционал

$$K_{xy} = K_{xy}(x, y | x', y') = M[H_1(x, y)H_1(x', y')] = pq\sigma^2, \quad (1)$$

с парциальными корреляторами $p = \exp(-v_x |x - x'|)$, $q = \exp(-v_y |y - y'|)$, где $h = h(x, y)$ – реализация гауссового двумерного поля $H_1(x, y)$ в прямоугольной области $\{x \in [0, a], y \in [0, b]\}$ на плоскости xOy , $\sigma^2 = M[H_1^2(x, y)]$ – интенсивность НМД-поля, v_x и v_y – декременты затухания поля по оси x и y соответственно.

Обобщением известных конструкций – переходных вероятностей для нормального марковского процесса (ОУ-процесса) – может служить переходная плотность распределения вероятностей для амплитуды $h(x, y)$ НМД-поля $H_1(x, y)$

$$f_H(h(x, y) | h(x', y), h(x, y'), h(x', y')) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-p^2)(1-q^2)\sigma^2}} \exp\{-Q[h(x, y)]\}, \quad (2a)$$

где $Q[h(x, y)]$ – квадратичная форма относительно полевых переменных,

$$Q(x, y) = \frac{[h(x, y) - ph(x', y) - qh(x, y') + pqh(x', y')]^2}{2(1-p^2)(1-q^2)\sigma^2}.$$

Устремляя $x' \rightarrow -\infty$ или $y' \rightarrow -\infty$, получим граничные переходные плотности распределения вероятностей

$$f_H(h(x, y) | h(x', y)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-p^2)\sigma^2}} \exp\left(-\frac{[h(x, y) - ph(x', y)]^2}{2(1-p^2)\sigma^2}\right), \quad (2b)$$

$$f_H(h(x, y) | h(x, y')) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-q^2)\sigma^2}} \exp\left(-\frac{[h(x, y) - qh(x, y')]^2}{2(1-q^2)\sigma^2}\right), \quad (2c)$$

которые служат переходными плотностями для парциальных ОУ-процессов, а при $x' \rightarrow -\infty$ и $y' \rightarrow -\infty$ получим вершинную плотность распределения вероятностей равновесного вида

$$f_H(h(x, y)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{[h(x, y)]^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2d)$$

для случайной величины – реализации $h = h(x, y)$ поля $H_1(x, y)$ в точке с координатами (x, y) , и поэтому из соотношений (2) следует корреляционная функция (1).

Из явного вида квадратичной формы $Q(x, y)$ в формуле (2a) для переходной плотности $f(h(x, y) | h(x', y), h(x, y'), h(x', y'))$ поля $H_1(x, y)$ можно видеть, что статистическая зависимость в выбранной точке (x, y) связана со значениями в точках (x', y) , (x, y') , параллельных осям координат, а также и со значением в точке (x', y') , находящейся в четвертой вершине прямоугольника с вершинами $((x, y); (x', y); (x, y'); (x', y'))$. Таким образом, переходная плотность в (2) позволяет учесть корреляции значений нормального поля первого порядка $H_1(x, y)$ по переменной x , переменной y , а также их совместные корреляции.

Уравнение движения для амплитуды НМД-поля первого порядка. Расположим на плоскости декартову систему координат с началом в точке $(0, 0)$. Динамику случайного поля $H_1(x, y) = H(x, y)$ в прямоугольнике $\{x \in [0, a], y \in [0, b]\}$ с вершиной в $(0, 0)$ можно описать с помощью уравнения, обобщающего уравнение Ланжевена для процесса Орнштейна-Уленбека

$$(\partial / \partial x + v_x)(\partial / \partial y + v_y)h(x, y) = \sigma u(x, y), \quad (3)$$

где $u(x, y)$ – случайное поле, обладающее свойствами гауссового двумерного белого шума с единичной интенсивностью.

В качестве граничных условий в (3) используем два нормальных стохастических процесса, описываемых уравнениями Ланжевена,

$$(\partial/\partial x + v_x)h(x,0) = \sigma u(x,0), \quad (\partial/\partial y + v_y)h(0,y) = \sigma u(0,y), \quad (4)$$

реализующиеся вдоль осей x и y соответственно, а начальным условием к ним будут значения случайной величины $h(0,0) = \sigma u(0,0)$.

Решение уравнения (3) с условиями (4) следующее

$$h(x,0) = \exp(-v_x x)h(0,0) + \sigma \int_0^x \exp[-v_x(x-x')]u(x',0)dx', \quad (5a)$$

$$h(0,y) = \exp(-v_y y)h(0,0) + \sigma \int_0^y \exp[-v_y(y-y')]u(0,y')dy', \quad (5b)$$

$$h(x,y) = \exp(-v_x x - v_y y)h(0,0) + \sqrt{2v_x} \sigma \int_0^x \exp[-v_x(x-x')]u(x',0)dx' + \sqrt{2v_y} \sigma \int_0^y \exp[-v_y(y-y')]u(0,y')dy' + \sqrt{4v_x v_y} \sigma \int_0^x \int_0^y \exp[-v_x(x-x') - v_y(y-y')]u(x',y')dx'dy'. \quad (5c)$$

Здесь видно, что марковское свойство для поля $H_1(x,y)$ согласно (5a) и (5b) имеет место вдоль граничных осей x и y , а также, согласно (5c), на плоскости ($x0y$).

Алгоритм генерации НМД-поля первого порядка $H_1(x,y)$.

Уравнение (3) вместе с решением (5) описывают динамику НМД-поля первого порядка $H_1(x,y)$, порождающим полем для которого является поле белого шума («нулевого» порядка) $u(x,y)$.

На основе решения (5) можно построить числовой алгоритм генерации НМД-поля $H_1(x,y)$. Этот иерархический алгоритм генерации значения в узлах случайного нормального стационарного марковского поля в прямоугольной области плоскости со сторонами a и b . Рассмотрим на плоскости ($x0y$) прямоугольник с вершиной в точке $(0,0)$. Зададимся сеткой узлов $\{0 \leq j \leq N_x, 0 \leq k \leq N_y\}$ с шагом Δ_x по оси x и с шагом Δ_y по оси y , соответственно, так, что $N_x = a/\Delta_x$, $N_y = b/\Delta_y$.

Тогда искомый иерархический алгоритм генерации НМД-поля $H_1(x,y)$ удобно представить следующими 4 шагами.

Шаг 1. Генерация значения в вершине ($j=0, k=0$):

$$h_{0,0} = \sigma u_{0,0}. \quad (6a)$$

Шаг 2. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x -границы ($j > 0, k = 0$)

$$h_{j+1,0} = ph_{j,0} + \sqrt{1-p^2} \sigma u_{j+1,0}. \quad (6b)$$

Шаг 3. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y -границы ($j=0, k > 0$)

$$h_{0,k+1} = qh_{0,k} + \sqrt{1-q^2} \sigma u_{0,k+1}. \quad (6c)$$

Шаг 4. Последовательное (слева-направо и послыно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника ($j > 0, k > 0$):

$$h_{j+1,k+1} = ph_{j,k+1} + qh_{j+1,k} - pqh_{j,k} + \sqrt{(1-p^2)(1-q^2)} \sigma u_{j+1,k+1}. \quad (6d)$$

В выражениях (6) $p = \exp(-v_x \Delta_x)$, $q = \exp(-v_y \Delta_y)$, где v_x и v_y – парциальные декременты, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно. Отметим, что выбранных Δ_x и Δ_y (то есть количестве шагов N_x , N_y , соответствующих заданным размерам прямоугольника a и b), интенсивность в числовом алгоритме необходимо перенормировать так, чтобы энергия НМД-поля $H_1(x,y)$, приходящаяся на единицу площади, совпадала с заданной при любом числе шагов.

Из (6) можно получить, что математические ожидания для значения $h_{j,k}$ и $h_{j,k}^2$ в любом (j,k) -узле поля $H_1(x,y)$ составляют $M[h_{j,k}] = 0$, $M[h_{j,k}^2] = \sigma^2 = const$, если последовательно понижать значения j -индекса, а затем k -индекса и, наконец, найти безусловное равновесное среднее.

Таким образом, алгоритм (6) генерации значений случайного поля $H_1(x,y)$ в прямоугольнике на плоскости является стационарным.

Результаты генерации НМД-поля 1-го порядка. На Рис. 1 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50) , отвечающий полю нормального «белого» шума $H_0(x,y)$.

На Рис. 2 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50) , отвечающий НМД-полю первого порядка H_1 при $v_x = 0.3$, $v_y = 0.3$, $\sigma = 0.25$. На Рис. 3 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50) , отвечающий НМД-полю первого порядка H_1 при $v_x = 1.0$, $v_y = 1.0$, $\sigma = 0.25$.

Уравнение движения амплитуды НМД-поля 2-го порядка $H_2(x,y)$.

Примем, что флуктуации НМД-поля по обеим переменным являются ОУ-процессами второго порядка и подчиняются уравнениям Ланжевена

$$(\partial^2/\partial x^2 + 2\beta_x \partial/\partial x + \Omega_x^2)h(x,y) = \sigma u(x,y), \quad (\partial^2/\partial y^2 + 2\beta_y \partial/\partial y + \Omega_y^2)h(x,y) = \sigma u(x,y), \quad (7)$$

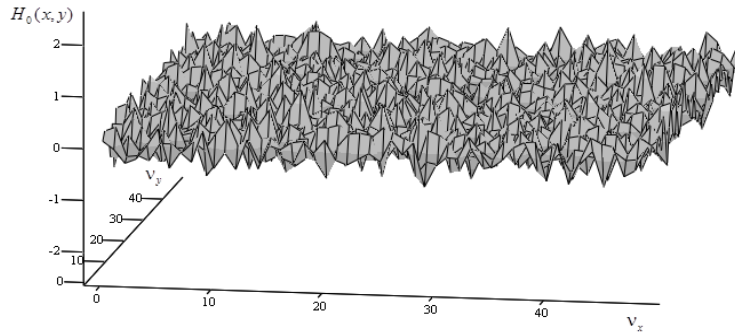


Рис. 1 – Поле «белого» шума H_0 : $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\sigma = 0.25$

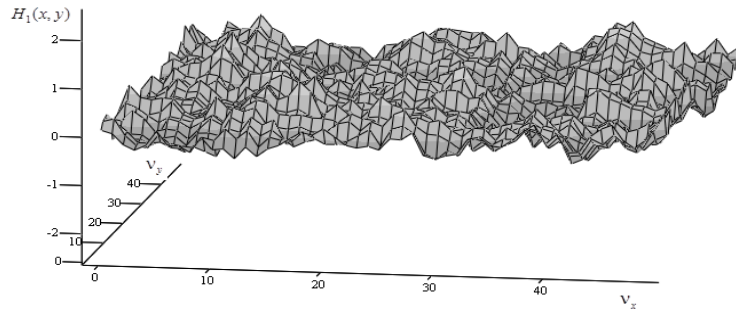


Рис. 2 – Нормальное марковское поле первого порядка H_1 .

Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $v_x = 0.3$, $v_y = 0.3$, $\sigma = 0.25$

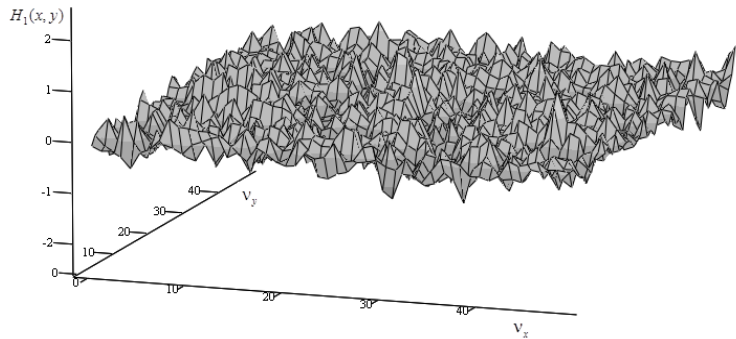


Рис. 3 – Нормальное марковское поле первого порядка H_1 .

Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $v_x = 1.0$, $v_y = 1.0$, $\sigma = 0.25$

где β_x, Ω_x и β_y, Ω_y – парциальные декременты и частоты, отвечающие движению по осям x и y соответственно. Тогда уравнение для НМД-поля $H_2(x, y)$ можно записать в виде

$$(\partial^2 / \partial x^2 + 2\beta_x \partial / \partial x + \Omega_x^2)(\partial^2 / \partial y^2 + 2\beta_y \partial / \partial y + \Omega_y^2)h(x, y) = \sigma u(x, y). \quad (8)$$

Пусть $\gamma_{1,x}$, $\gamma_{2,x}$ и $\gamma_{1,y}$, $\gamma_{2,y}$ – решения уравнений $\gamma^2 + 2\beta_x \gamma + \Omega_x^2 = 0$, $\gamma^2 + 2\beta_y \gamma + \Omega_y^2 = 0$, тогда уравнение (8) можно записать в виде системы

$$(\partial / \partial x + \gamma_{1,x})(\partial / \partial y + \gamma_{1,y})h_1(x, y) = \sigma u(x, y), \quad (\partial / \partial x + \gamma_{2,x})(\partial / \partial y + \gamma_{2,y})h_2(x, y) = h_1(x, y). \quad (9)$$

Из (9) следует, что к НМД-полю второго порядка $H_2(x, y)$ производящим генератором является НМД-поле $H_1(x, y)$ первого порядка так же, как к этому НМД-полю $H_1(x, y)$ первого порядка производящим генератором является поле белого шума $H_0(x, y) = u(x, y)$ «нулевого» порядка. Это свойство имеет место при условии, что в роли новых эффективных декрементов будут задействованы два набора $(\gamma_{1,x}, \gamma_{1,y})$ и $(\gamma_{2,x}, \gamma_{2,y})$. Теперь, сопоставляя уравнения (7), (9) и уравнения (3), (4) с решением (5), получим решение для НМД-поля второго порядка

$$h'(x, 0) = \exp(-\gamma_{1,x}x)h'(0, 0) + \sigma \int_0^x \exp[-\gamma_{1,x}(x-x')]u(x', 0)dx', \quad (10a)$$

$$h'(0, y) = \exp(-\gamma_{1,y}y)h'(0, 0) + \sigma \int_0^y \exp[-\gamma_{1,y}(y-y')]u(y', 0)dy', \quad (10b)$$

$$h'(x, y) = \exp(-\gamma_{1,x}x - \gamma_{1,y}y)h'(0, 0) + \quad (10c)$$

$$+ \sqrt{2\gamma_{1,x}}\sigma \int_0^x \exp[-\gamma_{1,x}(x-x')]u(x', 0)dx' + \sqrt{2\gamma_{1,y}}\sigma \int_0^y \exp[-\gamma_{1,y}(y-y')]u(y', 0)dy' +$$

$$+ \sqrt{4\gamma_{1,x}\gamma_{1,y}}\sigma \int_0^x \int_0^y \exp[-\gamma_{1,x}(x-x') - \gamma_{1,y}(y-y')]u(x', y')dx'dy',$$

$$h_2(x, 0) = \exp(-\gamma_{2,x}x)h'(0, 0) + \sigma \int_0^x \exp[-\gamma_{2,x}(x-x')]h'(x', 0)dx', \quad (10d)$$

$$h_2(0, y) = \exp(-\gamma_{2,y}y)h'(0, 0) + \sigma \int_0^y \exp[-\gamma_{2,y}(y-y')]h'(y', 0)dy', \quad (10e)$$

$$h_2(x, y) = \exp(-\gamma_{2,x}x - \gamma_{2,y}y)h'(0, 0) + \quad (10f)$$

$$+ \sqrt{2\gamma_{2,x}}\sigma \int_0^x \exp[-\gamma_{2,x}(x-x')]h'(x', 0)dx' + \sqrt{2\gamma_{2,y}}\sigma \int_0^y \exp[-\gamma_{2,y}(y-y')]h'(y', 0)dy' +$$

$$+ \sqrt{4\gamma_{2,x}\gamma_{2,y}} \sigma \int_0^x \int_0^y \exp[-\gamma_{2,x}(x-x') - \gamma_{2,y}(y-y')] h'(x', y') dx' dy'.$$

Алгоритм генерации НМД-поля второго порядка $H_2(x, y)$. Уравнение (7) вместе с решением (10) описывают динамику НМД-поля второго порядка $H_2(x, y)$, порождающим полем для которого является поле «белого» шума («нулевого» порядка) $u(x, y)$.

На основе решения (10) можно построить числовой алгоритм генерации НМД-поля $H_2(x, y)$. Он так же, как и для поля $H_1(x, y)$, будет иерархическим алгоритмом генерации значения в узлах случайного нормального стационарного марковского поля в прямоугольной области плоскости со сторонами a и b . Для того же прямоугольника с вершиной в точке $(0,0)$ на плоскости (x, y) зададимся сеткой узлов $\{0 \leq j \leq N_x, 0 \leq k \leq N_y\}$ с шагом Δ_x по оси x и с шагом Δ_y по оси y , так, что $N_x = a/\Delta_x$, $N_y = b/\Delta_y$.

Тогда искомым иерархический алгоритм генерации НМД-поля $H_2(x, y)$ удобно представить следующими 8 шагами.

Шаг 1. Генерация значения в вершине ($j = 0, k = 0$):

$$h'_{0,0} = \sigma u_{0,0}. \quad (11a)$$

Шаг 2. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x -границы ($j > 0, k = 0$)

$$h'_{j+1,0} = p_1 h'_{j,0} + \sqrt{1-p_1^2} \sigma u_{j+1,0}. \quad (11b)$$

Шаг 3. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y -границы ($j = 0, k > 0$)

$$h'_{0,k+1} = q_1 h'_{0,k} + \sqrt{1-q_1^2} \sigma u_{0,k+1}. \quad (11c)$$

Шаг 4. Последовательное (слева-направо и послойно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника ($j > 0, k > 0$):

$$h'_{j+1,k+1} = p_1 h'_{j,k+1} + q_1 h'_{j+1,k} + \sqrt{(1-p_1^2)(1-q_1^2)} \sigma u_{j+1,k+1}. \quad (11d)$$

В выражениях (11a)-(11d) $p_1 = \exp(-\gamma_{1,x} \Delta_x)$, $q_1 = \exp(-\gamma_{1,y} \Delta_y)$, где $\gamma_{1,x}$ и $\gamma_{1,y}$ – первая пара парциальных декрементов, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно.

Шаг 5. Генерация значения в вершине ($j = 0, k = 0$):

$$h_{0,0} = h'_{0,0}. \quad (11e)$$

Шаг 6. Генерация значений ОУ-процесса вдоль x -границы ($j > 0, k = 0$)

$$h_{j+1,0} = p_2 h_{j,0} + \sqrt{1-p_2^2} h'_{j+1,0}. \quad (11f)$$

Шаг 7. Генерация значений ОУ-процесса вдоль y -границы ($j = 0, k > 0$)

$$h_{0,k+1} = q_2 h_{0,k} + \sqrt{1-q_2^2} h'_{0,k+1}. \quad (11g)$$

Шаг 8. Последовательное (слева-направо и послойно) заполнение значениями внутренних узлов прямоугольника ($j > 0, k > 0$):

$$h_{j+1,k+1} = p_2 h_{j,k+1} + q_2 h_{j+1,k} + \sqrt{(1-p_2^2)(1-q_2^2)} h'_{j+1,k+1}. \quad (11h)$$

В выражениях (11e)-(11h) $p_2 = \exp(-\gamma_{2,x} \Delta_x)$, $q_2 = \exp(-\gamma_{2,y} \Delta_y)$, где $\gamma_{2,x}$ и $\gamma_{2,y}$ – вторая пара парциальных декрементов, Δ_x и Δ_y – шаги узлов по осям x и y соответственно. Отметим, что выбранных Δ_x и Δ_y (то есть количестве шагов N_x , N_y , соответствующих заданным размерам прямоугольника a и b), интенсивность в числовом алгоритме необходимо перенормировать так, чтобы энергия НМД-поля $H_2(x, y)$, приходящаяся на единицу площади, совпадала с заданной при любом числе шагов.

Из (11) можно получить, что для значения $h_{j,k}$ в любом (j, k) -узле поля $H_2(x, y)$ выполняется для математических ожиданий $M[h_{j,k}] = 0$, $M[h_{j,k}^2] = \sigma^2 = const$, если последовательно понижать значения j -индекса, а затем k -индекса и, наконец, найти безусловное равновесное среднее.

Таким образом, алгоритм (11) генерации значений случайного поля $H_2(x, y)$ в прямоугольнике на плоскости также является стационарным.

Результаты генерации НМД-поля 2-го порядка. На Рис. 4 приведен результат генерации двумерного массива заданных размеров (50×50) , отвечающий нормальному марковскому полю второго порядка H_2 . Из Рис. 4 видно, что при выбранных для моделирования значениях декрементов $\beta_x = 0.3$, $\beta_y = 0.3$, и собственных частот $\Omega_x = 1.0$, $\Omega_y = 1.0$, их влияние привело к сглаживанию формы сгенерированного поля H_2 . Отметим, что у поля H_2 существуют обе первые производные. На Рис. 5 приведен тот же рисунок, но с декрементами $\beta_x = 1.5$ и $\beta_y = 1.5$. На нем видны изменения в топографии сгенерированного поля.

Выводы. В данной работе описан алгоритм повышения порядка случайного объекта, построено нормальное марковское поле второго порядка, реализованное на плоской поверхности двух переменных.

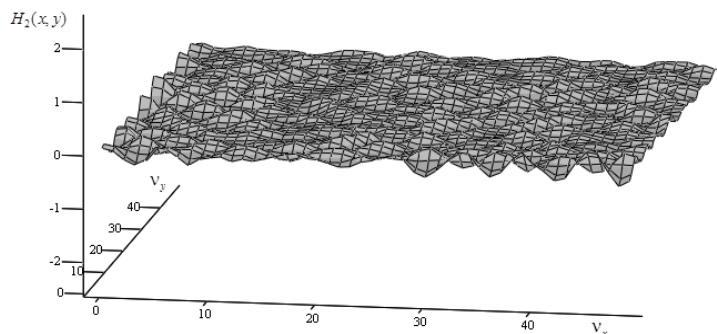


Рис. 4 – Нормальное марковское поле второго порядка H_2 . Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\beta_x = 0.3$, $\Omega_x = 1.0$, $\beta_y = 0.3$, $\Omega_y = 1.0$, $\sigma = 0.25$

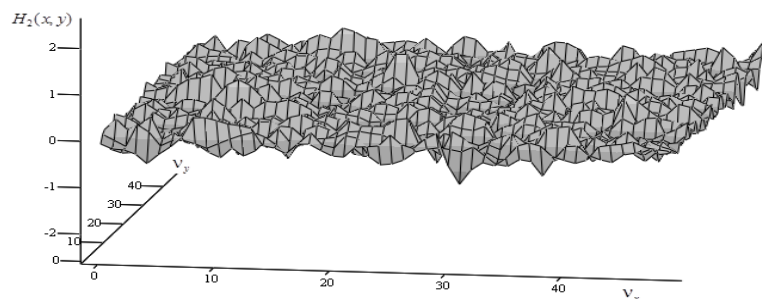


Рис. 5 – Нормальное марковское поле второго порядка H_2 . Параметры: $N_x = 50$, $\Delta_x = 1$, $N_y = 50$, $\Delta_y = 1$, $\beta_x = 1.5$, $\Omega_x = 1$, $\beta_y = 1.5$, $\Omega_y = 1$, $\sigma = 0.25$

Список литературы: 1. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний / Н. П. Бусленко, Ю. А. Шрейдер. – М. : Физматгиз, 1961. – 280 с. 2. Habibi A. Two-Dimensional Bayesian Estimate of Image / A. Habibi // Proc. IEEE, vol. 60, № 7, pp.878-883, (July) 1972. 3. Хусу А. П. Шероховатость поверхностей / А. П. Хусу, Ю. Р. Вутенберг, В. А. Пальмов. – М. : Наука. – 1975. – 344 с. 4. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн / Я. С. Шифрин. – М. : Советское радио. – 1970. – 384 с. 5. Ярлыков М. С. Статистическая теория навигации / М. С. Ярлыков. – М. : Радио и связь. – 1985. – 344 с. 6. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику / С. М. Рытов. – М. : Наука. – 1966. – 404 с. 7. Мазманишвили А. С. Моделирование марковских случайных последовательностей и алгоритм генерации однородного двумерного марковского поля / А. С. Мазманишвили, В. Е. Щербань // Электронное моделирование. – 1996. – Т. 18. – №2. – С. 93-95. 8. Воеводин В. В. Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. – М. : Наука. – 1984. – 320 с. 9. Мазманишвили А. С. Алгоритм генерации нормального марковского поля на поверхности идеального цилиндра / А. С. Мазманишвили // Электронное моделирование. – 1998. – Т. 20. – №. 6. – С. 65-69.

Надійшла до редколегії 12.12.2012

УДК 004.383.1/.3 (043.5)

Е. Е. ФЕДОРОВ, канд. техн. наук, доц. ДААТ, Донецк

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРУДНО РАЗДЕЛИМЫХ ВОКАЛЬНЫХ СОГЛАСНЫХ КОМАНД ОПЕРАТОРА НА ОСНОВЕ МЕЛ-ЧАСТОТНЫХ КЕПСТРАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

У статті проводиться чисельне дослідження важке роздільних вокальних приголосних звуків команд оператора за допомогою нерозширювальних компактних рівномірно безперервних відображень, заснованих на мел-частотних кепстральних коефіцієнтах для формування вектора речовинних ознак і перетворенні вектора речовинних ознак до вектора цілих ознак за допомогою нормування, масштабування й округлення.

Ключові слова: важко роздільні звуки, обробка мовленнєвого сигналу, мел-частотні кепстральні коефіцієнти, ідентифікація вербальних команд, не розширювальні компактні рівномірно безперервні відображення.

В статье проводится численное исследование трудно разделимых вокальных согласных звуков команд оператора посредством нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображений, основанных на мел-частотных кепстральных коэффициентах для формирования вектора вещественных признаков и преобразовании вектора вещественных признаков к вектору целых признаков посредством нормирования, масштабирования и округления.

Ключевые слова: трудно разделимые звуки, обработка речевого сигнала, мел-частотные кепстральные коэффициенты, идентификация вербальных команд, нерасширяющие компактные равномерно непрерывные отображения.

Numerical research is carried out article difficultly separable vocal consonants of commands of the operator by means of not expanding compact uniformly continuous mapping based on mel-frequency cepstral factors for formation of a vector of real features and transformation of a vector of real features to a vector of the integer features by means of rationing, scaling and a rounding off.

Keywords: difficultly separable sounds, processing of a speech signal, swept-frequency cepstral factors, identification of the verbal commands, not expanding compact uniformly continuous mapping.

Введение. В современной отечественной и мировой практике активно ведутся разработки интеллектуальных систем, связанных с электромеханическими объектами, управление которыми осуществляет оператор-технолог, и позволяющих снизить количество аварий. Особую важность эти исследования имеют для вербального управления шахтными и металлургическими электромеханическими объектами. Для эффективной идентификации вербальных команд оператора принятие решений должно производиться с высоким быстродействием и высокой вероятностью.

Анализ последних исследований и публикаций. Существующие методы и модели распознавания речевых образов обычно базируются на двух следующих подходах [1-6].

© Е. Е. Федоров, 2013

Генеративный (структурный) подход использует детерминированный конечный автомат (например, подход КДП) или стохастический конечный автомат (например, скрытые марковские модели, модели смесей Гаусса).

Дескриптивный подход использует нейроподобные сети (например, многослойный перцептрон и радиально-базисная нейронная сеть).

Оба подхода обладают одним или несколькими из следующих недостатков: длительность обучения; хранения большого количества эталонов звуков или слов, а также весовых коэффициентов; длительность распознавания; неудовлетворительная вероятность распознавания, необходимость большого количества обучающих данных.

С другой стороны в литературе обычно не проводятся исследования, связанные с определением множеств векторов значений признаков, относящихся к разным звукам речи. Это связано с тем, что обычно значения признаков являются непрерывными, хотя и ограниченными сверху и снизу. Поэтому множества векторов признаков разных звуков являются несчетными.

Цель статьи. Для вербального управления электромеханическими объектами провести численное исследование трудно разделимых вокальных согласных звуков речевых команд оператора на основе мел-частотных кепстральных коэффициентов.

Структура нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображений. В работе [7] были впервые введены нерасширяющие компактные равномерно непрерывные отображения, действующие в компактных польских пространствах образцов сигналов. В данной статье эти отображения используются с точки зрения преобразования и классификации образцов звуков речи. Структура нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображений определена следующим образом.

Нерасширяющее компактное равномерно непрерывное отображение $\phi: S^N \rightarrow V^K$ соответствует функции формирования вектора признаков, т.е. отображает вектор целых значений дискретного сигнала $s = (s_1, \dots, s_N)$, в вектор вещественных признаков $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_K)$ в виде

$$v_i = \phi_i(\mathbf{s}) = MFCC_{i-1}, i \in \overline{1, K},$$

$$MFCC_0 = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P E_i, MFCC_j = \sum_{i=1}^P E_i \cos(j(i-0.5)\pi/P), j \in \overline{1, K-1},$$

$$E_i = \lg \left(\sum_{k=k_1}^{k_2} \left(\sum_{m=0}^{N-1} (s_{m+1} - 2^{r_s}) w_1(m) e^{-j(2\pi/N)km} \right)^2 w_2(k) \right), i \in \overline{1, P},$$

$$w_1(m) = 0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi m}{N},$$

$$w_2(k) = \begin{cases} 0, & k < k_1, \\ \frac{k-k_1}{\Delta k_i/2}, & k_1 \leq k \leq k_1 + \Delta k_i/2 \\ \frac{k_2-k}{\Delta k_i/2}, & k_1 + \Delta k_i/2 \leq k \leq k_2, \\ 0, & k > k_2, \end{cases},$$

где $MFCC_0$ – мел-частотные кепстральные коэффициенты (MFCC);

E – логарифмированная энергия i -й мел-частотной полосы Фурье-спектра;

$w_1(k)$ – окно Хемминга;

$w_2(k)$ – треугольное окно;

P – количество мел-частотных полос спектра;

r_s – количество разрядов (бит) для одного значения сигнала;

k_1, k_2 – границы частотных диапазонов i -й полосы, $\Delta k_i = k_2 - k_1$.

Нерасширяющее компактное равномерно непрерывное отображение $\psi: V^K \rightarrow X^K$ соответствует функции нормирования (значения признаков текущего вектора \mathbf{v} делятся на максимальное значение этого вектора), масштабирования и округления вектора вещественных признаков (в приведенной ниже формуле обозначается как $[\]$), т.е. отображает вектор вещественных признаков $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_K)$, в вектор целых признаков $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)$ в виде

$$x_i = \psi_i(\mathbf{v}) = \begin{cases} \left[\frac{v_i - \min_{k \in \overline{1, K}} v_k}{\max_{k \in \overline{1, K}} v_k - \min_{k \in \overline{1, K}} v_k} \cdot \alpha \right], & \max_{k \in \overline{1, K}} v_k > \min_{k \in \overline{1, K}} v_k, i \in \overline{1, K}, \\ 0. & \max_{k \in \overline{1, K}} v_k = \min_{k \in \overline{1, K}} v_k \end{cases}$$

где $\alpha \in \{2^{r_x-1}, \dots, 2^{r_x}\}$ – коэффициент масштаба;

r_x – количество разрядов (бит) для одного значения признака.

Нерасширяющее компактное равномерно непрерывное отображение $\varphi: X^K \rightarrow Y^M$ соответствует функции классификации вектора целых признаков, т.е. отображает вектор целых признаков $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)$ в номер класса образца звука речи, представленный булевым вектором с одной ненулевой компонентой $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_M)$, причем каждая i -я компонента вектора \mathbf{y} вычисляется в виде

$$y_i = \varphi_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \inf_{\tilde{\mathbf{x}} \in X_i^K} \rho(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = 0 \\ 0, & \inf_{\tilde{\mathbf{x}} \in X_i^K} \rho(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = 1, \end{cases} i \in \overline{1, M},$$

$$\rho(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = \begin{cases} 1, & d(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) \geq 0 \\ 0, & d(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) < 0 \end{cases}$$

$$d(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{k=1}^K |x_k - \tilde{x}_k|,$$

где X_i^K – класс эквивалентности, соответствующий i -му звуку речи.

Формирование областей трудно делимых вокальных согласных звуков в признаковом пространстве. Области трудно делимых вокальных согласных звуков речи в признаковом пространстве X^K формируются на основе обучающего множества образцов соответствующих звуков. На рис. 1-4 приведены слова «методический», «ножницы», «выключить», «гидравлический», в которых выделены непереходные (центральные) части звуков [м], [н], [в], [г] соответственно, используемые для формирования обучающих образцов. Параметры для нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображений определены следующим образом: $K = 13, r_X = 4, \alpha = 10$.

На рис. 5 приведены обучающие образцы звука [м] слова «методический» после выполнения нормирования, масштабирования и округления. Каждый образец представляет собой вектор признаков, вычисленный на основе MFCC. Как видно из рис. 5, область звука [м] в признаковом пространстве представлена в виде

$$A_m = \{\mathbf{x} \mid 1 \leq x_1 \leq 2, 7 \leq x_2 \leq 10, 8 \leq x_3 \leq 10, 3 \leq x_4 \leq 5, 9 \leq x_5 \leq 10, 1 \leq x_6 \leq 2, \\ 4 \leq x_7 \leq 7, 0 \leq x_8 \leq 3, 5 \leq x_9 \leq 7, 0 \leq x_{10} \leq 1, 4 \leq x_{11} \leq 6, 1 \leq x_{12} \leq 3, 4 \leq x_{13} \leq 8\}.$$

На рис. 6 приведены обучающие образцы звука [н] слова «ножницы» после выполнения нормирования, масштабирования и округления. Каждый образец представляет собой вектор признаков, вычисленный на основе MFCC. Как видно из рис. 6, область звука [н] в признаковом пространстве представлена в виде

$$A_n = \{\mathbf{x} \mid 0 \leq x_1 \leq 2, 4 \leq x_2 \leq 10, x_3 = 10, 1 \leq x_4 \leq 6, 7 \leq x_5 \leq 10, 0 \leq x_6 \leq 3, \\ 6 \leq x_7 \leq 8, 0 \leq x_8 \leq 2, 4 \leq x_9 \leq 6, 0 \leq x_{10} \leq 2, 5 \leq x_{11} \leq 7, 0 \leq x_{12} \leq 3, 4 \leq x_{13} \leq 6\}.$$

На рис. 7 приведены обучающие образцы звука [в] слова «выключить» после выполнения нормирования, масштабирования и округления. Каждый

образец представляет собой вектор признаков, вычисленный на основе MFCC. Как видно из рис. 7, область звука [в] в признаковом пространстве представлена в виде

$$A_v = \{\mathbf{x} \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 2 \leq x_2 \leq 7, x_3 = 10, 2 \leq x_4 \leq 4, 5 \leq x_5 \leq 9, 0 \leq x_6 \leq 2, \\ 5 \leq x_7 \leq 9, 1 \leq x_8 \leq 3, 5 \leq x_9 \leq 8, 0 \leq x_{10} \leq 2, 4 \leq x_{11} \leq 7, 0 \leq x_{12} \leq 2, 3 \leq x_{13} \leq 6\}.$$

На рис. 8 приведены обучающие образцы звука [г] слова «гидравлический» после выполнения нормирования, масштабирования и округления. Каждый образец представляет собой вектор признаков, вычисленный на основе MFCC. Как видно из рис. 8, область звука [г] в признаковом пространстве представлена в виде

$$A_g = \{\mathbf{x} \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 1 \leq x_2 \leq 5, x_3 = 10, 1 \leq x_4 \leq 5, 7 \leq x_5 \leq 10, 0 \leq x_6 \leq 2, \\ 6 \leq x_7 \leq 9, 0 \leq x_8 \leq 2, 5 \leq x_9 \leq 8, 0 \leq x_{10} \leq 3, 6 \leq x_{11} \leq 9, 1 \leq x_{12} \leq 4, 4 \leq x_{13} \leq 8\}.$$

Вычисление межклассового расстояния. Минимальное межклассовое расстояние между звуками вычисляется по формуле

$$\min_{\substack{i \in \overline{1, |X_i^K|}, \\ j \in \overline{1, |X_j^K|}}} d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \min_{\substack{i \in \overline{1, |X_i^K|}, \\ j \in \overline{1, |X_j^K|}}} \sum_{k=1}^K |x_{ik} - x_{jk}|.$$

Минимальное межклассовое расстояние между звуками [м] и [н] равно 4. Минимальное межклассовое расстояние между звуками [в] и [г] равно 3. Таким образом, классы трудно делимых звуков не пересекаются, поскольку минимальное межклассовое расстояние превышает 0 и, следовательно, нерасширяющие равномерно непрерывные отображения могут использоваться для таких классов звуков.

Выводы. В статье для вербального управления электромеханическими объектами проведено численное исследование трудно делимых вокальных согласных звуков речевых команд оператора на основе мел-частотных кепстральных коэффициентов, которые были подвергнуты нормированию, масштабированию и округлению. В результате исследования было установлено, что классы трудно делимых вокальных согласных звуков, сформированных посредством нерасширяющих равномерно непрерывных отображений, не пересекаются. Полученные результаты подтверждают адекватность выбранной системы признаков, а методы преобразования речевого сигнала, основанные на нерасширяющих компактных равномерно непрерывных отображениях, и определенные области звуков в признаковом пространстве могут использоваться при создании систем человеко-машинного общения для различных отраслей.

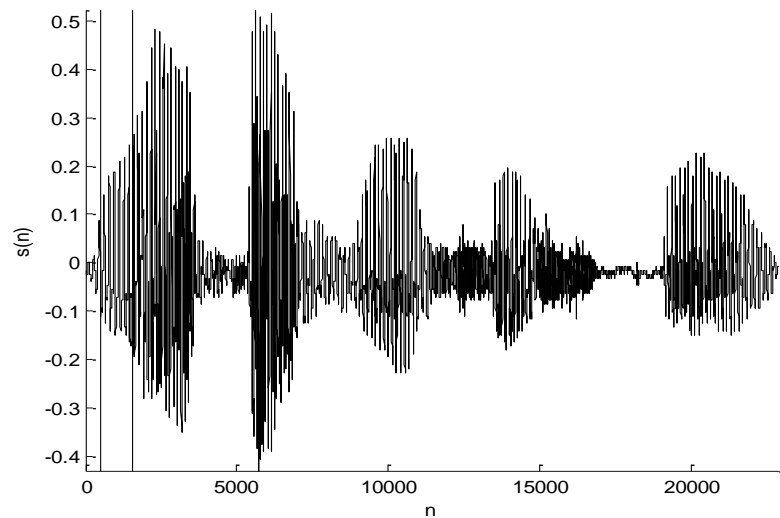


Рис. 1 – Звук [м] слова «методический»

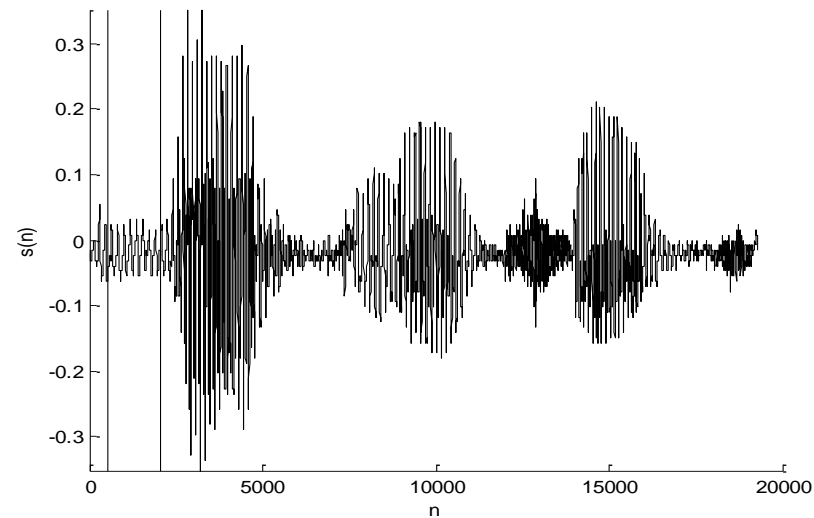


Рис. 3 – Звук [в] слова «выключить»

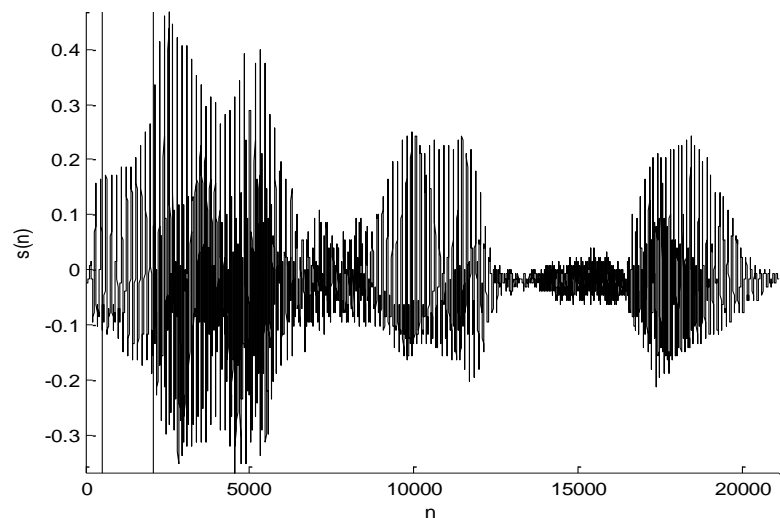


Рис. 2 – Звук [h] слова «ножницы»

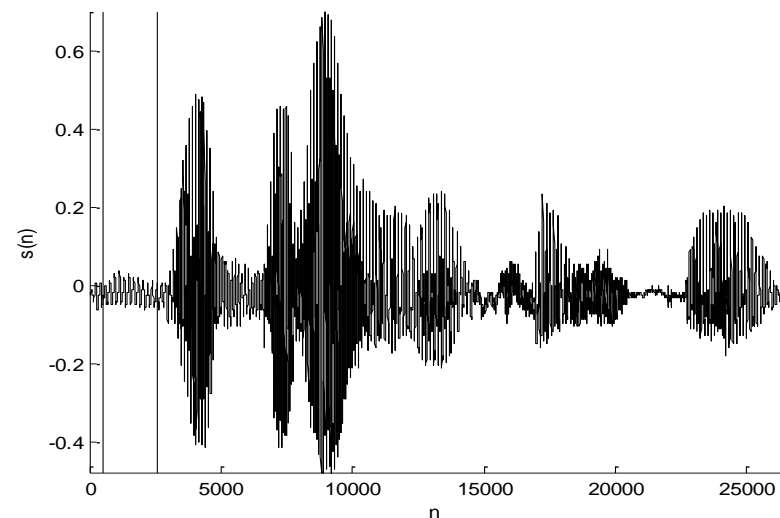


Рис. 4 – Звук [r] слова «гидравлический»

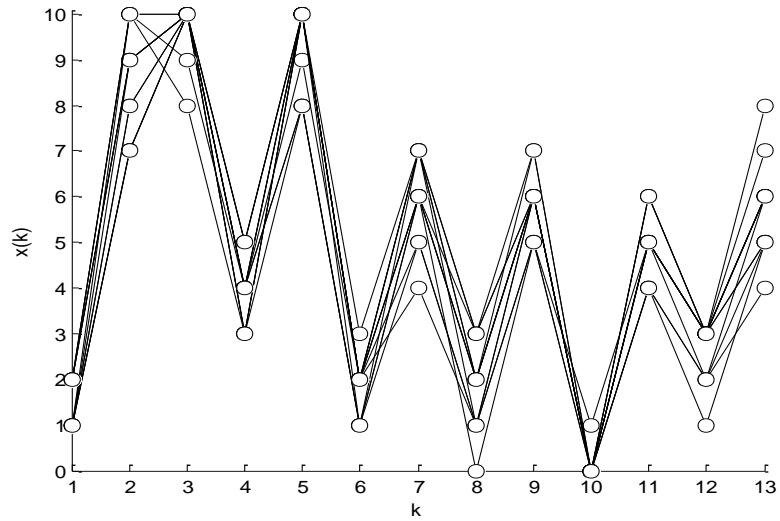


Рис. 5 – Обучающие образцы звука [м] слова «методический»

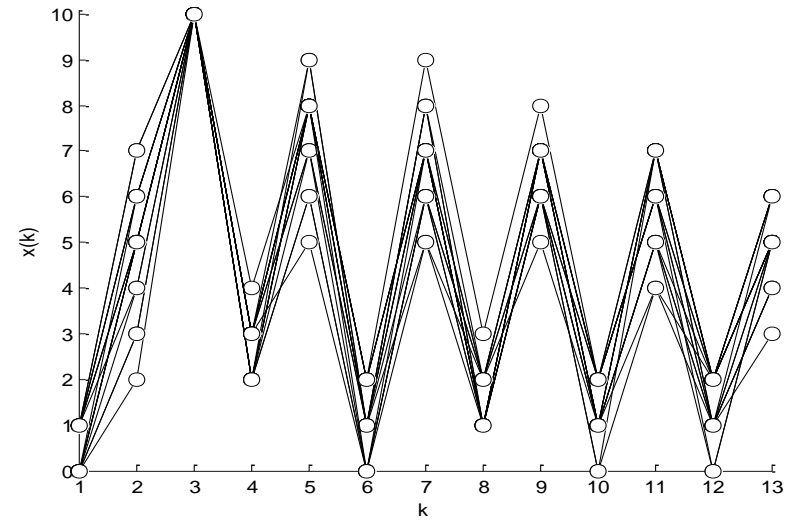


Рис. 7 – Обучающие образцы звука [в] слова «выключить»

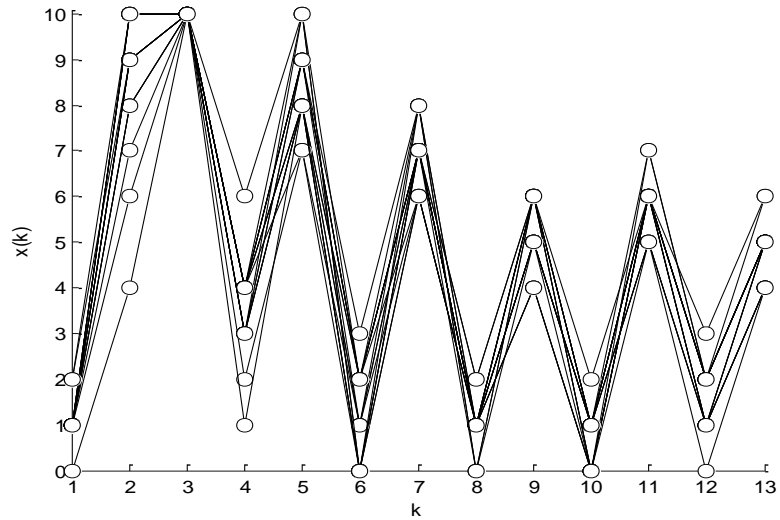


Рис. 6 – Обучающие образцы звука [н] слова «ножницы»

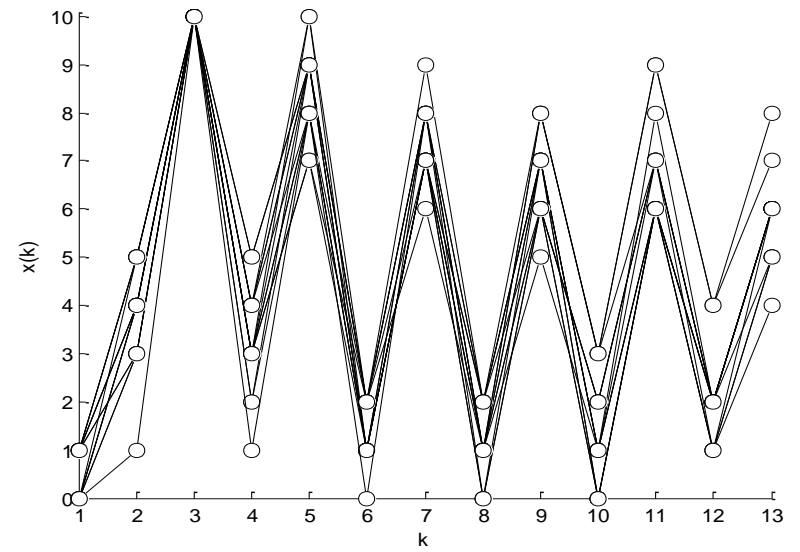


Рис. 8 – Обучающие образцы звука [г] слова «гидравлический»

Список литературы: 1. *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 344 с. 2. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М. : Вильямс, 2006. – 1104. 3. *Комарцова Л. Г.* Нейрокомпьютеры / Л. Г. Комарцова, А. В. Максимов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Батмана, 2002. – 320 с. 4. *Каллан Р.* Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с. 5. *Малла С.* Вэйвлеты в обработке сигналов / С. Малла. – М. : Мир, 2005. – 671 с. 6. *Федоров Е. Е.* Методология создания мультиагентной системы речевого управления: монография / Е. Е. Федоров. – Донецк : Ноулидж, 2011. – 356 с. 7. *Федоров Е. Е.* Метод обработки сигнала на основе нерасширяющих равномерно непрерывных отображений // Труды междунар. науч.-техн. конф. «Радиотехнические поля, сигналы, аппараты та системи (теорія, практика, історія, освіта)». – К. : НТУ «КПИ», 2012. – С. 343–346.

Надійшла до редколегії 12.12.2012

УДК 519.6

О. С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
Г. А. ЗАЦЕРКЛЯНИЙ, студент НТУ «ХПИ»

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ЧЕРЕЗ ОГОРОДЖУВАЛЬНІ ПОВЕРХНІ БУДІВЛІ

В данной работе рассматривается метод математического моделирования теплового процесса в ограждающих многослойных поверхностях здания при наличии внутренних источников и стоков тепла. В его основе находится численный метод конечных элементов. Каждый слой ограждающей поверхности имеет различные толщины и различные теплофизические характеристики.

Ключевые слова: многослойные ограждающие поверхности здания, метод конечных элементов.

У цій роботі розглядається метод математичного моделювання тривимірного теплового процесу в огорожувальних багат шарових поверхнях будівлі при наявності внутрішніх джерел і стоків тепла. Кожний шар огорожувальної поверхні має різні товщини і різні теплофізичні характеристики. В його основі знаходиться числовий метод скінчених елементів.

Ключові слова: багат шарові огорожувальні поверхні будівлі, метод скінчених елементів.

This paper deals with the method of mathematical modeling of three-dimensional thermal process in enclosing multilayer building surfaces with the presence of internal heat sources and flows. There is a numerical method of finite elements in its base. It is believed that each layer of enclosing surface has different thickness and different thermalphysic characteristics.

Keywords: enclosing multilayer building surfaces, method of finite elements.

Вступ. Значна частина енергоресурсів витрачається на обігрів житлових і промислових приміщень. При цьому сумарні тепловтрати в ЖКГ досягають 75%. Аналогічна ситуація спостерігається і в промислових будівлях. Тому на

сьогодні досить злободенною в усьому світі і зокрема в Україні є проблема збереження енергоресурсів.

Аналіз досліджень і публікацій. Застосуванню математичних методів системного аналізу для вивчення теплової ефективності будівель присвячена робота [1]. В ній приведені наукові основи і методологічні принципи проектування енергоефективних будівель, розглянуті особливості розробки математичних моделей для систем управління тепловим режимом інтелектуальних будівель. Ця робота є методологічним підґрунтям даних досліджень.

Цілі дослідження, постановка задачі. Розробити ефективний метод розрахунку тривимірного нестационарного теплового процесу багат шарових огорожувальних поверхонь будівель з урахуванням наявності внутрішніх джерел і стоків тепла.

Матеріали досліджень. У загальному випадку огорожувальні конструкції будівлі є багат шаровими (прошарки таких конструкцій мають різні товщини і різні теплофізичні властивості) і можуть містити вентилявані або замкнуті повітряні прошарки, а також джерела тепла.

Розглянемо n -шарову поверхню огороження (рис. 1). Шари пластини однорідні та ізотропні.

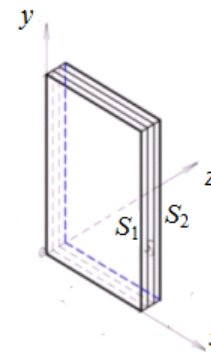


Рис. 1 – Багат шарова поверхня огороження

Прийmemo такі початкові і граничні умови (рис. 2):

1) Задано розподіл температури на всій пластині в початковий момент часу t_0 :

$$T(x, y, z, t_0) = T_0 = \text{const}.$$

2) На зовнішній граничній поверхні S_1 задана гранична умова 1-го роду, тобто задано розподіл температури на поверхні S_1 як функція координат і часу:

$$T_{S_1} = \varphi(x, y, z, t) = \text{const}, \quad x, y, z \in S_1.$$

3) На зовнішній граничній поверхні S_2 задана гранична умова 3-го роду, тобто задана залежність щільності теплового потоку за рахунок теплопровідності з боку тіла від температур поверхні тіла T_{S_2} і навколишнього середовища T_c :

$$q_{S_2} = \alpha(T_{S_2} - T_c),$$

де α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі), він характеризує інтенсивність теплової взаємодії навколишнього середовища заданої температури T_c з поверхнею тіла. Щільність теплового потоку, що підводиться за рахунок теплопровідності до області S_2 , визначається за законом Фур'є–Кірхгофа:

$$q_{S_2} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{S_2}.$$

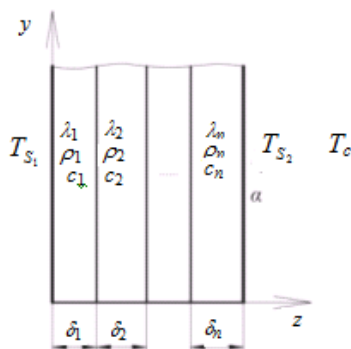


Рис. 2 – Геометричні та фізичні параметри

4) На решті граничної поверхні S_3 задана гранична умова 2-го роду, тобто задано розподіл щільності теплового потоку на поверхні S_3 як функція координат і часу:

$$q_{S_3} = \phi(x, y, z, t) = 0, \quad x, y, z \in S_3.$$

Таким чином, на поверхні S_3 відсутній потік теплоти, що відповідає умові теплової ізоляції.

5) На межах між прошарками здійснюється ідеальний тепловий контакт (граничні умови 4-го роду), тобто умова рівності температури T і густини теплового потоку q на поверхнях дотичних прошарків:

$$T_i = T_i \quad q_i = q_i.$$

Теплопровідність огорожувальної конструкції при нестационарному режимі описується диференціальним рівнянням у частинних похідних:

$$\text{ср} \frac{\partial}{\partial t} T(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right). \quad (1)$$

Граничні умови можна подати у вигляді: температури на поверхні S_1 :

$$T = T(S, t) \quad (2)$$

і конвективного теплообміну на решті поверхні:

$$\lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right) l_x + \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right) l_y + \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right) l_z + q + \alpha(T(x, y, z, t) - T_c) = 0 \quad (3)$$

де $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – коефіцієнти теплопровідності відповідно в напрямку осей координат, Вт/(м·°C);

α – коефіцієнт теплообміну, Вт/(м²·°C);

T_c – температура навколишнього середовища, °C;

$T(x, y, z, t)$ – температура на поверхні (шукана величина), °C;

q – потік тепла, Вт/м²;

c, ρ – відповідно питома теплоємність в Дж/(кг·°C) і щільність матеріалів прошарків огорожі, кг/м³;

l_x, l_y, l_z – направляючі косинуси вектора нормалі до поверхні.

Для розв'язування цієї задачі використовуємо метод скінчених елементів. З цією метою рівняння (1) за умови стаціонарності

$\left(\frac{\partial T}{\partial t} T(x, y, z, t) = 0 \right)$ з граничними умовами (2) і (3) запишемо у вигляді функціоналу:

$$\Omega = \int_V \frac{1}{2} \left[\lambda_x \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right)^2 + \lambda_z \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right)^2 \right] dV + \int_S \left[qT(x, y, z, t) + \frac{1}{2} [\alpha(T(x, y, z, t) - T_c)^2] \right] dS \quad (4)$$

При цьому розв'язування стаціонарного рівняння теплопровідності з граничними умовами (2) і (3) зводиться до мінімізації функціоналу (4).

Мінімізація функціоналу повинна здійснюватися на множині вузлових значень температури $\{T\}$.

Пропонується застосувати таку процедуру перетворення функціоналу (4) для визначення для вузлових величин таких числових значень, при яких співвідношення для елементів точно апроксимує шуканий фізичний параметр – температуру.

Введемо дві матриці:

$$\{g\}T = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} & \frac{\partial T}{\partial y} & \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix}$$

і

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

З урахуванням виразів (5) співвідношення (4) можна записати у вигляді:

$$\Omega = \int_V \frac{1}{2} \{g\}^T [D] \{g\} dV + \int_{S_1} q T dS + \int_{S_2} \frac{\alpha}{2} [T^2 - 2TT_c + T_c^2] dS. \quad (6)$$

Для розглядуваної задачі замість функції T у всій області будемо розглядати множину функцій $T^{(e)}$, визначених в окремих скінчених елементах. У цьому випадку інтеграли у виразі (6) розбиваються на інтеграли для окремих елементів, що дає таке перетворення:

$$\Omega = \sum_{e=1}^E \left\{ \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{g^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{g^{(e)}\} dV + \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} T^{(e)} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [T^{(e)} T^{(e)} - 2T^{(e)} T_c + T_c^2] dS \right\}, \quad (7)$$

де E – загальне число скінчених елементів.

Співвідношення (7) символічно можна записати так:

$$\Omega = \sum_{e=1}^E \Omega^{(e)}, \quad (8)$$

де $\Omega^{(e)}$ – внесок окремого елемента в Ω .

Мінімізація Ω вимагає виконання співвідношення:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \sum_{e=1}^E \Omega^{(e)} = \sum_{e=1}^E \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial \{T\}} = 0. \quad (9)$$

Частинні похідні не можуть бути визначені, допоки інтеграли в (7) не виражені через вузлові значення $\{T\}$.

Для функції T введемо таку залежність

$$T^{(e)} = [N^{(e)}] - \{T\} = [N_i^{(e)}, N_j^{(e)}, N_k^{(e)}, \dots, N_r^{(e)}] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ \dots \\ T_r \end{Bmatrix},$$

де r – число вузлів скінченного елемента;

N – функція форми, по одній для кожного вузла.

З урахуванням цієї залежності можна обчислити (5):

$$\{g^{(e)}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial z} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_r^{(e)}}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_r \end{Bmatrix} \quad (10)$$

або

$$\{g^{(e)}\} = [B^{(e)}] \{T\}, \quad (11)$$

де $[B^{(e)}]$ – матриця, яка містить інформацію, пов'язану з частинними похідними функції форми.

З урахуванням вище наведених виразів інтеграли у виразі (7) можуть бути записані для елементів у такому вигляді:

$$\Omega^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} [B^{(e)}]^T \{T\}^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV + \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}] \{T\} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [N^{(e)}]^T \{T\}^T [N^{(e)}] \{T\} dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}] \{T\} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} T_c^2 dS \quad (12)$$

Величини q , T_c і α – відомі. Вони внесені під знак інтеграла, оскільки можуть змінюватися всередині елемента з урахуванням особливостей процесу

передачі тепла від одного скінченного елемента до іншого. Диференціюємо вираз (12) по $\{T\}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\{T\}} \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} [B^{(e)}]^T \{T\}^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV &= \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dV; \\ \frac{\partial}{\partial\{T\}} \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS; \\ \frac{\partial}{\partial\{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} [N^{(e)}]^T \{T\}^T [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] \{T\} dS; \\ \frac{\partial}{\partial\{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}] \{T\} dS &= \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS; \\ \frac{\partial}{\partial\{T\}} \int_{S_2^{(e)}} \frac{\alpha^{(e)}}{2} T_c^2 dS &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Внесок окремого елемента $\frac{\partial\Omega^{(e)}}{\partial\{T\}}$ в загальну суму $\frac{\partial\Omega}{\partial\{T\}}$ дорівнює:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Omega^{(e)}}{\partial\{T\}} &= \left(\int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS \right) \{T\} + \\ &+ \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS \end{aligned} \quad (14)$$

Ця сукупність інтегралів, у свою чергу, може бути записаною в компактній формі:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\{T\}} = [K^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\}, \quad (15)$$

де

$$[K^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS; \quad (16)$$

$$\{f^{(e)}\} = \int_{S_1^{(e)}} q^{(e)} [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} \alpha^{(e)} T_c [N^{(e)}]^T dS. \quad (17)$$

Остаточно система рівнянь дістається після підстановки виразу (15) в (9):

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\{T\}} = \sum_{e=1}^E ([K^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\}) = 0$$

або

$$[K] \{T\} = \{F\}, \quad (18)$$

де

$$[K] = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}]; \quad \{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\}. \quad (19)$$

Інтеграли в (16) визначають глобальну матрицю теплопровідності елемента $[K^{(e)}]$, а інтеграл (17) – вектор навантаження елемента $\{f^{(e)}\}$.

Дотримуючись процедури методу скінчених елементів на основі методу Гальоркіна в слабкому формулюванні, одержуємо таке матричне рівняння для нестационарного рівняння теплопровідності:

$$[C] \frac{\partial\{T\}}{\partial t} + [K] \{T\} = \{F\},$$

де $[C]$ – матриця демпфірування, яка враховує зміну температури в часі:

$$[C] = \int_{V^{(e)}} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] \rho c dV.$$

За скінчений елемент у даній роботі вибирається прямокутний паралелепіпед із вісьмома вузлами, причому нумерація вузлів у кожному елементі проводиться так, як показано на рис. 3.

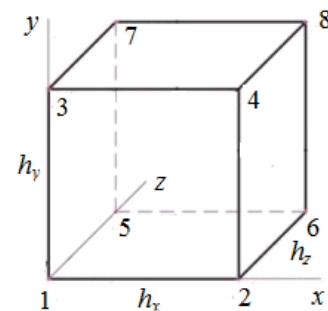


Рис. 3 – Скінчений елемент

При цьому будемо розрізняти два види скінчених елементів: однорідні і неоднорідні. Однорідні елементи мають правильну геометричну форму (прямокутний паралелепіпед) з напрямними, паралельними осям координат, і однорідний склад, що в даному випадку означає постійність коефіцієнта теплопровідності в елементі. Особливий випадок складають неоднорідні осередку. У нашому випадку це елементи, що містять тонкі прошарки, на межах яких

коефіцієнт теплопровідності змінюється у багато разів. Використання стандартного методу скінчених елементів для таких елементів призводить до фізично невірних профілів розв'язку. Звичайно, такі дефекти виправляються введенням докладної сітки, але це може призводити до неприйнятної збільшення розміру сіткової задачі.

Розглянемо спочатку метод скінчених елементів для однорідного внутрішнього елемента. Такий елемент має вісім вузлів, які позначимо через 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. При цьому відстань між вузлами в напрямку осей координат позначимо через h_x ; h_y ; h_z . Ці величини (кроки сітки) не обов'язково сталі.

Функції форми шукаємо у вигляді трилінійних функцій, які подаються так:

$$N = (a_1x + b_1)(a_2y + b_2)(a_3z + b_3).$$

Параметри $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$ знаходимо з умови, що в розглядуваному вузлі функція форми дорівнює одиниці, а в інших вузлах дорівнює нулю. При цьому для скінченого елемента, зображеного на рис 3, матимемо:

$$N_1 = \frac{(h_x - x)(h_y - y)(h_z - z)}{h_x h_y h_z}; N_2 = \frac{x(h_y - y)(h_z - z)}{h_x h_y h_z};$$

$$N_3 = \frac{(h_x - x)y(h_z - z)}{h_x h_y h_z}; N_4 = \frac{xy(h_z - z)}{h_x h_y h_z};$$

$$N_5 = \frac{(h_x - x)(h_y - y)z}{h_x h_y h_z}; N_6 = \frac{x(h_y - y)z}{h_x h_y h_z};$$

$$N_7 = \frac{(h_x - x)yz}{h_x h_y h_z}; N_8 = \frac{xyz}{h_x h_y h_z}.$$

Визначимо частинні похідні від функції форми по змінним x, y, z , обчислимо їх у відповідних вузлах і складемо матрицю $[B]$:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} & -\frac{1}{h_x} & \frac{1}{h_x} \\ -\frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & -\frac{1}{h_y} & -\frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} & \frac{1}{h_y} \\ -\frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & -\frac{1}{h_z} & -\frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} & \frac{1}{h_z} \end{bmatrix}.$$

Обчислимо тепер вирази для матриці теплопровідності $[K^{(e)}]$ і вектора навантаження $\{f^{(e)}\}$ для розглядуваного скінченого елемента, тим самим визначимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для обчислення температури у вузлах цього елемента.

Розглянемо тепер неоднорідні елементи. Вони містять тонкі прошарки, на межах яких коефіцієнт теплопровідності істотно змінюється. Для простоти розглянемо випадок, коли скінчений елемент ділиться одним тонким прошарком на дві частини. Нехай цей прошарок паралельний одній із бічних граней розглядуваного елемента, наприклад паралельній координатній площині xOz , і його товщина набагато менша розміру елемента h_z . Перетин цього прошарку із гранню елемента, паралельною координатній площині xOz , і вид функції форми, яка є кусково-лінійною і знаходиться з умови відтворення точного розв'язку одновимірною рівняння теплопровідності в скінченому елементі, показані на рис. 4.

При цьому передбачається, що коефіцієнт теплопровідності є кусково-сталим і шукана функція форми змінюється тільки в напрямку, перпендикулярному тонкому прошарку. Розташування прошарку в елементі може бути довільним.

Вибраний вид функції форми в неоднорідному елементі забезпечує правильний опис поля температур при наявності вузького прошарку без використання докладної сітки.

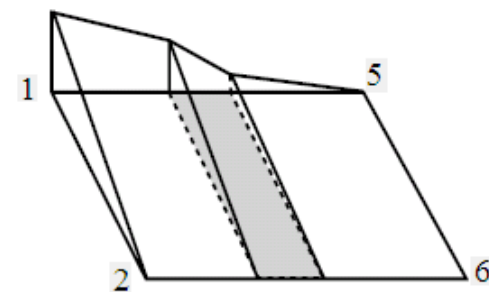


Рис. 4 – Вид функції форми на межі неоднорідного елемента

Після побудови функцій форми для однорідних і неоднорідних елементів проводиться асемблювання матриці теплопровідності, тобто побудова глобальної матриці теплопровідності для всієї розрахункової області. При цьому накладаються початкові і граничні умови.

На поверхні S_1 заданий розподіл температури як функція координат і часу:

$$T_{S_1} = \varphi(x, y, z, t) = \text{const}, \quad x, y, z \in S_1.$$

Таким чином, у вузлових точках граничних елементів, розташованих на поверхні S_1 , розподіл температури відомий. Ця обставина враховується при побудові глобальної матриці теплопровідності. Елементи матриці $[K]\{T\}$, відповідні граничним вузловим точкам, переносяться в праву частину рівності (18). В результаті кількість невідомих у матричному рівності (18) зменшується. Отже, зменшується порядок системи рівнянь (18).

На поверхні S_2 задається гранична умова 3-го роду, тобто задається залежність щільності теплового потоку за рахунок теплопровідності від поверхні тіла з температурою T_{S_2} до навколишнього середовища з температурою T_c :

$$q_{S_2} = \alpha(T_{S_2} - T_c),$$

яка враховується в правій частині рівності (18). У вузлових точках скінчених елементів, розташованих на поверхні S_2 , розподіл температури визначається так само, як і у внутрішніх вузлах, з урахуванням того, що праворуч від цих елементів відсутні інші скінчені елементи.

На рис. 5 і 6 подаються деякі результати моделювання теплового режиму багатошарових поверхонь огороження будівлі. При цьому вважається, що в усіх точках поверхні S_1 температура стала і дорівнює $T = 2$, а в усіх точках поверхні S_2 температура стала і дорівнює $T = 1$ (рис. 5, перший випадок), або через поверхню S_2 спостерігається тепловий потік зі сталим коефіцієнтом теплообміну $\alpha=6$ в оточуюче середовище із температурою $T_c = 1$ (рис. 6, другий випадок). При таких умовах в обох випадках маємо одновимірну задачу теплопровідності. На рис. 5 суцільна лінія – розрахунок; пунктирна лінія – аналітичний розв'язок.

Вважаємо, що огорожувальна конструкція будівлі є тришаровою. Перший і третій прошарки виготовлені із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 1$, а другий – із коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 0,1$.

Розбиваємо огорожувальну конструкцію на п'ять скінчених елементів у кожному напрямку. Другий прошарок знаходиться у четвертому скінченому елементі в напрямку осі Oz і за шириною дорівнює третині ширини скінченого елемента. Вважаємо, що огорожувальна конструкція будівлі є тришаровою. Перший і третій прошарки виготовлені із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 1$, а другий – із коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 0,1$.

Розбиваємо огорожувальну конструкцію на п'ять скінчених елементів у кожному напрямку. Другий прошарок знаходиться у четвертому скінченому елементі в напрямку осі Oz і за шириною дорівнює третині ширини скінченого елемента.

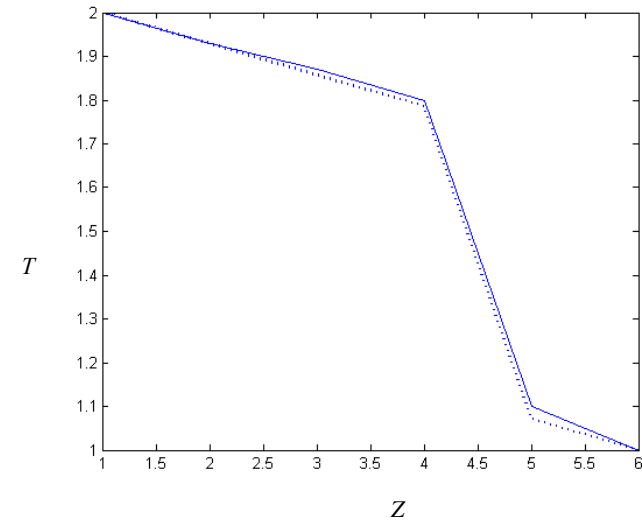


Рис. 5 – Розподіл температури у багатошаровому огороженні для граничних умов 1-го роду

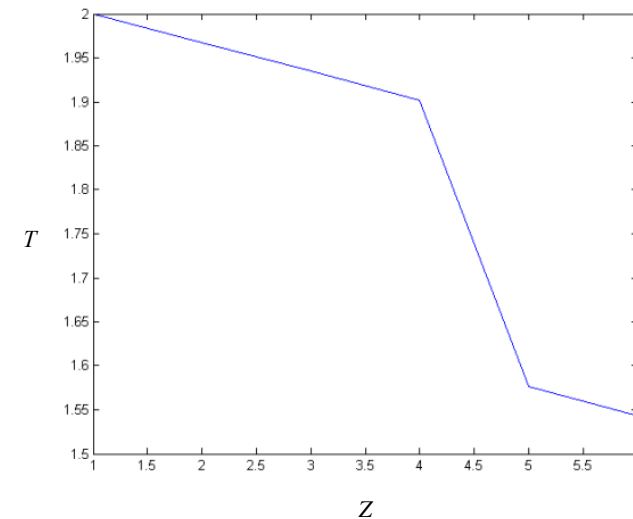


Рис. 6 – Розподіл температур у багатошаровому огороженні для граничних умов 3-го роду

На рис. 5, крім розрахованого розподілу температури по ширині огорожувальної конструкції, приведений розподіл температури при тих же умовах, одержаний у результаті аналітичного розв'язування одновимірної задачі

теплопроводности (пунктирная линия), что говорит про эффективность запропонованного метода моделирования теплового режима многослойных поверхностей огорождающих конструкций зданий.

Вывод. Таким образом, в ходе выполнения данной работы предложенный метод расчета трехмерного нестационарного теплового процесса в многослойных огорождающих конструкциях зданий.

Результаты численного эксперимента досить хорошо согласуются с результатами, полученными аналитическим путем.

Список литературы: 1. Табуницков Ю. А. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий / Ю. А. Табуницков, М. М. Брода. – М. : Авок-пресс, 2002. – 194 с. 2. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М. : Мир, 1986. – 318 с.

Надійшла до редколегії 10.12.2012

УДК 519.2

Л. М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
Е. В. ВЕДЬ, асс., НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КАТАЛИТИЧЕСКИХ СРЕД

В работе предложена модель гидравлического сопротивления та коэффициента теплопроводности для внутренних пространств различных каталитических средовищ. Отримана модель описує гідродинамічну та тепломасообмінну поведінку суміші газів в реакції доокислення монооксиду вуглецю на прикордонних шарах.

Ключевые слова: суміш газів, гідродинамічні моделі, доокислення, катализ.

В работе предложена модель гидравлического сопротивления и коэффициента теплопроводности для внутренних пространств различных каталитических сред. Полученная модель описывает гидродинамическое и тепломассообменное поведение смеси газов в реакции доокисления монооксида углерода на пограничных слоях.

Ключевые слова: газовая смесь, гидродинамические модели, доокисление, катализ.

The models of hydraulic resistance and thermal conductivity for the interior spaces of various catalytic media were given in this article. The resulting model describes the hydrodynamic and heat and mass transfer behavior of the gas mixture in the reaction of carbon monoxide oxidation in the boundary layers has been developed.

Keywords: gaseous mixture, hydrodynamic models, oxidation, catalyst.

Введение. Моделирование движения жидкостей и газов в твердых пористых средах необходимо для описания процессов в теории грунтов и

нефтегазодобыче, а также для исследования химико-технологических процессов каталитического превращения составляющих газов или жидкостей на твердых поверхностях катализаторов. Разница между применениями заключается в том, что в первом случае величина проницаемости пористой среды гораздо (на много порядков) меньше, чем во втором. Это связано с разницей в характерных размерах рассматриваемых областей, например, грунтов и носителей катализатора, которые отличаются приблизительно на два порядка, что приводит к разнице в проницаемости на четыре порядка.

В химико-технологических процессах каталитическая поверхность должна удовлетворять двум основным условиям: первое – достаточно большая величина проницаемости для пропуска жидкости или газа; второе – максимально возможная величина удельной поверхности носителя, на котором располагаются каталитически активные элементы.

Пористые среды с развитой внутренней поверхностью, на которую нанесен слой катализатора, называются каталитическими средами. Как специальный случай пористой среды, каталитическая среда допускает стандартную классификацию своей внутренней поверхности на основе известных модельных представлений [1–5]. При этом различают регулярные среды, характеризуются наличием дальнего порядка, описание которых возможно средствами статистики [3], и нерегулярные среды, такого порядка не имеющие.

Строение внутреннего пространства пористой среды зависит от степени консолидации частиц, его составляющих. Если среда состоит из неконсолидированных или слабоконсолидированных частиц, то ее поровое пространство состоит из пор, сообщающихся каналами, масштабы которых соизмеримы между собой [3–5]. Если пористая среда является сплошным твердым телом, то ее поровое пространство чаще всего состоит из капиллярных каналов [2–5], мало сообщающихся между собой. В соответствии с этим, модели регулярной пористой среды бывают поровыми и капиллярными. Уточнение поровых моделей возможно путем учета наличия каналов, соединяющих поры. Капиллярные модели также допускают уточнение в отношении учета возможности капилляров соединяться друг с другом [3], при этом в таких моделях имеет место так называемый "коллекторный эффект" [6].

Математическая модель. Существенной проблемой моделирования движения жидкостей и газов через пористые каталитические среды является необходимость определения коэффициента теплопроводности среды. Поскольку во внутреннем пространстве каталитической среды осуществляется экзотермическая или эндотермическая химическая реакция, то движение в ней жидкости или газа всегда сопровождается ненулевыми потоками тепла. С точки зрения передачи тепла, пористую среду можно представить как среду с некоторой эффективной теплопроводностью, зависящей от строения ее внутреннего пространства. Жидкость или газ в поровом пространстве можно считать абсолютно неподвижными, в этом

© Л. М. Любчик, О. В. Веды, 2013

случае появляется возможность рассмотрения каталитической среды как двухфазной, для которой можно найти эффективный коэффициент теплопроводности, а затем рассматривать тепловую задачу в гомогенной среде с соответствующим коэффициентом теплопроводности. Корректность такого подхода нарушается, если жидкость или газ претерпевают естественную конвекцию [7–10], которую необходимо учитывать при построении эффективного коэффициента теплопроводности.

Рассмотрим модели эффективной теплопроводности и фильтрации в каталитической среде, сформированной слабо- или неконсолированными частицами с двумасштабной пористостью, внутреннее пространство которой состоит из пор, сообщающихся каналами. Описание движения через такую среду сводится к нахождению уравнения, связывающего перепад давлений в среде с расходом или среднеобъемной скоростью движения газа или жидкости. Коэффициенты такого уравнения несут в себе информацию о строении фильтрующей среды.

К основным характеристикам подобных сред относятся: характерный размер d отдельной частицы, совокупность которых формирует среду, пористость порового пространства среды – m_1 , пористость совокупности каналов, связывающих между собой поры – m_2 , число контактов частиц – N , число каналов, входящих и выходящих из отдельной поры – N^+ и N^- – соответственно.

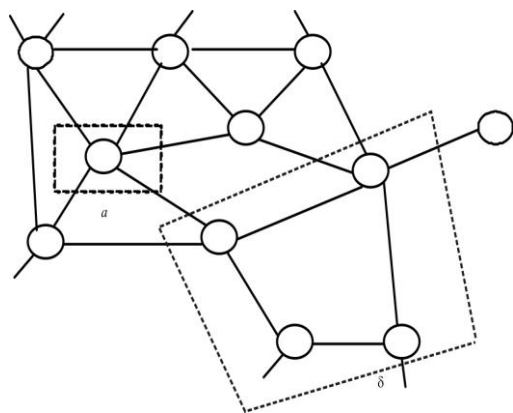


Рис. 1 – Схема порового пространства среды

Общее поровое пространство такой среды схематически изображено на рис. 1, на котором поры обозначены кружками, а каналы – линиями.

Если фаза представлена в каждом объеме двухфазной среды, то она считается бесконечной, а в противном случае – конечной. Если любые две точки фазы можно соединить кривой, не выходящей за пределы этой фазы, то такая фаза – связанная, в противном случае фаза будет являться несвязанной.

Фазы среды могут быть изолированными и взаимопроникающими. Изолированной фазой будет такая, элементы которой окружены другой фазой. В этих терминах модель, изображенная на рис. 1, является двухфазной с двумя бесконечными, связанными неизолрованными фазами.

Модель коэффициента теплопроводности для такой среды строится для типичного элемента фильтрующей среды, который представлен на рис. 1 и помечен буквой – а. Такой элемент можно представить кубом, в середине которого расположена пора кубической формы. Такое представление оправдано тем обстоятельством, что для включений с не слишком сильно выраженной анизотропией формы коэффициент теплопроводности слабо зависит от формы включения [11]. Для учета такого факта, что частицы фильтрующей среды касаются друг друга по площадкам контакта, поверхность куба имеет выступы кубической формы. Элемент с перечисленными свойствами изображен на рис. 2.

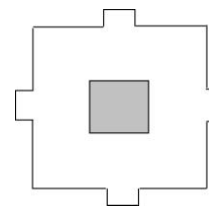


Рис. 2 – Плоское схематическое изображение элемента фильтрующей среды в виде куба, в середине которого расположена пора кубической формы

Для получения формулы вычисления коэффициента теплопроводности λ_{s1} описанной среды используется способ, восходящий к Рэлею [11, 12]. Производится изотермическое и (или) адиабатическое разбиение элемента и используются правила сложения тепловых сопротивлений при их последовательном и параллельном соединении.

$$\lambda_{s1} = \lambda_{ss} \frac{1 + (\omega_{ss} - 1)m_1^{2/3}}{1 + (\omega_{ss} - 1)m_1^{2/3}(1 - m_1^{2/3})}, \quad (1)$$

$$\omega_{ss} = \lambda_g / \lambda_{ss},$$

где λ_{s1} – коэффициент теплопроводности твердой фазы;

λ_g – коэффициент теплопроводности газа в поре;

С учетом контактных выступов коэффициент теплопроводности принимает следующий вид:

$$\lambda_{s2} = \lambda_{ss} \frac{\lambda_{s1}}{1 + f(N) \frac{\lambda_{s1}}{\lambda_{ss}} \left(\frac{1 - m_1}{m_2} \right)^{1/3}}, \quad (2)$$

где λ_{s2} – коэффициент теплопроводности элемента рис. 2 с учетом контактных выступов;

$f(N)$ – множитель, который показывает, какое число площадок контакта передаёт тепло в направлении его потока.

Если допустить ненулевую проницаемость фильтрующей среды, то обе фазы будут являться связными и взаимопроникающими. Такая гетерогенная система моделируется элементом, который изображен на рис. 3, на котором твердая фаза не заштрихована. Коэффициент теплопроводности такого элемента определяется коэффициентом теплопроводности газа и коэффициентом теплопроводности твердой фазы. В последнем, взятом в виде (2), учтено присутствие внутри газовой поры. Выражение для коэффициента теплопроводности учитывает пористость каналов m_2 только один раз, поскольку в выражении (2) для величины λ_{s1} эта пористость не учитывается. В элементе рис. 3 не учитывается наличие реальной извилистости и шероховатости каналов, соединяющих поры.

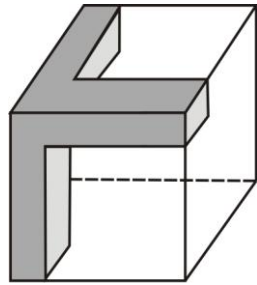


Рис. 3 – Схематическое изображение варианта геометрии межпорового канала

Тогда коэффициент теплопроводности λ_m для модели среды, представленной на рис. 1 с элементами, представленными рис. 2 и рис. 3 принимает следующий вид (см. также [12]):

$$\lambda_m = \lambda_{s2} \left[\theta^2 + \omega_{ss} - (1 - \theta)^2 + \frac{2\omega_{ss}(1 - \theta)}{1 + \omega_{ss}\theta - \theta} \right], \quad (3)$$

$$\theta = \left(\frac{1 - m_2}{1 - 2m_2} \right)^{1/2}.$$

Выражение (3) учитывает наличие пор с газом и каналов, их соединяющих. В это выражение входит коэффициент теплопроводности газа λ_g , а сам газ в поре принимается неподвижным. Учет тепловой конвекции в порах приводит к увеличению коэффициента теплопроводности, при этом в формулах (2) – (3) следует заменить λ_g на λ_{g1} по правилу [13]:

$$\lambda_{g1} = \lambda_g (1 + Ra^\varepsilon),$$

$$Ra = \frac{\Omega L g \beta_T \Delta t}{\nu_g \chi_g}, \quad (4)$$

$$\nu_g = \mu_g / \rho_g,$$

$$\chi_g = \lambda_g / \rho_g c_{pg},$$

где Ra – число Рэлея;

Ω – проницаемость фильтрующей среды;

L – характерный размер фильтрующей среды;

β_T – коэффициент теплового расширения газа;

Δt – изменение температуры в фильтрующей среде;

μ_g – вязкость;

ρ_g – плотность;

c_{pg} – теплоёмкость газа.

Для описания гидравлического поведения системы частиц необходимо установить связь между перепадом давлений и среднеобъемной скоростью газа на основании предположения о наличии двух масштабов пористости m_1 и m_2 . Поровый канал имеет характерный поперечный размер порядка $m_1^{1/3}d$, где d – характерный размер частицы. Реальный поровый канал имеет сужения и расширения, которые моделируются ступенчатым изменением сечения и направления. Реальный канал и его модельное представление изображается на рис. 4. Перепад давлений на границах объема, содержащего отдельную пару, обусловлен числом N^+ каналов, входящих в пору и числом N каналов, выходящих из поры. Также перепад давлений зависит от деталей гидродинамики потоков внутри поры. Не задаваясь детальным геометрическим строением пор, располагая только величинами N^+ , N , $m_1^{1/3}d$, $m_2^{1/3}d$, можно сформулировать чисто кинематическую модель, основанную только на уравнении Бернулли.

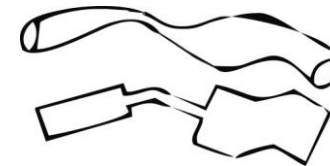


Рис. 4 – Модель порового канала.

Сущность модели состоит в следующем. Места входа и выхода каналов на поверхности поры расположены под разными углами. Размеры каналов и пор сильно отличаются по величине. Поток, попадая из канала в пору, испытывает расширение. Поток, покидая пору через канал, испытывает сжатие. Направления входных и выходных каналов не совпадают так, что

отдельные потоки внутри поры испытывают повороты на некоторые углы. Внутри поры происходит перестройка входных потоков в выходные. Все сказанное схематически представлено на рис. 5, рис. 6.

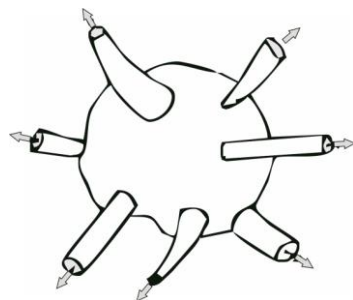


Рис. 5 – Модель поры с выходными каналами

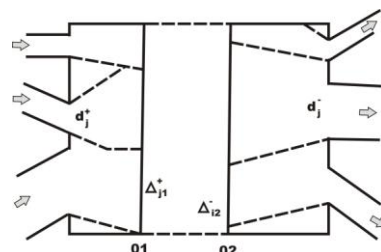


Рис. 6 – Схематическая модель поры с входными и выходными каналами

Попадая в пору, поток сначала расширяется от величины d_j^+ до величины Δ_{j1}^+ , затем изменяется до величины Δ_{j2}^+ , а затем сужается до величины d_j^- . Учитывая то обстоятельство, что вклад местных сопротивлений учитывается аддитивно, можно составить систему уравнений Бернулли, в которых в качестве крайних выступают сечения 1, 01, 02 и 2.

Указанная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} P^+ + \frac{\rho(\omega_i^+)^2}{2} &= p_{01} + \frac{\rho\omega_{01}^2}{2} + \xi_i^+ \frac{\rho(\omega_i^+)^2}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N^+, \\ p_{02} + \frac{\rho\omega_{01}^2}{2} &= P^- + \frac{\rho(\omega_j^-)^2}{2} + \xi_j^- \frac{\rho(\omega_j^-)^2}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N^-, \end{aligned} \quad (5)$$

где P^+, P^- – значения давлений в сечениях 1 и 2 соответственно;

ξ_j^+, ξ_j^- – коэффициенты местных сопротивлений на входе и выходе из поры;

j – номер входного канала;

i – номер выходного канала поры.

Результат решения этой системы уравнений может быть записан в виде совокупности следующих формул:

$$\begin{aligned} \omega_j^+ &= \frac{\omega_{01} s_{01} / \sqrt{1 + \xi_j^+}}{\sum_{j=1}^{N^+} s_j^+ / \sqrt{1 + \xi_j^+}}, \quad \omega_i^- = \frac{\omega_{02} s_{02} / \sqrt{1 + \xi_i^-}}{\sum_{i=1}^{N^-} s_i^- / \sqrt{1 + \xi_i^-}}, \\ \omega_{01} &= \frac{\sqrt{2\Delta p^+ / \rho}}{\sqrt{1 - \frac{s_{01}^2}{\left(\sum_{j=1}^{N^+} s_j^+ / \sqrt{1 + \xi_j^+}\right)^2}}}, \quad \omega_{02} = \frac{\sqrt{2\Delta p^- / \rho}}{\sqrt{1 - \frac{s_{02}^2}{\left(\sum_{j=1}^{N^-} s_i^- / \sqrt{1 + \xi_i^-}\right)^2}}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Delta p^+ = p^+ - p_{01}, \quad \Delta p^- = p_{02} - p^-,$$

где w_{01}, w_{02} – скорости перемешанного суммарного потока;

S_j^+, S_j^- – площади поперечных сечений входных и выходных потоков.

В этих формулах величины S_j^+ и S_j^- имеют порядок $m_2^{2/3} d_j / N^+$ и $m_2^{2/3}$. В рассматриваемой схеме принято, что перестройка отдельных потоков заменяется перестройкой усредненного потока от скорости w_{01} до скорости w_{02} , связанной с изменением местного сопротивления [6].

Отказ от схемы с полным смешением входных и выходных потоков влечет значительные трудности, поскольку при этом необходимо рассматривать множество вариантов соединения и разъединения. Количество возможностей при этом определяется числом разбиений N^+ элементов на N^- групп по такой формуле:

$$\begin{aligned} N &= \sum_{N_j} \frac{N^+!}{\prod_{j=1}^{N^-} N_j!}, \\ \sum_j N_j &= N^+, \quad 1 \leq j \leq N^-, \end{aligned} \quad (7)$$

где N^- – множество вариантов соединения и разъединения;

N^+ – количество каналов входящих в пору;

N^- – количество каналов выходящих из поры.

Изменение площади поперечного сечения при перестройке его из входного в выходной, которое определяет величину соответствующего местного сопротивления, имеет порядок N^+ / N^- . Для оценки величины местного сопротивления, связанного с поворотом потока внутри поры следует принять во внимание следующее соображение. При заданном направлении градиента давления поверхность поры можно разделить на две части по принципу, чтобы проекция градиента давления на направления входных и выходных потоков вне поры были положительными. Тогда для пор

с не слишком большой анизотропией формы типичные углы для расположения мест впадения входных каналов в пору равны $\pi i/\sqrt{N^++1}$, а такие же углы для выходных каналов равны $\pi j/\sqrt{N^++1}$. Таким образом, углы поворота потоков будут равным всевозможным суммам вида $\pi(i/\sqrt{N^++1}+j/\sqrt{N^++1})$, $1 \leq i \leq N^+$; $1 \leq j \leq N^+$. Соответствующие местные сопротивления следует усреднить по множеству возможных комбинаций, число которых дается формулой (7).

Представленная модель, в случае различия величин N^+ и N^- , следовательно, предполагает два способа вычисления сопротивления поры. Первый способ учитывает сужения и расширения потоков при входе в пору и выходе из нее, учет перестройки потоков внутри поры при условии полного перемешивания. Повороты потоков в этой схеме не учитываются. Во втором способе каждый поток внутри поры сохраняет свою индивидуальность. При этом учитываются расширения и сужения потоков, повороты на разные углы, что равносильно допущению об отсутствии вообще какого-либо перемешивания. Во втором способе необходимо вычислять статистическую сумму по всем возможным конфигурациям входных и выходных каналов для нахождения средних значений.

Ниже рассматривается второй способ в рамках предлагаемой модели, в котором принято, что $N^+=N^-$, все каналы имеют одинаковое поперечное сечение при пересечении поверхности поры, перемешивания внутри поры нет. При таких условиях коэффициенты местных сопротивлений на входе, выходе и повороте потоков имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned} \xi^+ &= (0,6 + 9/\sqrt{Re}) \left(1 - s^+/(s_0/N)\right)^2, \\ \xi^- &= (0,5 + 13/\sqrt{Re}) \left(1 - s^-/(s_0/N)\right)^{3/4}, \\ \xi_\varphi &= \lambda \varphi r_0/d_0, \\ \lambda &= \frac{20}{Re^{0,45}} \left(\frac{d_0}{2r_0}\right)^{0,175}, \\ 50 &< Re \sqrt{\frac{d_0}{2r_0}} < 600, \end{aligned} \quad (8)$$

где φ – угол поворота потока;
 r_0 – радиус кривизны поворота;
 N^- – количество входных (выходных) каналов поры;
 d_0 – размер потока;
 Re – локальное число Рейнольдса потока в канале.

Используя свойство аддитивности местных сопротивлений и связь величин S^+ , S^- с пористостью m_2 , а величины S_0 с пористостью cm_1 , суммарное сопротивление потока при пересечении пары можно записать так:

$$\begin{aligned} \xi &= (0,6 + 9/\sqrt{Re}) \left[1 - \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{2/3} \frac{1}{N^{2/3}}\right]^2 + (0,5 + 13/\sqrt{Re}) \left[1 - \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{2/3} \frac{1}{N^{2/3}}\right]^{3/4} + \\ &+ \lambda(Re) \gamma \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (9)$$

Местное сопротивление отдельного канала, то есть потока вне поры можно представить в виде суммы отдельных сопротивлений сужений и расширений и поворотов. Без потери общности можно считать, что масштаб сужений, расширений и величины изгиба одинаковый. Сопротивление сужений и расширений даны формулами (8), сопротивление изгиба можно оценить с помощью сглаживания, как показано на рис. 7. если принять, что общие масштабы равны δ и Δ (см. рис. 7),

Тогда оценка для местного сопротивления ξ_k отдельного канала принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \xi_k &= \frac{d}{2\Delta} \left\{ (0,6 + 9/\sqrt{Re}) \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\delta}{dm_2^{1/3}}\right)\right)^2\right]^2 + (0,5 + 13/\sqrt{Re}) \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\delta}{dm_2^{1/3}}\right)\right)^2\right]^{3/4} + \right. \\ &+ \left. \lambda(Re) \frac{m_2^{1/3} d}{\Delta} \cdot \frac{dm_2^{1/3} \delta}{\delta^2 + \Delta^2} \arcsin \frac{2\delta\Delta}{\delta^2 + \Delta^2} \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где ξ_k – оценка сопротивления отдельного канала;
 δ, Δ – масштаб поровой среды.

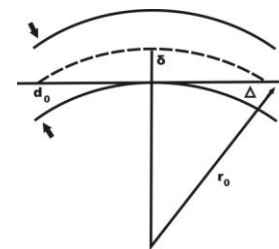


Рис. 7 – Схематическая модель сглаживания сопротивления изгиба канала; d_0 – размер потока; r_0 – радиус кривизны поворота; δ, Δ – масштаб поровой среды

Для элемента объема фильтрующей среды сопротивление отдельного канала складывается из сопротивлений по формулам (10) и (11), в которых величины m_1 , m_2 , N , δ , Δ следует считать заданными. На длине L помещается L/d межпоровых каналов. Средний по сечению расход движения газа v связан со скоростью движения газа ω в канале, которая входит в число Re в формулах (8) – (10) следующим образом:

$$v = \omega(1 - m_1)^{2/3} \frac{N}{2} m_2^{2/3}, \quad (11)$$

где ω – скорость движения газа в канале;

v – расход движения газа.

С учетом соотношения (11) связь среднего расхода с перепадом давления принимает следующий вид:

$$v = m_2^{2/3} (1 - m_1)^{2/3} \left(N^{2/3} / 2 \right) \sqrt{\frac{2\Delta p}{L} \frac{d}{\xi + \xi_k}}, \quad (12)$$

Результаты, полученные ранее, дают возможность замкнуть систему уравнений для нахождения толщин диффузионных пограничных слоёв δ_i . При этом уравнения для x_{i0} приобретают вид:

$$\begin{aligned} & - \frac{2(x_{10} - x_1^\infty)}{\delta_1} \{ - [D_{12}(x_{10} + x_{20})(1 - x_{10})x_{20} + D_{12}(1 - x_{20})(1 - x_{10})(1 - x_{10} - x_{20})] \xi - D_{31} x_{10} \xi \} - \\ & - \frac{2(x_{20} - x_2^\infty)}{\delta_2} (D_{21} - D_{31}) x_{10} \xi = U_w^\infty d x_{10} / dx \Big|_{y=0}, \\ & - \frac{2(x_{10} - x_1^\infty)}{\delta_1} (D_{12} - D_{32}) x_{20} \xi - \frac{2(x_{20} - x_2^\infty)}{\delta_2} \{ - [D_{21}(x_{10} + x_{20})(1 - x_{20})x_{10} + \\ & + D_{23}(1 - x_{10})(1 - x_{20})(1 - x_{10} - x_{20})] \xi \} - D_{32} x_{20} \xi \} = U_w^\infty d x_{20} / dx \Big|_{y=0}, \end{aligned} \quad (13)$$

где x_{i0} – значения концентраций;

δ_i – толщина диффузионного пограничного слоя;

D_{ik} – коэффициенты диффузии;

U_w^∞ – значение скорости в ядре потока смеси.

Уравнения гидродинамики и теплообмена для смеси имеют вид:

$$\begin{aligned} & - \nabla P + \frac{\rho |\vec{v}|^\infty}{2d} (\xi + \xi_k) \vec{v}^\infty = 0, \\ & \xi = \xi(\text{Re}), \quad \xi_k = \xi_k(\text{Re}), \\ & \rho c_p (v^\infty \nabla) T^\infty = \dot{q} (v^\infty, T^\infty, x_j^\infty), \\ & (v^\infty \nabla) x_i^\infty = \dot{q} (v^\infty, T^\infty, x_j^\infty), \\ & \rho = \rho(x_j^\infty, T^\infty), \\ & c_p = c_p(x_j^\infty, T^\infty), \\ & \mu = \mu(x_j^\infty, T^\infty), \end{aligned} \quad (14)$$

где v – скорость в гидродинамическом пограничном слое;

ρ – плотность смеси;

c_p – теплоемкость смеси при постоянном давлении;

T^∞ – значение температуры смеси в ядре потока.

Все величины, отмеченные индексом ∞ , относятся к области, расположенной вне соответствующих пограничных слоёв. Уравнения (14) решаются для конкретной области течения смеси с граничными условиями для скорости и температуры.

Выводы. Решение гидравлической и тепловой задач позволяет определить мезомасштабные скорость и температуру смеси, которые выступают в роли управляющих параметров процессов каталитической кинетики на твердой поверхности и в тепловом и диффузионных пограничных слоях. В настоящей работе построены модели гидравлического сопротивления и коэффициента теплопроводности для внутренних пространств различных каталитических сред. Получена формула для гидравлического сопротивления среды, включающая, зависимость от микро- и мезомасштабного числа Рейнольдса, а также выражение для коэффициента теплопроводности такой среды с учетом конверсии в порах.

Рассмотрена модель каталитического пространства, образованного неупорядоченной системой цилиндров. Для такой модели получены выражения для гидравлического сопротивления и коэффициента теплопроводности как функции числа Рейнольдса и геометрических параметров упаковки цилиндров. Рассмотрена также капиллярная модель внутреннего пространства каталитической среды, организованная по коллекторному типу, для которой получены выражения для гидравлического сопротивления и коэффициента теплопроводности.

Список литературы: 1. Суздаев И. В. Физика и химия нанокластеров, наноструктур, наноматериалов / И. В. Суздаев. – М. : Ком. книга, 2006. – 592 с. 2. Чураев Н. С. Физика физической химии процессов переноса в пористых телах и химия нанокластеров, наноструктур, наноматериалов / И. В. Суздаев. – М. : Химия, 1990. – 272 с. 3. Хейфец Л. А. Многофазные процессы в пористых средах / Л. А. Хейфец. – М.: Химия, 1982. – 320 с. 4. Ромм Э. Структурные модели порового пространства горных пород / Э. Ромм. – Л. : Недра, 1985. – 240 с. 5. Коллинз Р. Течение жидкости через пористые материалы / Р. Коллинз. – М. : Наука, 1964. – 350 с. 6. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик – М.: Машиностроение, 1975. – 636 с. 7. Гебхард Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен / Б. Гебхард, И. Джалуриа, Б. Махаджа, Р. Саммакиа. – М. : Мир, 1991. – 678 с. 8. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик. – М. : Машиностроение, 1975. – 636 с. 9. Кутателадзе С. С. Теплообмен и гидравлическое сопротивление. Руководства. / С. С. Кутателадзе. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 367 с. 10. Кутателадзе С. С. Анализ сходства в теплофизике / С. С. Кутателадзе – Н. : Наука, 1982. – 280 с. 11. Гебхард Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен / Б. Гебхард, И. Джалуриа, Б. Махаджан, Р. Саммакиа – М. : Мир, 1991. – 678 с. 12. Groot S. Non-Equilibrium thermodynamics / S. Groot, P. Mazur Б. – Amsterdam : North Holland publishing company, 1962. – 456 р. 13. Веде Е. В. Модель массообмена процесса конверсии трёхкомпонентной газовой смеси / Е. В. Веде, Ю. А. Толчинский // Ежеквартальный научно-практический журнал «Интегрированные технологии и энергосбережение». – 2010. – № 4 – С. 46–54.

Надійшла до редакції 11.12.2012

А. С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, профессор НТУ «ХПИ»;
И. И. МАРЧЕНКО, ассистент НТУ «ХПИ»

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ОСАЖДЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОК ИЗ АТОМНО-ИОННЫХ ПОТОКОВ

Разработан алгоритм моделирования формирования металлических тонких плёнок при низких температурах. При помощи данного алгоритма были проведены тестовые расчеты осаждения тонкой пленки меди. Полученные результаты моделирования находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными.

Ключевые слова: математическое моделирование, молекулярная динамика, вычислительный алгоритм.

Розроблено алгоритм моделювання формування металевих тонких плівок при низьких температурах. За допомогою даного алгоритму були проведені тестові розрахунки осадження тонкої плівки міді. Отримані результати моделювання знаходяться у згоді з наявними експериментальними даними.

Ключові слова: математичне моделювання, молекулярна динаміка, обчислювальний алгоритм.

The simulation algorithm of the formation of metallic thin films at low temperatures was proposed. Using this algorithm test simulations of copper thin film deposition of were made. The obtained simulation results are in agreement with the available experimental data.

Keywords: mathematical modeling, molecular dynamics, calculation algorithm.

Введение. В настоящее время для исследования эффектов, происходящих при осаждении наноразмерных плёнок, широкое распространение получил метод молекулярной динамики (МД) [1–2]. При помощи этого метода удается получить подробное описание наноструктуры получаемого материала при высоких температурах образца. Однако в областях температур ниже Дебаевских важную роль начинают играть квантовые эффекты, что не дает возможности применить классический метод МД при температурах образца ниже 300К.

В работе [3] был сформулирован метод молекулярной динамики с цветным шумом, который позволяет адекватно моделировать процесс осаждения металлических пленок при низких температурах. Однако, в этой работе не был описан вычислительный алгоритм. Поэтому целью данной работы являлась разработка вычислительного алгоритма моделирования процесса формирования металлических тонких плёнок при низких температурах.

Алгоритм моделирования процесса низкотемпературного осаждения металлических пленок. На начальном этапе моделирования задаются

параметры осаждаемого материала, температура образца T и интенсивность потока осаждаемых частиц μ , устанавливаются линейные размеры (x_s, y_s, z_s) моделируемой ячейки. На рис. 1 изображено ее схематическое изображение.

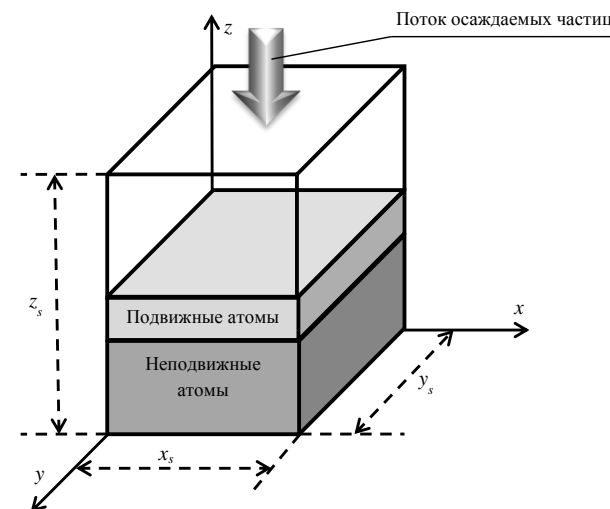


Рис. 1 Схематическое изображение расчетной ячейки

В предложенном алгоритме для пространственной координаты x вводятся периодические граничные условия следующим образом:

$$x = \begin{cases} x - x_s, & \text{если } x > x_s \\ x_s - x, & \text{если } x < 0 \end{cases}, |x| < 2 \cdot x_s. \quad (1)$$

Аналогично вводятся граничные условия для y .

По координате z вводятся жесткие граничные условия, $z \geq 0$. Для обеспечения жестких условий формируется подложка из 5 слоев атомов с фиксированными координатами. Для того чтобы граничные условия не влияли на процесс осаждения пленок, в расчетную ячейку вводится 10 слоев подвижных атомов (рис. 1). Для расчета координат атомов в зависимости от вида кристаллической решетки моделируемого материала определяются геометрические координаты i -х атомов $\mathbf{x}_0^{(i)}$ ($i = 1..N$) при помощи векторов трансляции (r_x, r_y, r_z) [4]. Для всех подвижных атомов i задаются начальные случайные силы по формуле [3]

$$\Xi_0^{(i)} = \sqrt{2M\Gamma kT\lambda} \mathbf{R}_{norm}^{(i)}, \quad (2)$$

где верхний индекс обозначает номер атома, M – атомарная масса атома, Γ – коэффициент диссипации, k – постоянная Больцмана, $\mathbf{R}_{norm}^{(i)}$ – вектор случайных стандартных нормально-распределенных чисел, который находится при помощи метода Бокса — Мюллера [5]. Параметр λ определяется по формуле $\lambda = kT / (\hbar\sqrt{e-2})$, где \hbar – постоянная Планка.

В начальный момент времени t так же задается временной шаг моделирования Δt . Временной шаг выбирается таким образом, чтобы невязка в законе сохранения энергии на каждом шаге не превышала некоторой наперед заданной величины ΔE_{tot} , соответствующей точности численного интегрирования уравнений движения [2].

В течение заданного временного интервала τ производятся расчеты уравнений движения всей системы до достижения термического равновесия при помощи метода Верле [6]. Для этого для каждого времени $t + \Delta t / 2$ вычисляется вектор скоростей атомов по формуле

$$\mathbf{V}_{t+\Delta t/2}^{(i)} = \left(\mathbf{V}_{t-\Delta t/2}^{(i)} + \frac{(\mathbf{F}_t^{(i)} + \Xi_t^{(i)})}{M} \Delta t \right) (1 - \Gamma), \quad (3)$$

где индекс внизу обозначает значение величины в соответствующий момент времени, $\mathbf{F}_t^{(i)}$ – сила, действующая на i -й атом со стороны атомов окружения в момент времени t . $\Xi_t^{(i)}$ определяет вектор случайной силы, который вычисляется по формуле

$$\Xi_t^{(i)} = \Xi_{t-\Delta t}^{(i)} (1 - \lambda \Delta t) + \lambda \sqrt{2M\Gamma kT\Delta t} \mathbf{R}_{norm}. \quad (4)$$

Поскольку в данной работе рассматривается осаждение металлов, то для расчета $\mathbf{F}_t^{(i)}$ может быть использован метод внедренного атома (embedded atom) [7], в соответствии с которым:

$$\mathbf{F}_t^{(i)} = - \sum_{j \neq i} \left(\left[\frac{\partial f(\rho_t^{(i)})}{\partial \rho_t^{(i)}} \frac{\partial \psi(r_t^{(ij)})}{\partial r_t^{(ij)}} + \frac{\partial f(\rho_t^{(j)})}{\partial \rho_t^{(j)}} \frac{\partial \psi(r_t^{(ij)})}{\partial r_t^{(ij)}} + \frac{\partial \phi(r_t^{(ij)})}{\partial r_t^{(ij)}} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\mathbf{x}_t^{(i)} - \mathbf{x}_t^{(j)}}{r_t^{(ij)}} \right), \quad (5)$$

где $f(\rho_t^{(i)})$ – функция внедрения, зависящая от электронной плотности $\rho_t^{(i)}$ атома i в момент времени t , $\psi(r_t^{(ij)})$ – распределение электронной плотности вокруг отдельного атома, $\phi(r_t^{(ij)})$ – потенциал парного взаимодействия, $r_t^{(ij)}$ – расстояние между атомами i и j , $\mathbf{x}_t^{(i)}$ – вектор координат i -го атома. Функции f , ψ , ϕ и их производные задаются в зависимости от конкретного материала [7].

Для нахождения $\mathbf{F}_t^{(i)}$ вначале вычисляется электронная плотность для каждого атома по формуле

$$\rho_t^{(i)} = \sum_{j \neq i} \psi(r_t^{(ij)}). \quad (6)$$

После нахождения вектора скоростей всех атомов по соотношению (3), вычисляются их координаты в следующий момент времени $t + \Delta t$:

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t}^{(i)} = \mathbf{x}_t^{(i)} + \mathbf{V}_{t+\Delta t/2}^{(i)} \Delta t. \quad (7)$$

По завершению вычисления скоростей время моделирования t увеличивается на временной шаг Δt и вычисления повторяются снова.

После процедуры термализации в расчетную ячейку вводятся новые атомы или ионы заданной энергии, падающие на поверхность (рис. 1). Их координаты задаются случайным образом в плоскости осаждения с помощью генератора случайных чисел. Расстояние атомов от поверхности выбирается таким образом, чтобы падающий атом находился на расстоянии больше, чем радиус действия потенциала от самой высокой точки микрокристаллита.

При моделировании предполагалось, что время появления новых атомов может быть описано Пуассоновским потоком [8]. Как следствие, временной интервал между появлениями новых частиц вычисляется по следующей формуле:

$$\tau = -\frac{1}{\mu} \ln(R), \quad (8)$$

где R – равномерно распределенное от 0 до 1 случайное число, μ – интенсивность потока частиц

Процесс моделирования завершается по достижению заданного времени t_{stop} . Результате выполнения приведенного алгоритма будут векторы, описывающие положение и скорости всех атомов расчетной ячейки на последнем временном шаге.

На рис. 2 приведена блок-схема предложенного алгоритма.

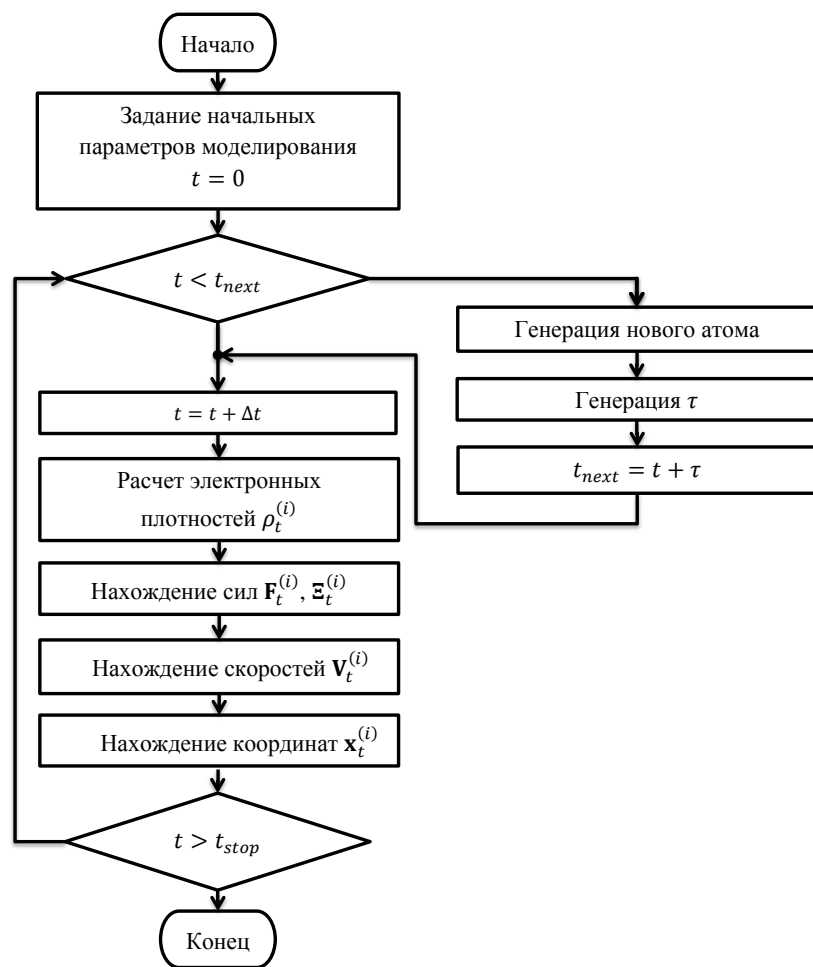


Рис. 2 Блок-схема алгоритма моделирования процесса низкотемпературного осаждения металлических пленок

Результаты компьютерного моделирования. При помощи разработанного алгоритма был промоделирован процесс гомоэпитаксиального осаждения тонкой плёнки меди на плоскость (111) . На рис. 3 приведены срезы плоскости $(\bar{1}10)$ пленки меди для различных времен осаждения, полученные путем компьютерного эксперимента. Как видно из рисунка, гладкая поверхность является неустойчивой. В результате развития морфологической неустойчивости с течением времени шероховатость

увеличивается. Внутри пленки образуются вакансионные комплексы, что приводит к уменьшению плотности материала. Полученные результаты согласуются с имеющимися экспериментальными данными, приведенными в работе [9].

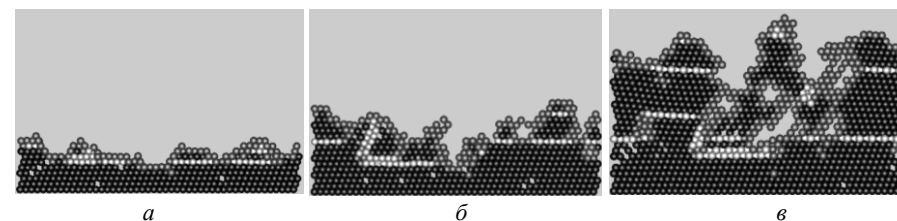


Рис. 3 Результаты моделирования тонкой пленки меди для различных времен. $T = 300\text{K}$. Темный цвет – атомы меди внутри материала, серый – поверхностные атомы, светлый – дефекты упаковки; а – время осаждения 10 монослоев; б – 20 монослоев; в – 30 монослоев.

Выводы. В работе разработан алгоритм моделирования формирования металлических тонких плёнок при низких температурах. Были проведены тестовые расчеты осаждения тонкой пленки меди. Результаты моделирования находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными. Полученные в этой работе результаты могут быть использованы для прогнозирования структуры каталитических материалов с большой удельной площадью поверхности.

Список литературы: 1. Haile J. M. Molecular Dynamics Simulation: Elementary Methods / J. M. Haile. - Chichester : Wiley, 1992. - 489 p. 2. Allen M. P. The Art of Molecular Dynamics Simulation / M. P. Allen, D. J. D. C. Rapaport. - Cambridge: Cambridge University Press, 1996. - 564 p. 3. Марченко И. Г. Молекулярная динамика с квантовой статистикой для исследования динамических свойств металлов / И. Г. Марченко, И. И. Марченко // Вестник ХНУ. - 2010. - № 933 : Сер. «Ядра, частицы, поля». Вып. 4 (48). - С. 41 - 48. 4. Шаскольская М. П. Кристаллография: Учеб. пособие для вузов. - 2-е изд. / М. П. Шаскольская. - М: Высш. Шк., 1984. - 376 с. 5. Box G. E. P. A note on the generation of normal random deviates / G. E. P. Box, M. E. Muller. - Ann. Math.Stat. - 1958. - Vol. 29. - 610-611 P. 6. Verlet L. Computer «Experiments» on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules / L. Verlet // Phys.Rev. - 1967. - Vol. 159. - P. 98-103. 7. Daw M. S. Embedded-atom method: derivation and application to impurities, surfaces and other defects in metals / M. S. Daw, M. J. Baskes // Phys. Rev. B. - 1984. - Vol. 29. - P. 6443-6453. 8. Бусленко, Н. П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах : монография / Н. П. Бусленко, Ю. А. Шрейдер. - М. : Физматгиз, 1961. - 226 с. 9. Fowler D. E. Structure and dynamics of the Cu (001) surface investigated by medium-energy ion scattering / D. E. Fowler, J. V. Barth // Phys. Rev. - 1995. - Vol. B52. - P. 2117-2124.

Надійшла до редколегії 12.12.2012

<i>Никитина Т. Б., Волошко А. В., Татарченко М. О.</i> Синтез комбинированных систем робастного управления	3
<i>Северин В. П., Никулина Е. Н., Николаенко Т. Е.</i> Модификация генетических алгоритмов для оптимизации векторных целевых функций.....	9
<i>Никулина Е. Н., Северин В. П., Бондаренко А. В.</i> Синтез систем управления генетическими алгоритмами на основе интегральных квадратичных оценок.....	15
<i>Северин В. П., Никулина Е. Н., Тарасенко К. А.</i> Оптимизация прямых показателей качества систем автоматического управления генетическими алгоритмами.....	21
<i>Годлевский М. Д., Станкевич А. А., Чернявская Л. С.</i> Формирование участников логистической сети цепочек поставок при стратегическом управлении.....	27
<i>Любчик Л. М., Шафесв Р. О.</i> Розв'язання транспортної задачі з обмеженнями за часом за допомогою метаевристичного алгоритму.....	35
<i>Копи В. Я., Качур С. А.</i> Оптимальное управление сложными системами в случае неточного измерения на основе моделей сетей Петри	40
<i>Копи В. Я., Доронина Ю. В.</i> Анализ требований к мониторинговой системе	48
<i>Чалый С. Ф., Кривчикова А. А.</i> Подход к верификации правил с использованием лингвистических переменных в задачах интеллектуального анализа процессов	54
<i>Поляков Д. А.</i> О построении алгебро-логической модели словообразования мотивированных префиксально-суффиксальных наречий русского языка	62
<i>Сокол В. Є., Ткачук М. В.</i> Розробка та застосування інструментального засобу для дослідження ефективності впровадження систем управління IT-інфраструктурою університету (на прикладі НТУ «ХПІ»).....	71
<i>Левыкин В. М., Гниденко О. С.</i> Метод стратегического управления бизнес-процессами	83
<i>Орловський Д. Л., Соцков В. А.</i> Застосування HRM-системи для підтримки обґрунтування рішень щодо чисельності управлінського персоналу підприємства	96
<i>Сидоренко А. Ю., Мазманишвили А. С.</i> Нахождение квантилей хи-квадрат распределения для решения задач статистического оценивания при наличии корреляции опытных данных	104
<i>Мазманишвили А. С., Сидоренко А. Ю.</i> Повышение порядка двумерных нормальных марковских полей	110
<i>Федоров Е. Е.</i> Численное исследование трудно разделимых вокальных согласных команд оператора на основе мел-частотных кепстральных коэффициентов	120
<i>Куценко О. С., Зацеркляний Г. А.</i> Моделювання теплообміну через огороджувальні поверхні будівлі.....	129
<i>Любчик Л. М., Ведь Е. В.</i> Математическая модель гидравлического сопротивления и теплопроводности каталитических сред	141
<i>Куценко А. С., Марченко И. И.</i> Компьютерная модель процесса низкотемпературного осаждения металлических пленок из атомно-ионных потоков	153

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
«ХПІ»**

Збірник наукових праць

Серія:
Системний аналіз, управління
та інформаційні технології

№ 3 (977)

Наукові редактори д-р техн. наук, проф. М. Д. Годлевський,
д-р техн. наук, проф. О. С. Куценко
Технічний редактор канд. техн. наук, проф. М. І. Безменов

Відповідальний за випуск канд. техн. наук Г. Б. Обухова

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: Харків, вул. Фрунзе, 21, НТУ «ХПІ».
Кафедра системного аналізу і управління.
Тел.: (057) 707-61-03, (057) 707-66-54; e-mail: bezmenov@kpi.kharkov.ua

Обл.-вид № 21–13.

Підп. до друку 09.01.2013 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 9,3. Облік.-вид. арк. 10,2.
Тираж 300 пр. Зам. № 2–182. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію
суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня «ФОП Стеценко І. І.»

Свідоцтво про державну реєстрацію ХК № 82 від 22.04.2003 р.
61019, Харків, пр. Ілліча, 103а, кв. 21, тел. (057) 758-17-35